エッジトーン現象によって噴流中に形成された組織構造の特徴* (第 2 報, 低圧領域と速度勾配テンソルによる構造の抽出)

河 合 勇 太*¹, 辻 義 之*², 久木田 豊*²

Coherent Structures in a Jet Indicating Edgetone Oscillation (2nd Report, Eduction of Coherent Structures by Using Low Pressure Region and Velocity Gradient Tensor)

Yuta KAWAI, Yoshiyuki TSUJI*³ and Yutaka KUKITA*³ Department of Energy Engineering and Science, Nagoya University,
Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

Coherent vortical structures in a high-Reynolds number turbulent jet indicating edgetone oscillations were extracted from velocity and pressure data. Three quantities were chosen as candidate indicators of the coherent structures: (i) phase-averaged vorticity, (ii) phase-averaged pressure, and (iii) the phase-averaged velocity gradient tensor. All these quantities worked well in extracting coherent structures in a test case of a low-Reynolds number wake of a cylinder. However, when applied to the high-Reynolds number edgetone flow, (ii) and (iii) indicated much better performance than (i), since (i) was affected by the background time-averaged vorticity field. The advection of the coherent structures was well captured by using (ii) and (iii).

Key Words: Edgetone, Coherent Structure, Velocity Gradient Tensor, Low Pressure

1. 結 論

エッジトーン現象は、二次元噴流がくさび形状の物体に衝突した際に発生する自励振動現象であり、その発生機構は噴流中に形成された渦列が物体に衝突する際の発生音を介した正帰還によって説明されている⁽¹⁾。しかし、渦列の形成や衝突が実際に確認されているのは、可視化観察が可能な低 Re 数に限られており⁽²⁾、高 Re 数での組織構造の詳細を調べた研究は著者らの知る限り皆無である。

本論文では、高 Re 数噴流のエッジトーン現象が強い周期性を持つことを利用して、位相平均した速度場から組織構造を抽出する。組織構造を抽出するための指標として、位相平均渦度、位相平均速度勾配テンソル、位相平均圧力を用いた。まず、比較的低い Re 数の円柱後流実験で、これらの指標が組織構造を抽出することの妥当性を確認し、つぎに、エッジトーン現象に適用して組織構造の抽出を試みた。特に旋回を伴う構造を渦構造と定義し、高 Re 数エッジトーン現象において渦構造の有無を検討した。また、渦構造の移動速度を見積もることにより、フィードバックループについて考察した。

Table 1 Nomenclature

b_e	nozzle exit width (=10mm)
d	cylinder diameter (=19mm)
x_1, x_2	coordinate system defined in Fig.1 and Fig.2
u_1, u_2	velocity fluctuation in x_1 and x_2 direction
U_e	nozzle exit mean velocity
T_e	edgetone frequency
T_k	vortex shedding frequency
$\langle \tilde{\omega}_3 \rangle$	phase averaged vorticity
$\langle Q_2 \rangle$	phase averaged velocity gradient tensor
$\langle \tilde{p} \rangle$	phase averaged pressure

2. 実験装置の概要

エッジトーン実験には、ノズル出口高さ $b_e = 10\text{mm}$ 、アスペクト比 20 の吹き出し型風洞を用いた。図 1 に測定部の概略を示す。風洞から形成される二次元噴流を平板の前縁に衝突させ、エッジトーンを発生させた。ノズル出口レイノルズ数 $Re \equiv U_e b_e / \nu = 22000$ (ただし、 U_e はノズル出口平均速度、 ν は動粘性係数) に設定し、厚さ 6.0mm の平板を噴流と平行となるよう設置した。平板前縁は噴流中心軸上の $x_1/b_e = 20$ 、自己保存領域内にある。装置の詳細は既報⁽³⁾⁽⁴⁾を参照されたい。以下、これまでの研究と同様に、平板前

* 原稿受付 2005 年 11 月 15 日。

*¹ 愛三工業(株)研究開発部, 基礎研究室 [元: 名古屋大学工学研究科]。*² 正員, 名古屋大学工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。

E-mail: c42406a@nucc.cc.nagoya-u.ac.jp

Fig. 1 Schematic view of experimental facility and the coordinate system in the edgetone experiment.

Fig. 2 Schematic view of experimental facility and the coordinate system in the wake of circular cylinder.

