導電性薄膜を伝熱面とした対流熱伝達測定の
周波数応答および空間分解能*中 村 元^{*1}Frequency-Response and Space-Resolution for Measurements of
Convective Heat Transfer Using a Thin Conductive FilmHajime NAKAMURA^{*2}^{*2}Department of Mechanical Engineering, National Defense Academy,
1-10-2 Hashirimizu, Yokosuka-shi, Kanagawa, 239-8686 Japan

A technique for measurements of time-space distribution of convective heat transfer has been developed using a test surface fabricated from a thin conductive film heated electrically. The fluctuating temperature on the test surface can be measured using infrared thermograph having high frame-rate, if the heat capacity of the test surface is sufficiently low. In this work, the frequency-response of the heat transfer from the test surface was investigated by solving the heat conduction equations by considering the heat losses. Also, the spatial resolution due to the lateral conduction through the test surface was investigated. The upper limit of the fluctuating frequency and the lower limit of the spatial wavelength, which is detectable using infrared thermography, are found to be uniquely decided for each test surface as a function of $(\bar{T}_w - T_0) \Delta h / \Delta T_{IR0}$, where $(\bar{T}_w - T_0)$ is the mean temperature difference between the wall and freestream, Δh is time or spatial amplitude of the heat transfer coefficient, and ΔT_{IR0} is a temperature difference equivalent to noise of infrared measurements for the black body.

Key Words: Forced Convection, Heat Transfer, Turbulent Flow, Frequency Response, Space Resolution, Conductive Film, Infrared Thermography

1. ま え が き

一般に、対流熱伝達には非定常性および非一様性が存在する。しかし、熱伝達の実験的研究では、ほとんどの場合において時間平均的な測定や点計測しかなされておらず、熱伝達の時空間的挙動に関する理解が不十分である場合が多い。

そこで、感温液晶や赤外線カメラを用いて伝熱面の温度変動を測定し、熱伝達の時空間特性を調べる試みがいくつかなされてきた^{(1)~(6)}。しかし、この手法の最大の問題点は、伝熱面の熱容量の影響で時間的な減衰・遅れが発生することである。さらに、伝熱面に温度分布があると熱伝導が発生し、それが空間的な減衰をもたらす。そのため、上記の手法を用いて熱伝達の時空間的な挙動を調べるためには、時間的・空間的減衰の程度を把握するのが不可欠となるばかりでなく、正確な熱伝達率を求めるためには、時空間的な減衰を復元する必要がある。

本報では、赤外線カメラを用いて対流熱伝達の時空

間特性を測定することを想定し、伝熱面からの熱伝達の周波数応答および空間分解能について解析的に調べた。また、赤外線カメラで測定可能な周波数の上限および空間波長の下限を解析的に導出した。

記 号

b : 空間分布の波長 m

c : 比熱 J/(kg・K)

f, f_c : 周波数, カットオフ周波数 Hz

h : 対流熱伝達率 W/(m²・K)

h_t : 熱伝導, 熱放射を含めた全熱伝達率
W/(m²・K)

$k = \sqrt{\omega/2\alpha}$ m⁻¹

$\dot{q}$: 熱流束 W/m²

T : 温度 K

T_0, T_w : 主流温度, 壁面温度 K

ΔT_{IR} : 赤外線計測の雑音等価温度差 K

ΔT_{IR0} : 赤外線計測の雑音等価温度差(黒体) K

t : 時間 s

x, y : 面方向, 垂直方向

α : 温度伝導率 $= \lambda/c\rho$ m²/s

β : 空間分解能 m

* 原稿受付 2006年3月20日。

^{*1} 正員, 防衛大学校機械工学科(☎ 239-8686 横須賀市走水1-10-20)。

E-mail: nhajime@nda.ac.jp

δ : 厚さ m

ϵ_t : 全放射率

ϵ_{IR} : 赤外線測定波長帯域の分光放射率

ϕ : 位相遅れ

η : 時間変動振幅の減衰率

λ : 熱伝導率 W/(m·K)

ν : 流体の動粘性係数 m²/s

ρ : 密度 kg/m³

τ : 時定数 s

ω : 角周波数 = $2\pi f$ rad/s

ξ : 空間分布振幅の減衰率

添字

a, c, p : 空気層, 伝導板, 平板

cd, cv, rd : 伝導, 対流, 放射

f, s : 周波数特性, 空間特性

r : 平板上面(測定面と対向した面)

