スパン方向に有限な長さをもつ円柱の流力振動に関する数値解析* (流れ方向振動の場合)

六 郷 彰^{*1}, 岡 島 厚^{*2}, 上 田 俊 弘^{*3}
山 本 浩 輝^{*4}, 木 綿 隆 弘^{*5}, 木 村 繁 男^{*6}

Numerical Analysis of Flow-Induced Oscillation of a Circular Cylinder with Finite Span-Wise Length (In the Case of In-Line Oscillation)

Akira ROKUGO^{*7}, Atsushi OKAJIMA, Toshihiro UEDA,
Hiroki YAMAMOTO, Takahiro KIWATA and Shigeo KIMURA

^{*7} Research and Development Center, YKK Corporation,
200 Yoshida, Kurobe-shi, Toyama, 938-8601 Japan

Flow-induced vibration often becomes a cause that damaged in a structure and causes a serious accident like the case of "Monju". Therefore, the research of mechanism of flow-induced vibration is very important subject. Moreover, many structures have three-dimensional shape with sharp edge in span-wise direction. Therefore we investigated the three-dimensional flow structure about flow-induced vibration of a circular cylinder with finite span-wise length by numerical simulation. An analysis object is three kind of span-wise length, $L=2.5D$, $5D$ and $8D$, where D is a diameter of circular cylinder. The range of simulated reduced speed is 1.5 to 4.0, in which shows 'in-line oscillation'. A reduced mass-damping parameter sets to zero. We assumed that the flow field is unsteady and laminar because Reynolds number which is defined by uniform flow velocity U and D , is 10^3 . We inspected simulated results in detail and investigated the relation between the fluctuation of fluid forces and flow pattern. As a result, at small span-wise length, because cylinder is largely affected by the flow, which rolls up from the tip, vortex shedding is restrained. On the other hand, as larger span-wise length, the flow interference between tip and wake, so the flow pattern and fluid forces affected to cylinder is more complex.

Key Words: Numerical Simulation, Flow-Induced Vibration, Wake, Separation, Vortex

1. 緒 言

1995 年の高速増殖炉「もんじゅ」の温度計さや管破損事故は、配管内に挿入した温度計ウェルが流れによる流れ方向振動で疲労破壊したことがおもな原因である。水や金属ナトリウムなど液体流中では構造物の質量比の値が小さくなり、しかも構造減衰比が極めて小さい場合、質量比と対数減衰率との積からなる換算減衰率は極端に小さくなり、構造物の流れ方向振動が発生しやすくなる。このような流れ方向振動は、換算流速が共振流速の半分の流速付近の場合に発生する限定的な振動現象であり、対称渦によるものと交互渦によるものの二つの振動機構の存在が実験的に報告⁽¹⁾⁽²⁾されている。数値解析的研究でも、Nakamura⁽³⁾がレ

イノルズ数 $Re=10^3$ において、弾性支持された二次元円柱構造物の流れ方向振動について三次元解析を行っている。報告によれば、流れ方向振動の応答特性には二つの励振域が現れ、第1励振域では後流中に対称渦が放出されて直線的なりサージュを描き、第2励振域では交互渦が放出され8の字のリサージュを描くことを明らかにした。

一方、プラント配管中に設置される構造物は有限な長さの三次元物体であり、先端部からの巻き込みによる流れと物体表面からはく離して形成される渦とが干渉して、複雑な流れパターンを呈するが、このような構造物についての流れ方向振動の研究例は実験的研究^{(4)~(7)}が主で、数値解析的な研究例は比較的少ない。

そこで、本研究ではレイノルズ数 10^3 の層流域に限られるが、有限スパン長さをもつ円柱の流れ方向振動の流れ場を数値解析し、換算流速やアスペクト比による円柱の振動特性に及ぼす影響に注目して、スパン方向の流れ構造や励振エネルギー分布を明らかにする。