方の領域 ($x_1/b_e \leq 20$) を「衝突噴流領域」, また、衝突後の平板上の流れ場を「壁面噴流領域」と呼ぶ。

これとは別に、円柱後流について実験をおこなうため、風洞ノズル出口 (700mm×400mm) に直径 $d = 19\text{mm}$ の円柱を取り付け、後流渦を発生させた。図2に測定部の概略図を示す。実験条件は円柱直径に基づくレイノルズ数 $Re \equiv U_\infty d / \nu$ (ただし、 U_∞ は円柱上流の平均速度) を 3700 に設定した。瞬時速度の測定には X 型プローブと定温度型熱線風速計 (KANOMAX SYSTEM 7000) を使用した。いずれの実験でも、速度パワースペクトル密度関数に明確なピークが現れ、その周波数は、エッジトーンで 40Hz、円柱後流で 20Hz であった。本研究ではこの卓越変動成分に基づく条件付き抽出をおこなった。条件付平均のための参照信号としては、エッジトーン実験では、既報と同様に流れの影響が直接およばない位置 $(x_1, x_2) = (20b_e, 30b_e)$ に固定したマイクロフォンの音圧を用いた⁽⁴⁾。これに対し、円柱後流実験では円柱表面の圧力変動を用いた。圧力変動の測定には、円柱内部に埋め込んだ小型の拡散型半導体圧力トランス・デューサー (KULITE model XCS-062-5G、受感部の固有周波数 150Hz) を用い、出力信号を直流増幅器で増幅した。圧力孔は直径 0.3mm で、主流方向に 15° 傾いた位置に開口している。予備実験から、この角度で周期的な圧力変動が

最も卓越的となることが分かっており、大よそ剥離点に相当すると思われる。

本研究では、噴流中の変動静圧を静圧プローブによって測定し、渦構造の抽出に用いた。静圧プローブの詳細形状を図3に示す。静圧管部は流れに影響を与えないよう外径 1.0mm、内径 0.8mm のステンレス管を用いた。静圧管の先端から 22mm の位置に、直径 0.4mm の静圧孔が 4 個、互いに直角する位置に開口している。マイクロフォンの特性は表1にまとめた。X 型熱線の受感部を静圧孔から 1mm 離し、速度・圧力の同時測定をおこなった⁽⁶⁾。静圧管の内径 0.8mm はマイクロフォン口径 (1/4 インチ) に比べて小さく、静圧管とマイクロフォン受圧面間にはキャビティが存在する。そのため、ヘルムホルツ共振が起こり、圧力変動の測定に影響を与える。このため、いったん出力信号を周波数空間に変換し、周波数応答試験に基づいて振幅と位相を補正した後、再び物理空間にもどすことによって、ヘルムホルツ共振の影響を除去した。詳しい方法については、文献^{(5) (6)}を参照されたい。マイクロフォンは変動成分の計測しかできないため、平均静圧の測定は図3と同形状の静圧管と静電容量形圧力センサ (豊田工機 CS7030A) によっておこなった。圧力センサのダイナミックレンジは 50mm H₂O、応答時間は 60ms である。

Table 2 Characteristics of condenser microphone.

sensitivity (dB/Pa)	diameter (inch)	response (Hz)	dynamic range (dB)
-58	1/4	20 - 70k	60 - 164

Fig. 3 Schematic of the static pressure probe.

3. 組織構造の抽出法

乱流中の組織構造については膨大な研究があり⁽⁷⁾、その定義の多様性についてもよく知られている。本研究では、旋回を伴う組織構造を「渦構造」と定義して文中で用いることとする。渦構造の抽出には、流線、流跡線、渦度などが従来から用いられ⁽⁸⁾、特に渦度はガリレイ不変性を満たすことから、その抽出法として適すると考えられてきた⁽⁹⁾。また、Chong らは速度勾配テンソルの不変量を用いる方法を提案している^{(11) (12)}。二次元の流れ場を想定して、この手法を簡略

に説明しておく。流れの中の任意の流体粒子と、それから x_i だけ隔たった粒子との相対速度 $\dot{x}_i = dx_i/dt$ は、速度勾配テンソル $W_{ij} \equiv \partial \tilde{u}_i / \partial x_j$, ($i, j = 1, 2$) により、

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial \tilde{u}_1 / \partial x_1 & \partial \tilde{u}_1 / \partial x_2 \\ \partial \tilde{u}_2 / \partial x_1 & \partial \tilde{u}_2 / \partial x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

と与えられる。微小時間内の解軌道は、行列 W_{ij} の固有値 λ_i と固有関数 ζ_j^i により与えられる。非圧縮性を仮定すると、固有値の特性方程式は、

$$\det[\lambda \delta_{ij} - W_{ij}] = \lambda^2 + Q_2 = 0, \quad (2)$$

となる。ただし、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタで Q_2 は以下で与えられる。

$$Q_2 = \left(\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} - \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_2} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_1} \right). \quad (3)$$

λ が相異なる実数解を持つ時、解曲線は双曲型となる。一方、共役複素数の場合には楕円となって、流体粒子は旋回運動をおこなう。一般に、前者は saddle、後者は focus と呼ばれ、流れ場の形態の分類として用いられている。固有値の判別式 D は、式 (2) から明らかのように $-Q_2$ に等しくなり、N.S. 方程式を介すると、以下のようにまとめられる。

$$D = -Q_2 = -\frac{1}{2} \nabla^2 \bar{p}. \quad (4)$$

ここで、 $\nabla^2 \bar{p}$ は圧力のラプラシアンをあらわす。局所の圧力変動が流れの形態に関連していることは上式からも明らかであり、圧力の情報が渦構造を抽出する方法が提案されている^{(10) (13) (14)}。