表記法

(-) : 平均値

(~) : 無次元数

(*) : 実効値

2. 解析方法

2.1 平板モデル 赤外線カメラを用いて空気への対流熱伝達の時空間分布を測定することを想定し、図1のような平板モデルを考案した。平板の周囲では空気が上下対称に流れている。平板(厚さ δ_p)の測定部は空洞になっており、その上下面に導電性薄膜(比熱 c , 密度 ρ , 厚さ δ , 熱伝導率 λ , 全放射率 ϵ_t)が接着されている。また、両薄膜の間には空気層(厚さ δ_a , 比熱 c_a , 密度 ρ_a , 熱伝導率 λ_a)を挟んで、熱伝導率の高い伝導板(厚さ δ_c , 比熱 c_c , 密度 ρ_c , 熱伝導率 λ_c , 全放射率 ϵ_{tc})が設置されている。薄膜は熱流束一定の条件で通電加熱される。なお、本解析で用いた寸法では薄膜と伝導板に挟まれた空気層内のレイリー数は十分低く、空気の流動は起こらない。

2.2 基礎方程式 解析領域を図2に示す。 x 座標を平板の面方向に、 y 座標を厚さ方向にとる。上下の薄膜では以下のエネルギーバランスが成り立つ。

Fig. 1 Flat plate for measurements of time-space distribution of heat transfer coefficient

$$c\rho\delta\frac{\partial T_w}{\partial t} = \lambda\delta\frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} + \dot{q}, (y=0) \cdots \cdots (1 \cdot a)$$

$$c\rho\delta\frac{\partial T_{wr}}{\partial t} = \lambda\delta\frac{\partial^2 T_{wr}}{\partial x^2} + \dot{q}_r, (y=\delta_p) \cdots \cdots (1 \cdot b)$$

T_w, T_{wr} は、それぞれ下側薄膜(測定面), 上側薄膜の温度である。なお、薄膜は十分薄く、厚さ方向に温度が一樣であるとする。また $\dot{q}, \dot{q}_r$ は薄膜に与えられる熱流束であり、それぞれ次式で表される。

$$\dot{q} = \dot{q}_{in} - \dot{q}_{cv} - \dot{q}_{cd} - \dot{q}_{rd} - \dot{q}_{radi} \cdots \cdots (2 \cdot a)$$

$$\dot{q}_r = \dot{q}_{in} - \dot{q}_{cwr} - \dot{q}_{cdr} - \dot{q}_{rd} - \dot{q}_{rdir} \cdots \cdots (2 \cdot b)$$

$\dot{q}_{in}$ は通電加熱により与えられる熱流束, $\dot{q}_{cv}$ は薄膜表面から外部空気への対流熱流束, $\dot{q}_{cd}$ は薄膜裏面から空気層への伝導熱流束, $\dot{q}_{rd}$ は薄膜表面から外部への放射熱流束, $\dot{q}_{rdi}$ は薄膜裏面から伝導板への放射熱流束である。添字の r は、上側の薄膜の値を示している。なお、各熱流束の値は次式で表される。

$$\dot{q}_{in} = \frac{IE}{A} \cdots \cdots (3)$$

$$\dot{q}_{cv} = h(T_w - T_0), \dot{q}_{cwr} = h_r(T_{wr} - T_0) \cdots (4)$$

$$\dot{q}_{cd} = -\lambda_a \left(\frac{dT}{dy} \right)_{y=0+}, \dot{q}_{cdr} = \lambda_a \left(\frac{dT}{dy} \right)_{y=\delta_p-} \cdots \cdots (5)$$

$$\dot{q}_{rdi} = \epsilon_t \sigma (T_w^4 - T_0^4), \dot{q}_{rdir} = \epsilon_{tr} \sigma (T_{wr}^4 - T_0^4) \cdots \cdots (6)$$

$$\dot{q}_{rdi} = \frac{\sigma(T_w^4 - T_c^4)}{1/\epsilon_t + 1/\epsilon_{tc} - 1}, \dot{q}_{rdir} = \frac{\sigma(T_{wr}^4 - T_{cr}^4)}{1/\epsilon_{tr} + 1/\epsilon_{tc} - 1} \cdots \cdots (7)$$

ここで、 I, E は薄膜に与える電流、電圧、 A は伝熱面の面積である。また、 h は対流熱伝達率、 T_0 は主流温度であり、 T_c は伝導板の表面温度、 σ はステファン・ボルツマン定数である。

また、空気層内および伝導板内では、それぞれ以下の熱伝導方程式が成り立つ。

$$c_a \rho_a \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), (0 < y < \delta_a, \delta_p - \delta_a < y < \delta_p) \cdots \cdots (8 \cdot a)$$

$$c_c \rho_c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_c \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), (\delta_a < y < \delta_p - \delta_a) \cdots \cdots (8 \cdot b)$$