記号および添字

AR: アスペクト比 $=L/D$

* 原稿受付 2006 年 7 月 6 日。

^{*1} 正員, YKK(株) (〒938-8601 黒部市吉田 200)。

^{*2} 名誉会員, フェロー, 金沢学院短期大学 (〒920-1392 金沢市末町 10)。

^{*3} 川崎重工業(株) (〒673-8666 明石市川崎町 1-1)。

^{*4} トヨタ自動車(株) (〒471-8571 豊田市トヨタ町 1)。

^{*5} 正員, 金沢大学大学院自然科学研究科 (〒920-1192 金沢市角間町)。

^{*6} 正員, 金沢大学自然計測応用研究センター。

E-mail: a-rokugo@ykk.co.jp

C_d : 抗力係数 $= d/1/2\rho U^2 DL$, d : 抗力

C_l : 揚力係数 $= l/1/2\rho U^2 DL$, l : 揚力

C_s : 横力係数 $= s/1/2\rho U^2 DL$, s : 横力

C_p : 無次元圧力係数 $= p^*/1/2\rho U^2$, p^* : 圧力

Cn : 換算減衰率 $= 2m\delta/\rho D^2$

D : 円柱直径

E : 流れ方向の励振エネルギー

$$= \int_0^T C_d \cdot x_c dt / T$$

f_c : 円柱の固有振動数

f_w : 後流渦放出周波数

L : スパン方向長さ

M : 質量比 $= m/\rho D^2$

m : 単位スパン長さあたりの円柱の等価質量

p : 無次元圧力 $= p^*/\rho U^2$, p^* : 圧力

p_m : 圧力の時間平均値

p' : 圧力の時間平均からの変動分

Re : レイノルズ数 $= \rho U D / \mu$

St_c : 円柱の固有ストローハル数 $= f_c D / U$

St_w : 後流のストローハル数 $= f_w D / U$

t : 無次元時間 $= t^* U / D$, t^* : 時間

T : データのサンプリング時間

U : 一様流の流速

Vr : 換算流速 $= U / f_c D$

u : 主流方向の無次元速度 $= u^* / U$, u^* : 主流方向速度

v : 主流直角方向の無次元速度 $= v^* / U$, v^* : 主流直角方向速度

w : スパン方向の無次元速度 $= w^* / U$, w^* : スパン方向速度

x, y, z : 主流, 直角, スパン方向の座標

x_r, y_r : 主流, 直角方向の物体の無次元振動速度

ξ, η : 主流, 直角方向の無次元振動振幅

ρ : 流体の密度

μ : 流体の粘性係数

δ : 振動系の対数減衰率

ϕ : 2点間の後流速度変動の位相差

ϕ : 流れ方向振動変位に対する抗力変動の位相差

rms : 二乗平均値の平方根

2. 数値解析手法

本研究では, 流れ場を非定常, 非圧縮, 粘性流と仮定し, 基礎方程式として一様流流速 U と円柱直径 D で無次元化した連続の式と Navier-Stokes 方程式を用いる. 基礎方程式の離散化は有限差分法に基づいて行う. ここで空間微分項については, 対流項を森西⁽⁸⁾

によって提案された四次精度中心差分法に 4 階微分の数値粘性項を付加した三次精度風上差分法を用い, その他の空間微分項は二次精度中心差分法を用いた. なお, 本研究では流れ場を層流と仮定する. 時間積分は二次精度の Crank-Nicolson 法を用い, 速度と圧力のカップリングには MAC 法のアルゴリズムを用いた. また, 本計算では一様流中に有限長さの円柱がある場合に用いられる L 形格子を用いた. そのため直交性が低下する円周上 $\pm 45^\circ$ において後述の図 3 に示すように, 通常のスタガードメッシュの円柱表面圧力分布には不連続が現れる. そこで本手法では図 1 に示すように速度, 圧力のコントロールボリュームにつき, それぞれの隣接点を補間して計算した.

次に, 計算に用いた格子を図 2 に示す. 解析領域は物体中心から上流側に $6D$, 下流側に $21D$, 主流直角 y 方向に $\pm 6D$, スパン z 方向には $AR=2.5, 5.0, 8.0$ それぞれについて $7.5D, 10D, 13D$ とした. 境界条件は流入部, 流れ直角方向側面およびスパン方向上面には一様流の条件を, 流出境界については対流流出条件を, スパン方向下面には対称条件を, 物体表面については粘着条件をそれぞれ与えた.