二次元では λ が複素共役解を持つ条件は、 $D < 0$, $Q_2 > 0$, $\nabla^2 \bar{p} > 0$ となる。つまり、旋回を伴う流れが存在すれば、その領域内では圧力の極小値が存在する。これらの関係を表3にまとめた。ただし、三次元空間では、これらの関係は一意的には定まらない。

Table 3 Relationship between flow pattern and the sign of D , Q_2 , and $\nabla^2 \bar{p}$.

	λ	D	Q_2	$\nabla^2 \bar{p}$
focus	complex	< 0	> 0	> 0
saddle	real	> 0	< 0	< 0

渦構造の抽出基準として、渦度、 Q_2 、圧力は有用な情報となることは明らかである。しかし、熱線風速計を用いた通常の室内実験では渦度を計測することさえ困難であり、まして Q_2 を精度よく得ることは不可能である。そこで本研究では位相平均法を用いて新たに

以下の統計量を定義し、渦構造の抽出を試みた。位相平均の基準はエッジトーン周波数及び円柱後流では渦放出周波数とし、記号 $\langle \rangle$ であらわす。

$$\langle \bar{\omega}_3 \rangle \equiv \left(\frac{\partial \langle \tilde{u}_2 \rangle}{\partial x_1} - \frac{\partial \langle \tilde{u}_1 \rangle}{\partial x_2} \right). \quad (5)$$

$$\langle Q_2 \rangle \equiv \left(\frac{\partial \langle \tilde{u}_1 \rangle}{\partial x_1} \frac{\partial \langle \tilde{u}_2 \rangle}{\partial x_2} - \frac{\partial \langle \tilde{u}_1 \rangle}{\partial x_2} \frac{\partial \langle \tilde{u}_2 \rangle}{\partial x_1} \right). \quad (6)$$

$$\langle \bar{p} \rangle \equiv P_\infty - P + \langle p \rangle, \quad (7)$$

ここで、 P_∞ は大気圧、 P は時間平均圧力をあらわす。位相平均量を扱う上で、注意すべき点をまとめる。(a) 瞬時速度勾配テンソルに基づき抽出される渦構造は、その直径が Kolmogorov スケールの数倍程度と微小な渦構造である。しかし、位相平均速度勾配テンソル $\langle Q_2 \rangle$ により抽出される構造は、より大きなスケールとなる。本解析では、準二次元的な大きなスケールの渦構造を対象とする。(b) Hussain らが導いた位相平均 N.S. 式のダイバージェンスをとると、位相平均圧力のラプラシアンは以下となる⁽¹⁵⁾。

$$\frac{1}{2} \nabla^2 \langle \bar{p} \rangle = \left\langle \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} - \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_2} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_1} \right\rangle. \quad (8)$$

つまり、位相平均をした場合には式 (4) は成り立たず、

$$\langle Q_2 \rangle \neq \frac{1}{2} \nabla^2 \langle \bar{p} \rangle. \quad (9)$$

本研究では組織構造の抽出基準として、(i) 位相平均渦度 $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ が大きな領域、(ii) 位相平均圧力 $\langle \bar{p} \rangle$ の極小領域、(iii) 位相平均速度勾配テンソルの不変量 $\langle Q_2 \rangle$ が大きな領域、を用いた。これら三つの手法は互いに独立と考えられる。また、後に述べる円柱実験の結果に基づき、(ii) と (iii) が一致する構造を旋回を伴う組織構造として渦構造と呼ぶことにする。

4. 実験結果と考察

本章では、低レイノルズ数 ($Re = 3700$) での円柱後流渦と高レイノルズ数 ($Re = 22000$) でのエッジトーン渦の抽出をおこなった結果をまとめる。抽出基準は前章で述べた (i), (ii), (iii) を用いる。構造抽出に速度勾配テンソルの不変量 Q_2 を用いることと、圧力を用いることは式 (4) からわかるように等価となる。しかし、位相平均をおこなった場合には、両者は等しくはならず、 $\langle Q_2 \rangle$ が渦構造をどの程度正確に抽出できるのか明らかではない。そこで、カルマン渦列にみられる明確な渦構造を $\langle Q_2 \rangle$ で抽出し、その結果をふまえてエッジトーン渦の抽出について議論したい。

4-1 円柱後流における圧力測定 まず、圧力測定結果の妥当性について検討する。平均圧力はレイノルズ方程式 (x_2 方向) をとおして速度成分と以下のように関係付けられる。

$$\bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_1} + \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial x_1^2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial \bar{u}_1 \bar{u}_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{u}_2^2}{\partial x_2}. \quad (10)$$