また、空気層と伝導板の境界では次式が成り立つ。

Fig. 2 Calculation region for heat conduction analysis

$$\lambda_a \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=\delta_a-} = \lambda_c \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=\delta_a+} \quad \dots\dots\dots (9 \cdot a)$$

$$\lambda_c \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=(\delta_p-\delta_a)-} = \lambda_a \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=(\delta_p-\delta_a)+} \quad \dots\dots\dots (9 \cdot b)$$

式(1)～(9)を差分法で解き、伝熱面の周波数応答および空間分解能を求めた。

3. 周波数応答

3.1 時定数の解析解 はじめに、熱伝導、熱放射が十分小さい場合の解析解を求める。温度測定面(下側の薄膜)では、式(1・a)、(2・a)、(4)より次式が成り立つ。

$$c\rho\delta \frac{\partial T_w}{\partial t} = \dot{q}_{in} - h(T_w - T_0) \quad \dots\dots\dots (10)$$

このとき、表面温度 T_w の時定数 τ は次のように定義される。

$$\tau = \frac{c\rho\delta}{h} \quad \dots\dots\dots (11)$$

3.2 熱損失を考慮した周波数応答 次に、熱伝導、熱放射を考慮した数値解析を行う。ここでは、薄膜表面($y=0$)の温度が一様であり、熱伝達率が次式のように正弦的に変動する場合を考える。

$$h = \bar{h} + \Delta h \sin(\omega t) \quad \dots\dots\dots (12)$$

この熱伝達率変動を実験的に評価しようとするれば、簡単には薄膜表面の温度変動 T_w および伝導板の時間平均温度 $\bar{T}_c$ を測定すればよく、このとき、熱伝達率 h_{f1} は次式で評価することができる。

$$h_{f1} = \frac{\dot{q}_{in} - \dot{q}'_{ca} - \dot{q}_{rd} - \dot{q}'_{rai}}{T_w - T_0} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\dot{q}'_{ca} = \lambda_a \frac{T_w - \bar{T}_c}{\delta_a} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\dot{q}'_{rai} = \frac{\sigma(T_w^4 - \bar{T}_c^4)}{1/\varepsilon_t + 1/\varepsilon_{tc} - 1} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$\dot{q}'_{ca}$ は、空気層内の温度分布が線形であると仮定した場合の伝導熱流束であり、 $k_a\delta_a < 1$ であれば誤差が小さい(5・1節参照)。また、赤外線計測のフレーム間隔が十分小さければ、薄膜の熱容量に起因する時間遅れを次式のように補正することができる。

$$h_{f2} = \frac{\dot{q}_{in} - \dot{q}'_{ca} - \dot{q}_{rd} - \dot{q}'_{rai} - c\rho\delta \frac{dT_w}{dt}}{T_w - T_0} \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(13)および式(16)から評価される熱伝達率 h_{f1} 、 h_{f2} と式(12)で与えた真の熱伝達率 h の差異を、非定常次元解析により調べた。図3に、熱伝達率の変動波形の一例(チタンはく、 $\delta=2\mu\text{m}$ 、 $\bar{h}=30\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 、 $f=2\text{ Hz}$)を示す。 h_{f1} の振幅は大きく減衰しており位相遅れも大きいが、薄膜の熱容量の影響を補正した h_{f2} は、減衰・位相遅れともに抑えられ、真の値 h に

Fig. 3 Time trace of an original and estimated heat transfer coefficients; Ti foil, $\delta=2\mu\text{m}$, $\bar{h}=30\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, $f=2\text{ Hz}$

近づいている。ここで、振幅の減衰率を η ($\eta_1 = \Delta h_{f1}/\Delta h$, $\eta_2 = \Delta h_{f2}/\Delta h$)、位相遅れを ϕ (ϕ_1 , ϕ_2) と定義する。

図4に、チタンはく [$\delta=2, 0.2\mu\text{m}$, $c\rho=2.35\times 10^6\text{ J}/(\text{m}^3\cdot\text{K})$] を用いた場合の周波数特性を示す。図4(a)が振幅の減衰率 η 、図4(b)が位相遅れ ϕ である。伝導板は厚さ $\delta_c=2\text{ mm}$ の銅板とし、空気層の厚さは $\delta_a=1, 2\text{ mm}$ とした。また、その他の条件は平板乱流境界層の測定⁽⁷⁾を想定した値(時間平均熱伝達率 $\bar{h}=30\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 、変動幅 $\Delta h=0.1\bar{h}$ 、伝熱面温度 $T_w=50^\circ\text{C}$ 、主流温度 $T_0=20^\circ\text{C}$)とした。