上記で説明した計算手法についての妥当性を評価するために, 静止二次元円柱周りの流れを $Re=10^3$ について三次元解析した. その結果, 平均抗力係数 $C_{dm}=0.96$, 揚力係数 C_l の時間変動を周波数解析した後流ストローハル数 St_w は 0.21 となり, 実験結果⁽⁹⁾ の $C_{dm}=1.0$, $St_w=0.20\sim 0.22$ と比較してよい一致を示した. またそのときの二次元円柱の時間平均された無次元表面圧力分布を図 3 に示すが, 本手法の計算結果は, 前述の $\pm 45^\circ$ 付近の圧力の不連続もなく, Thom の実験結果⁽⁹⁾ ($Re=1240$) と定量的にもよい一致が見られる.

振動解析手法については ALE 法⁽¹⁰⁾ を用いた. すなわち図 4 に示すように主流方向および直角方向に自

Fig. 1 Control volume of the present study

Fig. 2 Computational grid for a circular cylinder with finite span-wise length ($AR=5$)

Fig. 3 Time-averaged surface pressure distribution around 2-dimensional cylinder

Fig. 4 Oscillation model of a circular cylinder supported elasticity with spring and damper

由度をもつ弾性支持された有限スパン長さの剛体円柱が一様に振動するものとする。そこで円柱の振動方程式を各時間ステップごとにルンゲ・クッタ法に基づいて解き、得られた無次元振動速度 x_r , y_r を Navier-Stokes 方程式の対流項に導入し、解析領域全体を等しい振幅で振動するようにする。

計算条件はレイノルズ数を $Re=10^3$ 、アスペクト比については $AR=2.5, 5.0, 8.0$ の3種類を、換算流速については $Vr=1.5\sim 4.0$ の範囲で、主として流れ方向振動に注目する。換算減衰率は、流れ方向振動の振幅が比較的大きくなるように $Cn=0$ に設定した。

Table 1 Drag coefficient and Strouhal number of stationary cylinder with different aspect ratio at $Re=10^3$

AR	2.5	5.0	8.0	Exp ⁽¹¹⁾ (AR=5.0)
C_d	0.66	0.67	0.70	0.68
St_w	0.068	0.156	0.159	—

3. 解析結果

3・1 静止円柱の抗力係数とストローハル数 表1にレイノルズ数 $Re=10^3$ でアスペクト比 $AR=2.5, 5.0, 8.0$ の各円柱の静止のときの抗力係数 C_d およびストローハル数 St_w を示す。アスペクト比の減少に伴い、 C_d 値は減少する一方、後流の卓越するストローハル数 St_w は、 $AR=5.0, 8.0$ では約0.16となるのに対し、 $AR=2.5$ では後流の卓越成分の強さは弱く、その値は $St_w=0.068$ で小さい。また本解析では流路下面では対称条件を付加して流れ場の半分のみを計算しているため、Wieselsberger⁽¹¹⁾ の $AR=5.0$ の結果に相当し、本計算の $AR=2.5$ の C_d 値0.66はWieselsbergerの実験結果(0.68)とほぼ一致している。

3・2 換算流速に対する振動応答特性の変化 図5～7に各アスペクト比における、換算流速 Vr に対する振動応答特性の変化を示す。 $AR=2.5$ の場合、図5に示すように $Vr \geq 2.0$ で流れ方向振動が生じ、 $Vr=2.5$ 付近で最大値となり、以降 $Vr=3.25$ 付近まで振幅を急激に減衰し、 $Vr=3.25\sim 3.75$ まで微小振幅で振動し、励振域は一つのみである。後流変動($x=4D$, $y=D$ の位置)は $St_c/2$ にロックインして、円柱は固有振動数で振動している。次に $AR=5.0$ の場合、図6に示すように流れ方向振動は $Vr \geq 1.75$ で発振し始め、 $Vr=2.25$ 付近で最大となり、 $Vr=2.75$ まで急激に減衰した後、 $Vr=3.75$ にかけて漸減する。この場合も全振幅域において $St_c/2$ にロックインしている。 $AR=8.0$ の場合は、図7のように $AR=5.0$ の場合とほぼ同様の振動特性を示すが、 $Vr=2.5\sim 3.25$ における振幅が、アスペクト比の増加とともに大きくなっていることが注目される。図8には各アスペクト比における振動振幅が最も大きくなる場合の応答振幅リサージュを示す。いずれのアスペクト比においても流れ方向の振幅が支配的であることがわかる。一方、換算流速が増加し、振動振幅が小さくなる $Vr=3.0$ の場合、流れ直角方向にもわずかに振動するようになり、アスペクト比8.0のリサージュは図9(b)に示すようにつぶされた8の字を描くようになる。