中心軸付近では y 方向及び x 方向への変化を近似的に省略できるため、

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{u}_2^2}{\partial x_2} = 0. \quad (11)$$

と簡略化される。中心軸上と十分に離れた位置で積分することにより、

$$\bar{u}_2^2 = (P_\infty - P)/\rho, \quad (12)$$

が導かれる。すなわち、平均静圧を y 方向の速度変動 rms 値で見積もることができる。図4に実験条件: $Re = 3700, x_1/d = 5$ での測定結果を示す。 $\bar{\rho u_2^2}$, $(P_\infty - P)/\rho$ ともに後流中心で最大値を示し、中心軸付近 ($-0.5 \leq x_2/d \leq 0.5$) において、変動速度の直接測定の結果は、式 (12) とよく一致している。これより平均静圧の測定が精度よくおこなわれていると理解できる。外縁では次第に両者の差異が大きくなるが、これは境界層近似が成り立たず、従って式 (12) が成り立たないことが主な理由と考えられる。

図5 (a) には圧力変動の rms 値 ($\bar{p'}$), 圧力速度相関 ($\bar{p'u_1}, \bar{p'u_2}$) の分布を示し、図5 (b) にはKobashiらの円柱後流での測定結果⁽¹⁶⁾を示した。円柱直径に基づく Re 数は約 9000 ($d = 10\text{mm}$, $U_\infty = 14\text{m/s}$) で $x_1/d = 42$ での計測結果である。実験条件が異なるため、本測定結果との定量的な比較はできないが、分布形状などの対比をおこなってみたい。 $\bar{p'}$, $\bar{p'u_1}$ は中心軸対称、 $\bar{p'u_2}$ は中心点対称となるため、後流下側 ($x_2/d \leq 0$) の範囲のみを示した。圧力変動の統計量について報告されている例は極めて少ないため、本実験結果を客観的に評価することは難しいが、いくつかの特徴をまとめておく。

$\bar{p'}$ の分布は中心軸上で極小値をもち、 $|x_2/d| = 0.5$ で最大値をとる。このピーク位置は u_1 の rms 値 ($\bar{u_1'}$) やレイノルズ応力 $-\bar{u_1 u_2}$ の場合に比べて、やや中心よりになる。Kobashi らの結果も定性的には同様である。圧力速度相関 $\bar{p'u_1}$ は中心軸対称の分布で、中心軸上で正の相関、外縁では負の相関を示し、 $|x_2/d| = 0.5$ で極小値を示す。また、 $\bar{p'u_2}$ の分布は、 $x_2/d < 0$ で負の相関、 $x_2/d > 0$ で正の相関を示す点対称分布となる。

相関の及ぶ範囲は、 $|x_2/d| < 1$ であり u_1 の場合に比べて狭くなっている。Kobashi らの結果では、ピーク位置が外縁に移動している。

Fig. 4 Comparison between measured static pressure profile and velocity fluctuation intensity ρu_2^2 . Note that the two quantities should agree [Eq.(12)] when the boundary layer assumption holds.

Fig. 5 (a) Cross sectional distributions of $\bar{p'}$, $\bar{p'u_1}$, $\bar{p'u_2}$. $\circ$, $\triangle$, and $\square$: present measurements. $\blacktriangle$ and $\blacksquare$: Lumley model calculation [Eq.(13)] based on measured velocities at $x_1/d = 5$. (b) Kobashi et al's results of $Re = 9000$ at $x_1/d = 42$ ⁽¹⁶⁾.

Lumly はレイノルズ応力の輸送方程式を閉じるため、以下のモデルを提案した。

$$-\bar{p'u_i} = \bar{u_i u_j u_j} / 5. \quad (13)$$

上式は圧力ポアソン方程式のソース項を一様乱流場と仮定することで導かれている^{(17) (18)}。図5 (a) には、 $j = 1, 2$ としてモデルより計算される圧力速度相関を示した。実験では u_3 を測定していないので定量的な

Fig. 6 Contour plots of phase-averaged quantities at phase angle of $T_k/8$. (a) phase-averaged vorticity $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$, (b) phase-averaged pressure $\langle \bar{p} \rangle$, (c) phase-averaged velocity gradient tensor $\langle Q_2 \rangle$. Overlaid are phase averaged vorticity contour lines as indicated in Fig.6 (a).