図4(a)、(b)より、式(13)で見積もられた熱伝達率 h_{f1} は周波数の上昇とともに大きく減衰(減衰率 η_1 が小さくなり)、位相遅れ ϕ_1 も大きくなる。また、減衰・位相遅れは、熱容量 $c\rho\delta$ の低下とともに高周波数側にシフトする。さらに、空気層が厚いほど減衰・位相遅れが大きくなる。これは後述(5・1節)のように、空気層内の一部の空気が薄膜とともに温度変動し、伝熱面の実効的な熱容量が増加するためである。薄膜の熱容量 $c\rho\delta$ が小さいほどこの影響が大きくなる。一方、薄膜の熱容量を補正した場合(η_2 , ϕ_2)は高周波数側での減衰、位相遅れが抑えられている。ただし、薄膜とともに空気層の温度も変動するため、式(16)のように薄膜の熱容量の影響を補正しただけでは完全に熱伝達率の変動を復元できない。完全には復元するためには、空気層まで含めた非定常熱伝導の逆問題を解く必要がある。

図4(c)に、伝熱面の温度変動振幅 ΔT_w を示す。この値が赤外線計測の雑音等価温度差よりも大きければ温度変動を検知することができ、本測定が可能となる。変動の周波数が低い場合は、空気層厚さ δ_a が大

Fig. 4 Frequency response; Ti foil, $\delta = 2 \mu\text{m}$, $\bar{h} = 30 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

きいほど断熱性が向上して温度変動振幅 ΔT_w が大きくなるが、周波数が高くなると、伝熱面の熱容量の影響で ΔT_w が低下するとともに、 δ_a の依存性がなくなる。これは、周波数が高いと薄膜のごく近傍でしか空気層温度が変動しなくなるためである。また、図 4(c) には伝導板表面の温度変動振幅 ΔT_c も示した。本計算条件の範囲 ($f > 0.05 \text{ Hz}$) では ΔT_c は十分小さく (伝熱面の温度変動幅の 2% 以下)、伝導板表面の温度は定常として扱うことができる。もし低周波数側の ΔT_c を小さくしたければ、伝導板を厚くして熱容量を

大きくすればよい。

4. 空間分解能

4.1 空間分解能の解析解 次に、伝熱面内の熱伝導に起因する空間分解能を調べる。まず、空気層への熱伝導、熱放射が十分小さい場合を考える。簡単のため、定常状態でかつ薄膜の温度が x 方向に正弦的に変化するとする。

$$T_w = \bar{T}_w + \Delta T_w \sin\left(\frac{2\pi}{b}x\right) \quad (17)$$

ここで b は温度分布の波長である。このとき、式 (17) の (2) 式より次式が成り立つ。

$$h(T_w - T_0) = \dot{q}_{cv} = \dot{q}_{in} + \lambda \delta \frac{d^2 T_w}{dx^2} \quad (18)$$

仮に、薄膜内で熱伝導が起らないとし、そのときの薄膜の温度を T_{w0} とすれば、式 (18) は次式で表される。

$$h(T_{w0} - T_0) = \dot{q}_{cv} = \dot{q}_{in} \quad (19)$$

式 (17) ~ (19) から T_{w0} を求めると、

$$T_{w0} = \bar{T}_w + \left[\frac{\lambda \delta \left(\frac{2\pi}{b}\right)^2 + 1}{h} \right] \Delta T_w \sin\left(\frac{2\pi}{b}x\right) \quad (20)$$

となる。式 (17) と式 (20) の比較により、薄膜内の熱伝導に起因する温度振幅の減衰率 ξ は

$$\xi = \frac{1}{\frac{\lambda \delta \left(\frac{2\pi}{b}\right)^2 + 1}{h}} \quad (21)$$

であることがわかる。温度振幅が 1/2 に減衰 ($\xi = 1/2$) する波長 b を空間分解能 β と定義すると、

$$\beta = b_{(\xi=1/2)} = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda \delta}{h}} \quad (22)$$