Fig. 5 Variation of response amplitude and St_w versus reduced velocity for $AR=2.5$ cylinder

Fig. 6 Variation of response amplitude and St_w versus reduced velocity for $AR=5.0$ cylinder

Fig. 7 Variation of response amplitude and St_w versus reduced velocity for $AR=8.0$ cylinder

3・3 流れ方向振動の流力特性 図10に各アスペクト比における流れ方向振動振幅の Vr に対する応答特性をまとめて示す。図10から、発振流速はアスペクト比によって異なり、特に $AR=2.5$ の発振流速は $Vr=2.0$ で大きい。この場合、静止時の後流渦の卓越成分は弱い、その卓越する St 数は $St_w=0.068$ で小さいことから、発振流速は大きくなるものと考えられる。またアスペクト比が $AR=5.0$ から 8.0 に増加す

Fig. 8 Lissajous of a cylinder ($Vr=2.25$)

Fig. 9 Lissajous of a cylinder ($Vr=3.0$)

Fig. 10 Variation of in-line oscillation amplitude versus AR

るに伴い、 $Vr=2.75\sim 3.25$ の流速域の振幅が増加する。

Fig. 11 Time variation of pressure fluctuation p' distribution around $AR=5.0$ cylinder surface at $Vr=2.25$

Fig. 12 Time variation of pressure fluctuation p' distribution around $AR=8.0$ cylinder surface at $Vr=2.25$

4. 考 察

4・1 スパン方向の表面無次元圧力分布 図 11 には、付図に示す円柱下流側から見た円柱背面上の無次元圧力分布(アスペクト比 $AR=5.0$)を示す。図 11 は、圧力 p から時間平均 p_m を引いた変動分 p' の時間変動分布を示すが、円柱の変位が最大のとき(a)、変動圧力は円柱背面で強い負の値を示すことがわかる。その後変位が小さくなるにつれて背面での変動圧力は回復して、変位が最小(c)で p' は最も大きくなる。これらすべての時刻において、円柱先端から少し下部の $0.2 \sim 1.5D$ 付近において変動圧力の値が小さくなっている領域があることがわかる。また圧力の変動は全スパンではほぼ同位相の変化をしており、二次元性の強い対称渦が形成されているものと考えられる。一方、図 12 に示す $AR=8.0$ の場合には、円柱先端から $z/D=4 \sim 5$ 付近までは $AR=5.0$ の場合と同様の変化を示すのに対し、根元部分においては、後述のごとく交互渦が形成されるため、 p' の変動は図の円柱左右で非対称となり、変動周期が長くなる。

Fig. 13 Pressure distribution of flow field around $AR=8.0$ cylinder at $Vr=2.0$ ($t=372.5$)

Fig. 14 Pressure distribution of flow field around $AR=8.0$ cylinder at $Vr=2.25$ ($t=395.6$)

Fig. 15 Pressure distribution of flow field around $AR=8.0$ cylinder at $Vr=3.0$ ($t=895.6$)

4・2 各スパン断面における流れ場の無次元圧力分布 図13~15に $AR=8.0$ を代表例として、流れ方向振幅が最大の時刻の各スパン断面における無次元圧力分布の変化を示す。振動振幅が急増する $Vr=2.0$ の場合、図13に示すようにスパン断面いずれも対称渦が形成されている。図14に示す振動振幅がピークとなる $Vr=2.25$ の場合には、先端から $z/D=5.0$ 付近までは対称渦が放出される。一方、根元の部分においては交互渦が形成されており、これは図12と一致する。さらに換算速度を増した $Vr=3.0$ の場合、図15に示すように $z/D=5.0$ においても交互渦を放出し、交互渦の形成領域が Vr の増加とともに円柱先端に及んでいる。これにより流れ直角方向成分の振動が増幅するものと考えられる。以上より、いずれのアスペクト比の円柱の流れ方向振動は第1励振域が支配的であり、アスペクト比8の場合、交互渦の形成により第2励振域が成長する。