一致は期待できないが、Aronson らの測定結果によれば $j = 3$ の場合にも同様の分布形状を示すようである⁽¹⁹⁾。圧力の直接測定と Lumley のモデルとを比較すると、極小値を示す x_2/d の位置の不一致が無視できない。これは、式 (13) が成立する条件としての場が一樣でないことが主な理由と考えられるが、速度・圧力の同時測定誤差も含まれていると考えている⁽⁶⁾。圧力プローブと熱線プローブは厳密に同一位置での計測ができないため、両者の空間位置のズレや相互のプローブと流れ場の干渉が相関係数の計測に影響を与える。この影響はレイノルズ数が大きく、細かなスケールほど顕著になると考えられる。

4.2 円柱後流渦の抽出 図 6 (a) に円柱後流、 $T_k/8$ (T_k : 渦放出周期) での位相平均渦度 $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ の分布を示した。色が白から黒に近づく程大きな値であることに対応する。後流中心軸 ($x_2/d = 0$) の下側に正の渦度、上側に負の渦度が集中する領域が存在し、良く知られた千鳥状配列の組織構造が確認できる。次に、図 6 (b) に円柱後流での位相平均圧力 $\langle \bar{p} \rangle$ の分布を示す。比較のために図 6 (a) で求めた位相平均渦度の等値線を実線により示した。大気圧より低く負圧を示すのは、式 (12) より明らかである。また、等値線で示した位相平均渦度の集中領域で負圧の極小値が存在する。図 6 (c) に $\langle Q_2 \rangle$ の分布を示す。位相平均渦度の等値線を実線により示した。位相平均渦度分布の中心付近で $\langle Q_2 \rangle$ は正の値を示しており、focus 領域が $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ に基づく組織構造と良く一致するといえる。隣り合う構造と構造の間では $\langle Q_2 \rangle$ が負の値を示し、saddle 領域の存在を示す。また、focus や saddle 領域は図 6 (b) に示す位相平均圧力の低圧部と高圧部に対応する。

$\langle \bar{p} \rangle$ と $\langle Q_2 \rangle$ の関係は表 3 に示した関係を満たしている。以上より、位相平均速度勾配テンソルは、旋回をともなう組織構造（渦構造）を抽出することがわかった。また、Toyoda らは励起円形噴流場で本実験と同種の解析をおこない、位相平均渦度の集中領域と変動圧力の負圧領域が一致する事を明らかにしている⁽²⁰⁾。

4.3 エッジトーン現象での渦構造の抽出 図 7 (a), (b) にエッジトーン実験における位相、 $7T_e/8$, $8T_e/8$ (T_e : エッジトーン周期) での位相平均渦度 $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ の分布を示す。図 6 と同様に、色が白から黒に近づく程大きな値を示す。図中の○印は流れ方向の位相平均速度 $\langle \bar{u}_1 \rangle$ が各 x_2 断面上で最大となる位置を示した。紙面の都合上全ての位相における結果を示すことはできないが、プロット点○は位相変化に対応して上下に振動し、噴流軸の周期的な振動に対応する。衝突噴流領域 ($x_1/b_e \leq 20$) に注目すると、位相平均渦度はノズル出口付近のせん断層で最も大きな値を示し、下流方向へと減衰する。しかしながら、組織構造の存在を示唆する渦度の集中領域は図 7 (a), (b) 共に存在しない。これに対して壁面噴流領域では位相平均渦度の集中領域が $x_1/b_e \approx 30$ で現れて下流へ移動する。図 8 (a), (b) に位相平均圧力 $\langle \bar{p} \rangle$ の分布を示す。比較のために図 7 で求めた位相平均渦度の等値線を実線により示す。静圧プローブの形状による制限のため、噴流下側のみ測定をおこなったが、負圧の領域が図 8 (a) の噴流衝突領域中の $x_1/b_e \approx 15$ に局在し、組織構造の存在を示唆する。また、壁面噴流領域の $x_1/b_e \approx 30$ に注目すると、図 7 で抽出された位相平均渦度の集中領域と負圧領域は重なる。つまり、衝突噴流領域では $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ と $\langle \bar{p} \rangle$ の一致はみられないが、壁面噴流領域にお

 Fig. 7 Contour plot of phase-averaged vorticity, $\langle \tilde{\omega}_3 \rangle$ at a fixed phase angles, (a) $7T_e/8$, (b) $8T_e/8$.

 Fig. 8 Contour plot of phase-averaged pressure, $\langle \tilde{p} \rangle$ at a fixed phase angles, (a) $7T_e/8$, (b) $8T_e/8$.

 Fig. 9 Contour plot of phase-averaged velocity gradient tensor, $\langle Q_2 \rangle$ at a fixed phase angles, (a) $7T_e/8$, (b) $8T_e/8$.