となる。

4.2 熱損失を考慮した空間分解能 次に、熱伝導、熱放射を考慮した数値解析を行う。今、温度測定面に次式で表される定常な熱伝達率分布があるとする。

$$h = \bar{h} + \Delta h \sin\left(\frac{2\pi}{b}x\right) \quad (23)$$

この熱伝達率分布を実験的に評価しようとするれば、簡単には薄膜表面の温度分布 T_w および伝導板の空間平均温度 $\bar{T}_c$ を測定すればよく、このとき、熱伝達率 h_{s1} は次式で評価することができる。

$$h_{s1} = \frac{\dot{q}_{in} - \dot{q}'_{cd} - \dot{q}'_{rd} - \dot{q}'_{rai}}{T_w - T_0} \quad (24)$$

また、赤外線計測の空間分解能が十分小さければ、薄膜の熱伝導に起因する空間的減衰を次式のように補正することができる。

Fig. 5 Distribution of an original and estimated heat transfer coefficients; Ti foil, $\delta=2\ \mu\text{m}$, $\bar{h}=30\ \text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, $b=5\ \text{mm}$

(a) attenuation rate of spatial amplitude, ξ

(b) amplitude of temperature distribution; ΔT_w and ΔT_c

Fig. 6 Spatial attenuation; Ti foil, $\delta=2\ \mu\text{m}$, $\bar{h}=30\ \text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$

$$h_{s2} = \frac{\dot{q}_{in} - \dot{q}_{cd} - \dot{q}_{rd} - \dot{q}'_{rd1} + \lambda \delta \frac{d^2 T_w}{dx^2}}{T_w - T_0} \quad \dots (25)$$

式(24)および式(25)から評価される熱伝達率 h_{s1} , h_{s2} と、式(23)で与えた真の熱伝達率 h の差異を、二次元解析により調べた。図5に、熱伝達率分布の一例(チタンは $\delta=2\ \mu\text{m}$, $\bar{h}=30\ \text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, $b=5\ \text{mm}$)を示す。 h_{s1} の振幅は大きく減衰しているが、薄膜内の熱伝導の影響を補正した h_{s2} の減衰は抑えら

れ、真の値 h に近づいている。ここで、空間的振幅の減衰率を ξ ($\xi_1 = \Delta h_{s1}/\Delta h$, $\xi_2 = \Delta h_{s2}/\Delta h$) と定義する。

図6に、チタンは $[\delta=2, 0.2\ \mu\text{m}, \lambda=16\ \text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})]$ の空間特性を示す。図6(a)に振幅の減衰率 ξ を示す。計算条件は周波数応答(図4)の場合と同じである。式(24)で見積もった熱伝達率 h_{s1} は、空間スケール(波長 b)が小さくなるとともに減衰が大きく(ξ_1 が小さく)なる。また減衰は、 $\lambda\delta$ の低下とともに短波長側にシフトする。さらに、空気層が厚いほど減衰が大きくなる。これは後述(5.3節)のように、伝熱面の実効的な熱伝導が増加するためである。薄膜の $\lambda\delta$ の値が小さいほどこの影響が大きくなる。一方、薄膜の熱伝導を補正した場合(ξ_2)は、空間スケールが小さくても減衰が抑えられている。ただし、薄膜だけでなく空気層にも温度分布が存在するため、式(25)のように薄膜内の熱伝導を補正しただけでは完全には熱伝達率の空間分布を復元することはできない。完全に復元するためには、空気層まで含めた熱伝導の逆問題を解く必要がある。

図6(b)に、温度分布の振幅 ΔT_w を示す。波長 b が大きいときは空気層厚さ δ_a が大きいほど断熱性が向上して振幅 ΔT_w が大きくなるが、波長が小さくなると伝熱面の熱伝導の影響で ΔT_w が低下するとともに δ_a の依存性がなくなる。これは、空間スケールが小さいと薄膜のごく近傍でしか温度分布をもたなくなるためである。また、図6(b)には伝導板表面の温度振幅 ΔT_c も同時に示した。本計算条件の範囲($b < 100\ \text{mm}$)では ΔT_c は十分小さく(伝熱面の温度振幅の1%以下)、伝導板表面の温度は一樣として扱うことができる。

5. 測定可能な時間・空間スケール

本手法による測定は、伝熱面温度の時空間的変動幅が赤外線計測の雑音等価温度差よりも大きいことが必要条件となる。そのため、ここでは図4(c)の周波数特性、図6(b)の空間特性を一般化し、本手法で測定可能な時間・空間分解能の限界について検討する。