4・3 後流渦のスパン方向の変化 図16にアスペクト比 $AR=5.0$ および 8.0 について、 $Vr=2.0$ の場合の卓越するストローハル数 St_w と後流渦の位相差

Fig. 16 Strouhal number St_w and phase difference ϕ at each span-wise height ($Vr=2.0$)

ϕ (図16中の2点間の無次元速度 u の位相差)を示す。図16(a) $AR=5.0$ の場合、卓越渦成分はスパン方向全域にわたって $St_w=0.48$ に一致し、後流の速度の位相差も $\phi=0^\circ$ で、同位相の対称渦が放出されている。

 Fig. 17 Strouhal number St_w and phase difference ψ at each span-wise height ($Vr=2.25$)

 Fig. 18 Strouhal number St_w and phase difference ψ at each span-wise height ($Vr=3.0$)

一方、図 16(b) $AR=8.0$ の場合は周波数の第 1 ピークは $AR=5.0$ の場合と同様でスパン方向全域にわたって $St_w=0.48$ に一致し、後流の速度の位相差も $\psi=0^\circ$ となり、図 13 に示したように同位相の対称渦の放出が支配的である。図 17 に示す $Vr=2.25$ の場合、(a) $AR=5.0$ において、卓越渦成分はスパン方向全域にわたって $St_w=0.44$ に一致し、後流の速度の位相差も $\psi=0^\circ$ で、同位相の対称渦が放出されていることは図 11 の p' の変化と一致する。一方、図 17(b) $AR=8.0$ の場合、 $AR=5.0$ で見られた対称渦は先端部 ($z/D=5\sim 8$) のみに限られ、円柱根元部 ($z/D=0\sim 5$) の領域では卓越 St 数は $St_w=0.24$ となり、また速度の位相差は $\psi=180^\circ$ で交互渦を形成放出している。このようなスパン方向の渦形成の変化は、図 12, 14 に示した圧力分布の変動とよく対応している。さらに図 18 に示す換算流速の大きい $Vr=3.0$ の場合には、(a) $AR=5.0$ の場合、先端部 ($z/D=2\sim 5$) では対称渦が形成され、根元部の $z/D=0\sim 2$ で交互渦が生じている。また、図 18(b) $AR=8.0$ の場合も先端部から $3D$ の $z/D=5\sim 8$ で対称渦が形成されており、図 15 の圧力分布のパターンと合致している。しかし、根元部 ($z/D=0\sim 5$) では、支配的な交互渦成分に対し、対

 (a) $AR=2.5$ cylinder $Vr=2.5$

 (b) $AR=5.0$ cylinder $Vr=2.25$

 (c) $AR=8.0$ cylinder $Vr=2.0$

 (d) $AR=8.0$ cylinder $Vr=2.25$

Fig. 19 Distributions of excitation energy, fluid force fluctuation and phase difference at each span-wise length

称渦成分も現れ、2種類の渦パターンが混在し、時間的に変化すると考えられる。いずれのアスペクト比においても、対称渦が形成されるのは先端から3Dの領域であることは注目される。このような後流の位相差 ϕ の換算流速 Vr に対する変化は既往の実験⁽⁷⁾でも報告されており、本計算結果は実験結果と一致している。

4・4 励振エネルギーのスパン方向分布 4・3節で述べたように、スパン方向の有限な長さをもつ円柱では、二次元円柱とは異なり、先端部からの流れが流力振動に大きく影響している。そこで三次元円柱の上端からの巻き込みが振動特性に及ぼす影響を図19に示す。図19は各アスペクト比における流れ方向に振幅が最大のときの Vr における流れ方向の励振エネルギー E 、 C_d 、 C_l のrms値および変位 x と C_d の位相差 ϕ を示す。ここで流れ方向の励振エネルギー E は次式で定義する。