いては両者は良く対応している。

図9 (a), (b)に $\langle Q_2 \rangle$ の分布を示す。同様に位相平均渦度の等値線を実線により示した。図9 (a)の衝突噴流領域中の $x_1/b_e \simeq 15$ において正の集中領域 (即ち、focus 領域) が明確に局在し、この領域は図7 (a)の位相平均圧力の負圧領域と一致する。紙面の都合上省略するが、各位相での focus 領域を観察すると、衝突噴流領域で形成された組織構造は壁面噴流領域へと移動することがわかる。また、壁面噴流領域でも負圧の個所と focus 領域の対応は良く、この傾向は全ての位相において確認された。つまり、 $\langle \tilde{p} \rangle$ と $\langle Q_2 \rangle$ の分布は、衝突噴流領域と壁面噴流領域いずれにおいてもよく対応しており、本研究で定義した渦構造の存在を示唆する。

衝突噴流領域において、 $\langle \tilde{\omega}_3 \rangle$ の分布は $\langle \tilde{p} \rangle$ や $\langle Q_2 \rangle$ の分布と異なることがわかったが、三成分分解を用いて、この原因について考察してみたい。三成分分解は、

$$\tilde{u}_i = \bar{u}_i + u_i = \bar{u}_i + u_{i\theta} + u_{is}, \quad (14)$$

とあらわされ、 $u_{i\theta}$ は変動速度の周期成分、 u_{is} は非周期成分をあらわす⁽⁴⁾。位相平均は以下となる。

$$\langle \tilde{u}_i \rangle = \bar{u}_i + \langle u_{i\theta} \rangle. \quad (15)$$

これに対して、位相平均速度を渦構造からの寄与 $\langle u_{ic} \rangle$ とそれ以外の成分 $\langle u_{ib} \rangle$ に分離できたとする。

$$\langle \tilde{u}_i \rangle = \langle u_{ib} \rangle + \langle u_{ic} \rangle. \quad (16)$$

$\langle u_{ib} \rangle$ は時間平均速度などの速度成分含み、以降では、バックグラウンドと定義する。このとき位相平均渦度は、

$$\langle \tilde{\omega}_3 \rangle = \langle \tilde{\omega}_{3b} \rangle + \langle \tilde{\omega}_{3c} \rangle, \quad (17)$$

$$\langle \tilde{\omega}_{3b} \rangle = \frac{\partial \langle u_{2b} \rangle}{\partial x_1} - \frac{\partial \langle u_{1b} \rangle}{\partial x_2}, \quad (18)$$

$$\langle \tilde{\omega}_{3c} \rangle = \frac{\partial \langle u_{2c} \rangle}{\partial x_1} - \frac{\partial \langle u_{1c} \rangle}{\partial x_2}, \quad (19)$$

と変形できる。 $\langle \tilde{\omega}_{3b} \rangle$ がバックグラウンドによる渦度をあらわし、 $\langle \tilde{\omega}_{3c} \rangle$ は渦構造からの寄与をあらわす。円柱後流において、 $\langle \tilde{\omega}_3 \rangle$ によって渦構造が抽出できた理由は $\langle \tilde{\omega}_{3c} \rangle \gg \langle \tilde{\omega}_{3b} \rangle$ であることに他ならない。これに対し、エッジトーン実験の衝突領域で位相平均渦度による渦構造の抽出が上手くいかなかったのは、 $\langle \tilde{\omega}_3 \rangle$ に対する $\langle \tilde{\omega}_{3b} \rangle$ の寄与が大きいためである。両者の流れ場の違いもあるが、一般的に Re 数が高くなる程、 $\langle \tilde{\omega}_{3c} \rangle$ に比べて $\langle \tilde{\omega}_{3b} \rangle$ が大きくなり、位相平均渦度による渦構造の抽出に誤差が生じると考えられる。

位相平均速度を $\langle u_{ib} \rangle$ と $\langle u_{ic} \rangle$ に正確に分離する方法は著者らの知る限り存在しないが、既報で周期成分の位相平均渦度 $\langle \tilde{\omega}_{3\theta} \rangle$,

$$\langle \tilde{\omega}_{3\theta} \rangle = \frac{\partial \langle u_{2\theta} \rangle}{\partial x_1} - \frac{\partial \langle u_{1\theta} \rangle}{\partial x_2}, \quad (20)$$

を用いた組織構造の抽出を試みた⁽⁴⁾。これは $\langle u_{ib} \rangle$ を時間平均速度 $\bar{u}_i$, $\langle u_{ic} \rangle$ を変動速度の周期成分 $\langle u_{i\theta} \rangle$ と仮定した組織構造の抽出方法である。しかし、抽出された構造は中心軸上 ($x_2/b_e = 0$) を通過し、明らかに $\langle \tilde{p} \rangle$ で抽出される構造とは異なる。これは、時間平均速度が組織構造によって引き起こされた速度 $\langle u_{ic} \rangle$ の一部を含むことが原因と考えられる。すなわち、バックグラウンド速度として、時間平均速度を差し引くことは明らかに過剰であると考えられる。

次に $\langle Q_2 \rangle$ について考える。式 (4) を三成分分解し、位相平均を取ると、位相平均圧力に関するポアソン方程式が導かれる。

$$\frac{1}{2} \nabla^2 \langle \tilde{p} \rangle = -\frac{1}{2} \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial x_j} \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \langle u_{is} u_{js} \rangle}{\partial x_i \partial x_j} \quad (i, j = 1, 2). \quad (21)$$