5.1 周波数特性の一般化 薄膜の温度が次式のように正弦的に変動する場合を考える。

$$T_w = \bar{T}_c + \Delta T_w \sin(\omega t) \quad \dots (26)$$

このとき、空気層内では次式で表される温度分布をもつ⁽⁸⁾。

$$T = \bar{T}_c + \Delta T_w A \sin(\omega t + \phi)$$

$$A = \left| \frac{\sinh k_a y (1+i)}{\sinh k_a \delta_a (1+i)} \right|$$

Fig. 7 Temperature distribution in an air layer; $\omega t = \pi/2$

$$\phi = \arg \left\{ \frac{\sinh k_a y (1+i)}{\sinh k_a \delta_a (1+i)} \right\}$$

$$k_a = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_a}}$$

..... (27)

ここで、 $|\cdot|$ は複素数の絶対値、 $\arg\{\cdot\}$ は複素数の偏角である。また、 α_a は空気 の温度伝導率 ($=\lambda_a/c_a\rho_a$) である。図7に、空気層内の厚さ方向の瞬間温度分布 ($\omega t = \pi/2$ の場合) を示す。温度分布の形状は $k_a\delta_a$ の値で決まり、周波数が低い場合 ($k_a\delta_a < 1$) は分布は線形で近似できるが、周波数が高い場合 ($k_a\delta_a \gg 1$) は薄膜の近傍 ($y/\delta_a < 1/k_a\delta_a$) でしか温度変動が起こらない。なお、 $k_a\delta_a \geq 3$ では空気層内の振動が不足減衰となるため、温度分布に振動が現れる。ここで、薄膜とともに温度変動する実効的な空気層厚さ (δ_a^*)_f は次式で近似される。

$$(\delta_a^*)_f \approx 0.5\delta_a, (k_a\delta_a < 1) \quad \text{..... (28・a)}$$

$$(\delta_a^*)_f \approx 0.5/k_a, (k_a\delta_a > 1) \quad \text{..... (28・b)}$$

この (δ_a^*)_f 内の空気 の熱容量が時間遅れの原因となるため、伝熱面の時定数は、空気層の影響を含めると次式で近似できる。

$$\tau^* \approx \frac{c\rho\delta + c_a\rho_a(\delta_a^*)_f}{h_t} \quad \text{..... (29)}$$

$$h_t = \frac{\dot{q}_{in}}{T_w - T_0} \quad \text{..... (30)}$$

h_t は、対流熱伝達に伝導や放射伝熱も加えた全熱伝達率である。このとき、カットオフ周波数は次式で定義される。

$$f_c^* = \frac{1}{2\pi\tau^*} \quad \text{..... (31)}$$

次に、無次元周波数 $\tilde{f}$ と無次元温度変動 ($\Delta\tilde{T}_w$)_f を導入する。

$$\tilde{f} = f/f_c^* \quad \text{..... (32)}$$

Fig. 8 Relation of non-dimensional temperature fluctuation ($\Delta\tilde{T}_w$)_f against non-dimensional frequency $\tilde{f}$

Fig. 9 Upper limit of frequencies detectable using infrared measurement

$$(\Delta\tilde{T}_w)_f = \frac{\Delta T_w}{T_w - T_0} \frac{\bar{h}_t}{\Delta h} \quad \text{..... (33)}$$

周波数 f が十分低く、熱放射および熱伝達変動 $\Delta h/\bar{h}$ が十分小さいとすると、式(1・a)、(2・a)、(4)、(14)から ($\Delta\tilde{T}_w$)_f = 1/[1 + $\lambda_a/(\delta_a\bar{h}_t)$] が導出される。つまり、 $\lambda_a/(\delta_a\bar{h}_t)$ の値が大きくなると空気層への熱伝導の影響が大きくなり、温度変動幅が低下する。

図8に、 $\tilde{f}$ と ($\Delta\tilde{T}_w$)_f の関係を示す。ここでは、チタンは $\delta = 2\mu\text{m}$ および白金は $\delta = 0.15\mu\text{m}$ について、 $\bar{h} = 20, 50\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 、 $\Delta h = 0.1\bar{h}$ 、 $T_w - T_0 = 10, 30^\circ\text{C}$ 、 $T_0 = 20^\circ\text{C}$ 、 $\lambda_a/(\delta_a\bar{h}_t) = 0, 0.2, 0.5, 1.0$ として周波数特性を計算し、各パラメータの依存性を調べた。なお、ここでは熱放射の影響を考慮するため、 $\lambda_a/(\delta_a\bar{h}_t)$ の代わりに $\lambda_a/(\delta_a\bar{h}_t)$ を用いている。

低周波数 ($\tilde{f} \leq 0.1$) では、($\Delta\tilde{T}_w$)_f は $\tilde{f}$ に依存せず一定値となる。

$$(\Delta\tilde{T}_w)_f \approx \frac{1}{1 + \lambda_a/(\delta_a\bar{h}_t)}, (\tilde{f} \leq 0.1) \quad \text{..... (34)}$$