$$E = \frac{1}{T} \int_0^T C_d \cdot x_r dt \dots\dots\dots (1)$$

励振エネルギー E は、図19(a) $AR=2.5$ 、(b) $AR=5.0$ 、(c)、(d) $AR=8.0$ いずれのアスペクト比の場合も円柱先端から $z=1D$ 付近まで負となり振動を減衰する作用があることを示している。このとき、変位 x と抗力 C_d の位相差 ϕ は負、つまり振動によって先端部で生ずる巻き込み渦は円柱振動を減衰するように作用する。そして図19(a) $AR=2.5$ 、(b) 5.0 の場合には、先端部を除く根元までの部分($z/D=0\sim 1.5$ 、 $z/D=0\sim 4$)では対称渦による正の励振エネルギーが生じる。一方 $AR=8$ の場合は、図19(c) $Vr=2.0$ では $AR=2.5, 5.0$ の場合と同様に、先端部以外の領域でほぼ一様の励振エネルギー分布を示すのに対し、(d) $Vr=2.25$ の場合、図12、14、17(b)に示したごとく、根元部($z/D=0\sim 5$)では次第に交互渦が支配的になり、励振エネルギーは減衰することがわかる。

5. 結 言

スパン方向に有限な長さ(アスペクト比 $AR=2.5, 5.0, 8.0$)をもつ円柱の流れ方向の流力振動をレイノルズ数 $Re=10^3$ 、換算流速 $Vr=1.5\sim 4.0$ において数値解析を行い、特に円柱端部からの流れが引き起こすスパン方向の変動に注目して、以下のことを明らかにした。

- (1) いずれのアスペクト比においても $Vr=2.0\sim 3.5$ の流速域において流れ方向振動が発生する。
- (2) 二次元円柱の場合とは異なり一つの励振域のみが確認された。このうち $Vr<2.25$ においては対称

渦が形成され、励振は顕著である。それ以上の Vr では特に円柱根元側に形成される交互渦による励振が始まる。したがって、 AR が大きいほど交互渦の影響は強い。

- (3) 振動を誘起するエネルギーはスパン方向に大きく変化する。いずれのアスペクト比の場合も、先端巻き込み渦によって先端部から1Dの領域において振動を減衰させる負の励振エネルギーが生成する。これは励振変位に対し局所流体力の位相遅れによって生じる。また、アスペクト比が大きい $AR=8.0$ ($Vr=2.25$)の場合には、根元側領域($z/D=0\sim 5$)において交互渦が形成され、励振エネルギーが小さくなる。

文 献

- (1) King, R., Prosser, M. J. and Johns, D. J., On vortex excitation of model piles in water, *Journal of Sound & Vibration*, Vol. 29, No. 2 (1973), pp. 169-188.
- (2) Naudasher, E., Flow-induced streamwise vibrations of structures, *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 1 (1987), pp. 265-298.
- (3) Nakamura, A. and Okajima, A., A numerical simulation and vortex structures of in-line oscillation of an elastically supported circular cylinder, *Proceedings ASME-PVP Flow-Induced Vibration Symposium*, Atlanta, Georgia, (2001-7), pp. 177-184.
- (4) Ishihara, K. et al., Self-exciting mechanism of in-line oscillation of a circular cylinder excited by vortex shedding, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 65, No. 638 (1999), pp. 3957-3961, (in Japanese).
- (5) Tanaka, H. et al., Vibration characteristics of cylinder and its fluid dynamic force in a low flow velocity range, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 65, No. 640 (1999), pp. 3933-3940, (in Japanese).
- (6) Nakamura, A. et al., Experiments on flow-induced in-line oscillation of a circular cylinder in a water tunnel, *International Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 44, No. 4 (2001), pp. 705-711.
- (7) Nakamura, A. et al., The flow around a cantilevered circular cylinder with finite span-length under flow-induced in-line oscillation (Vortex frequency distribution along span direction), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 71, No. 707 (2005), pp. 1813-1820, (in Japanese).
- (8) Morinishi, Y., Conservative properties of finite difference schemes for incompressible flow (1st report, Analytical requirements, discrete operators and schemes in regular grid system), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 62, No. 604 (1996), pp. 4090-4097, (in Japanese).
- (9) Zdravkovich, M. M., *Flow Around Circular Cylinders*, Vol. 1 (1997), pp. 105-106, 119-122.
- (10) Hirt, C. W. et al., An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speed, *Journal of Computational Physics*, Vol. 14 (1984), pp. 227-253.
- (11) Zdravkovich, M. M., *Flow Around Circular Cylinders*, Vol. 2 (1997), pp. 740-744.