つまり、上式の右辺第一項は $\langle Q_2 \rangle$ に等しい。円柱後流やエッジトーンの実験において、 $\langle Q_2 \rangle$ の正領域と $\langle \tilde{p} \rangle$ の負の領域は良く対応しており、これは、どちらの流れ場においても、式 (21) の右辺第一項が卓越的であり、

$$\frac{1}{2} \nabla^2 \langle \tilde{p} \rangle \simeq -\frac{1}{2} \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial x_j} \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial x_i} = \langle Q_2 \rangle, \quad (22)$$

の関係が成立する事を示している。以上より、流れ場が二次元と近似できる場合には、渦構造の抽出には $\langle \tilde{p} \rangle$ に基づく方法が最適であるが、式 (22) の近似が成り立つ場合には、 $\langle Q_2 \rangle$ に基づく方法、さらにバックグラウンドの影響が小さい場合には $\langle \tilde{\omega}_3 \rangle$ に基づく方法でも渦構造が抽出される事が明らかになった。

4.4 渦構造の対流速度 これまでの解析から、高 Re 数エッジトーン現象でも $\langle Q_2 \rangle$ と $\langle \tilde{p} \rangle$ に基づき抽出された組織構造 (即ち、渦構造) は良く対応することがあきらかとなった。これは、エッジトーン渦が渦構造を形成していることを裏付ける結果となる。本節では、 $\langle Q_2 \rangle$ が極大値を示す位置を渦構造の中心と定義し、その時間変化から対流速度を見積もる。

渦構造の中心座標 x_1 が時間とともに変化する様子を図 10 に示した。図中の一点破線は平板先端位置 ($x_1/b_e = 20$) に対応する。衝突噴流領域と壁面噴流領域に分けて、各々の領域で傾きを求めると (図中の実線と破線に対応)、対流速度 C_x を見積もることができる。その結果、衝突噴流領域で $C_x = 8.0\text{m/s}$ 、壁

Fig. 10 The location of the maximum point of $\langle \tilde{p} \rangle$ in downstream direction as a function of time.

面噴流領域で $C_x = 6.5\text{m/s}$ となる。なお、紙面の都合上示さないが、同様の方法で y 方向への対流速度 C_y を見積もると、 $C_y \simeq 0.6\text{m/s}$ となり、 C_x に比べて 1 オーダ小さい値となった。渦構造の対流速度を位相平均速度場から差し引いた ($\langle \tilde{u}_1 \rangle - C_x, \langle \tilde{u}_2 \rangle - C_y$) を図 11 (a), (b) にベクトル記号で示す。それぞれ位相 $7T_e/8, 8T_e/8$ に対応する。 C_y が相対的に小さいため、この図は渦構造の移動系で見た速度ベクトルとみなすことができる。比較のために図 8 (a), (b) で抽出した $\langle \tilde{p} \rangle$ の等値面を重ねた。 $\langle \tilde{p} \rangle$ の極小位置を中心として、速度ベクトルは旋回しており、図 8, 9 で抽出した組織構造が旋回流を伴うことを裏付けている。

次にこの対流速度とエッジトーンとの関連について考察したい。エッジトーン現象の発生メカニズムは、渦構造の衝突に伴って生じる音による正帰還によって説明されている⁽¹⁾。すなわち、噴流中の大スケール渦構造が物体前縁に衝突して局所的な圧力変動源を形成する。圧力は音速でノズル出口のせん断層へと伝播し、渦度変動を誘起する。誘起された渦度は Kelvin-Helmholtz の不安定性により下流方向に渦構造へと成長し、再び物体に衝突することで帰還ループは閉じる。この仮説より、圧力変動源と受感部の距離を ℓ 、下流へ移動する渦構造の速度を u_p 、上流へ伝播する音速を a_0 とすると、以下の関係が成立する^{(1) (21)}。

$$\frac{\ell}{u_p} + \frac{\ell}{a_0} = \frac{n}{f_e}. \quad (23)$$

ここでの n は振動のステージ、 f_e はエッジトーン周波数を表し、 n/f_e は振動の周期に対応する。本実験条件では、噴流軸の振動から $n = 1$ となる。 ℓ はノズル出口から平板先端までの距離 ($= 20b_e$) とする。 $f_e = 40\text{Hz}$ 、 $a_0 = 344\text{m/s}$ を用いて対流速度を求めると、 $u_p \simeq 8.0\text{m/s}$ となる。この対流速度は図 10 から求めた衝突噴流領域での渦構造の対流速度 C_x とほぼ等しい。この結果は $\langle Q_2 \rangle$ や $\langle \tilde{p} \rangle$ に基づいて取り出した渦構造が帰還メカニズムの一部であり、その対流速度がエッジトーン周波数を決定することを示している。

Fig. 11 The velocity field viewed from a reference frame moving downstream at a speed C_x . The phase is fixed at (a) $7T_e/8$, (b) $8T_e/8$. Overlaid are contour plot of phase-averaged pressure indicated in Fig.8 (a), (b).