また周波数が高い ($\tilde{f} \geq 10$) 場合は、 $\tilde{f}$ と $\Delta\tilde{T}_w$ の関係

は薄膜の種類や熱伝達率等の条件に依存なくなり、次式で近似される。

$$(\Delta \bar{T}_w)_f \approx \frac{1}{f}, \quad (\bar{f} \geq 10) \quad (35)$$

5.2 測定可能な周波数の上限 式(28・b), (29) ~ (33), (35)より、温度変動幅 ΔT_w は、周波数が十分高いときには次式で一般化される。

$$\Delta T_w \approx \frac{(\bar{T}_w - T_0)\Delta h}{2\pi c \rho \delta f + \sqrt{\pi c a \rho a \lambda_a} f^{0.5}}, \quad (\bar{f} \geq 10 \text{ and } k_a \delta_a > 1) \quad (36)$$

また赤外線計測の雑音等価温度差 ΔT_{IR} は次式で表される。

$$\Delta T_{IR} = \Delta T_{IR0} / \varepsilon_{IR} \quad (37)$$

ΔT_{IR0} は黒体の場合の雑音等価温度差であり、 ε_{IR} は被測定面の赤外線計測の波長帯域における分光放射率である。温度変動を検知するためには $\Delta T_w > \Delta T_{IR}$ である必要があり、式(36), (37)から次式が導かれる。

$$f < \left(\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right)^2$$

$$A = 2\pi c \rho \delta, \quad B = \sqrt{\pi c a \rho a \lambda_a},$$

$$C = -(\bar{T}_w - T_0)\Delta h \frac{\varepsilon_{IR}}{\Delta T_{IR0}} \quad (38)$$

つまり、上式の周波数の上限が測定限界 $f_{\max}$ となる。

図9に、3種類の金属はく(白金はく $\delta = 0.15 \mu\text{m}$, $\varepsilon_{IR} = 0.05$; チタンはく $\delta = 2 \mu\text{m}$, $\varepsilon_{IR} = 0.183$; ステンレスはく $\delta = 10 \mu\text{m}$, $\varepsilon_{IR} = 0.15$)の周波数の上限値 $f_{\max}$ を示す。なお、各金属はくの分光放射率 ε_{IR} は、著者が赤外線カメラ(TVS 8502, Avio)を用いて評価した値である。各薄膜の $f_{\max}$ の値は、 $(\bar{T}_w - T_0)\Delta h / \Delta T_{IR0}$ の値によって一意に決まり、ほぼ $(\bar{T}_w - T_0)\Delta h / \Delta T_{IR0}$ に比例して上昇する。仮に、文献(7)の平板乱流境界層の測定を想定して、 $(\bar{T}_w - T_0) = 30^\circ\text{C}$, $\bar{h}_t = 30 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $\Delta h / \bar{h}_t = 0.1$, $\Delta T_{IR0} = 0.025^\circ\text{C}$ とすると、 $(\bar{T}_w - T_0)\Delta h / \Delta T_{IR0}$ の値は3600となり、この場合、白金はく、チタンはく、ステンレスはくの周波数の上限は、それぞれ $f_{\max} = 43, 21, 2.1 \text{ Hz}$ となる。なお、 $(\bar{T}_w - T_0)\Delta h / \Delta T_{IR0}$ の値が小さい場合は空気層の影響が大きくなり、 $f_{\max}$ の低下が著しくなる。この傾向は、薄膜の熱容量 $c\rho\delta$ が小さいほど顕著になる。

5.3 空間スケール特性の一般化 薄膜の x 方向に、定常的な温度分布がある場合を考える。

$$T_w = \bar{T}_c + \Delta T_w \sin\left(\frac{2\pi}{b}x\right) \quad (39)$$

このとき、空気層内では次式で表される温度分布をもつ⁽⁸⁾。

Fig. 10 Temperature distribution in an air layer; $x = b/4$

Fig. 11 Relation of non-dimensional amplitude in space $(\Delta \bar{T}_w)_s$ against non-dimensional wavelength $\tilde{b}$

$$T = \bar{T}_c + \Delta T_w \sin\left(\frac{2\pi}{b}x\right) \sinh\left[\frac{2\pi}{b}(\delta_a - y)\right] \times \text{cosech}\left(\frac{2\pi}{b}\delta_a\right) \quad (40)$$