5. 結 論

本研究では、低 Re 数円柱後流および高 Re 数エッジトーン流れ場の組織構造の抽出に (i) : 位相平均渦度 $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ が大きな領域, (ii) : 位相平均圧力 $\langle \bar{p} \rangle$ が負の値を示す領域, (iii) : 位相平均速度勾配テンソル $\langle Q_2 \rangle$ の正領域を用いた。両流れ場で抽出された組織構造の比較を通じて、高 Re 数エッジトーン流れ場における渦構造の存在について考察した。結論を以下にまとめる。

- (1) 低 Re 数円柱後流では、上記の3つの指標に基づき抽出された組織構造は互いに良く対応しており、各指標が渦構造抽出に有効である。
- (2) 高 Re 数エッジトーン現象の衝突噴流領域では、 $\langle \bar{p} \rangle$ の負領域と $\langle Q_2 \rangle$ の正領域は良く対応しており、渦構造を抽出することが可能である。しかし、 $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ は、これらの分布と一致しない。その理由として、バックグラウンドの速度勾配が大きいことが考えられる。
- (3) $\langle Q_2 \rangle$ が極大となる位置の時間的変化から渦構造の移動速度を見積もった。衝突噴流領域での速度は約 8.0m/s となった。これは Powell らのフィードバック理論から求まる速度とほぼ一致し、 $\langle \bar{p} \rangle$ や $\langle Q_2 \rangle$ から抽出された渦構造がフィードバックメカニズムに寄与することを裏づけている。位相平均速度場から移動速度を差し引くことにより、旋回を伴う組織構造の存在が明らかとなり、これはエッジトーン渦が渦構造であることを示唆している。

文 献

- (1) A. Powell, Acous. Soc. America., Vol. 33-4(1961), pp. 395-409.
- (2) L. Micheal, D. Rockwell, Journal of Fluid Mech., Vol. 147(1983), pp. 333-352.
- (3) Y. Kawai, Y. Tsuji, Y. Kukita, Transaction of the JSME, Series B, 70-692 (2004-4), pp. 935-942.
- (4) Y. Kawai, Y. Tsuji, Y. Kukita, Transaction of the JSME, Series B, 72-716 (2006-4), pp. 915-923.
- (5) J. Imaiida, Y. Tsuji, Y. Kukita, Proceedings of the annual meeting of JSME, 1223, (2002), pp. 157-158.
- (6) Y. Tsuji, J. Imaiida, H. Abe, Pressure Measurement in Fully Developed Turbulence, Transaction of the JSME, Series B, 72-719 (2006-7), pp.1710-1717.
- (7) B. J. Cantwell, D. Coles, 1983, Journal of Fluid Mech., Vol. 136(1983), pp. 321-374.
- (8) A. K. M. F. Hussain, K. B. M. Q. Zaman, J. Fluid Mech., Vol. 101(1980), pp. 493-544.
- (9) A. K. M. F. Hussain, Phys. Fluids., Vol. 26-10(1983), pp. 2816-2850.
- (10) J. Jeong, F. Hussain, Journal of Fluid Mech., Vol. 285(1995), pp. 69-94.
- (11) M. S. Chong, A. E. Perry, B. J. Cavtwell, Phys. Fluids A, Vol. 2(1990), pp. 765-777.
- (12) A. E. Perry, M. S. Chong, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 19(1987), pp. 125-155.
- (13) J. Jeong, F. Hussain, W. Schoppa, J. Kim, Journal of Fluid Mech., Vol. 332(1997), pp. 185-214.
- (14) S. Kida, H. Miura, Eur. J. Mech. B/Fluids, 17(1998), pp. 471-488.
- (15) W. C. Reynolds, A. K. M. F. Hussain. J. Fluid Mech., Vol. 54-2(1972), pp. 263-288.
- (16) Y. Kobashi, J. Physical Soc. Japan., Vol. 12(1957), pp. 533-543.
- (17) J. L. Lumley, Advances in Applied Mechanics., Vol. 18(1978), pp. 123-176.
- (18) Y. Naka, T. Omori, S. Obi, S. Masuda, Turbulence and Shear Flow Phenomena. Vol. 1(2005), pp. 1125-1130.
- (19) D. Aronson, and L. Löfdahl, Phys. Fluids, Vol.6 (1994), pp.2716-2721.
- (20) Y. Shirahama, K. Toyoda, Transaction of the JSME, Series B, 59-567 (1993-11), pp.3381-3387.
- (21) M. Kiya, O. Motizuki, J. W. Park, Y. Shirahama, J. Sound and Vibration., Vol. 188(1995), pp. 3-16.