空気層内の厚さ方向の温度分布($x = b/4$ の場合)を図10に示す。温度分布の形状は b/δ_a の値で決まり、波長が長い場合($b/\delta_a > 2\pi$)は分布は線形で近似できるが、波長が短い場合($b/\delta_a \ll 2\pi$)は指数関数に近づく。ここで、薄膜の温度分布の影響を受ける実効的な空気層厚さ $(\delta_a^*)_s$ は次式で近似される。

$$(\delta_a^*)_s \approx \delta_a, \quad (b/\delta_a > 2\pi) \quad (41 \cdot a)$$

$$(\delta_a^*)_s \approx b/2\pi, \quad (b/\delta_a < 2\pi) \quad (41 \cdot b)$$

この $(\delta_a^*)_s$ 内の熱伝導が空間的減衰の原因となるため、伝熱面の空間分解能は、空気層の影響を含めると次式で近似できる。

$$\beta^* = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda \delta + \lambda_a (\delta_a^*)_s}{h_t}} \quad (42)$$

次に、無次元波長 $\tilde{b}$ と無次元温度振幅 $(\Delta \bar{T}_w)_s$ を導入する。

Fig. 12 Lower limit of spatial wavelength detectable using infrared measurement

$$\bar{b} = b / \beta^* \quad (43)$$

$$(\Delta \bar{T}_w)_s = \frac{\Delta T_w}{T_w - T_0} \frac{\bar{h}_t}{\Delta h} \quad (44)$$

図 11 に、 $\bar{b}$ と $(\Delta \bar{T}_w)_s$ の関係を示す。計算条件は周波数応答(図 8)の場合と同じである。空間スケールが大きい場合($\bar{b} \geq 10$)は、 $(\Delta \bar{T}_w)_s$ は $\bar{b}$ に依存せず一定値となる。

$$(\Delta \bar{T}_w)_s \approx \frac{1}{1 + \lambda_a / (\delta_a \bar{h}_t)}, \quad (\bar{b} \geq 10) \quad (45)$$

また、空間スケールが小さい場合($\bar{b} \leq 0.3$)は、 $\bar{b}$ と $(\Delta \bar{T}_w)_s$ の関係は薄膜の種類や熱伝達率等の条件に依存しなくなり、次式で近似できる。

$$(\Delta \bar{T}_w)_s \approx \bar{b}^2, \quad (\bar{b} \leq 0.3) \quad (46)$$

5.4 測定可能な空間スケールの下限 式(41・b), (42)~(44), (46)より、空間的な温度振幅 ΔT_w は、波長が十分短いときには次式で一般化される。

$$\Delta T_w \approx \frac{(\bar{T}_w - T_0)\Delta h}{4\pi^2 \lambda \delta b^{-2} + 2\pi \lambda_a b^{-1}},$$

$$(\bar{b} \leq 0.3 \text{ and } b/\delta_a < 2\pi) \quad (47)$$

この振幅を検知するためには $\Delta T_w > \Delta T_{IR}$ である必要があり、式(37), (47)から次式が導かれる。

$$b > \frac{2A'}{-B' + \sqrt{B'^2 - 4A'C'}}$$

$$A' = 4\pi^2 \lambda \delta, \quad B' = 2\pi \lambda_a,$$

$$C' = -(\bar{T}_w - T_0)\Delta h \frac{\epsilon_{IR}}{\Delta T_{IR0}}$$

$$\quad \quad \quad (48)$$

つまり、上式の波長の下限が測定限界 b_{min} となる。

図 12 に、3 種類の金属はくについて波長の下限値 b_{min} を示す。各金属はくの b_{min} の値は、 f_{max} の場合と同様に $(\bar{T}_w - T_0)\Delta h / \Delta T_{IR0}$ の値によって一意に決まり、ほぼ $(\bar{T}_w - T_0)\Delta h / \Delta T_{IR0}$ の値の 1/2 乗に反比例し

て低下する。仮に、 $(\bar{T}_w - T_0)\Delta h / \Delta T_{IR0}$ の値が 3600 であるとする、白金はく、チタンはく、ステンレスはくの場合の波長の下限は、それぞれ $b_{min} = 2.1, 1.5, 3.6$ mm となる。なお、 $(\bar{T}_w - T_0)\Delta h / \Delta T_{IR0}$ の値が小さい場合には空気層の影響が大きくなり、 b_{min} の増加が著しくなる。この傾向は、薄膜の $\lambda\delta$ の値が小さいほど顕著になる。また、白金はくの $\lambda\delta$ の値はチタンはくの 1/3 程度であるが、分光放射率の値がチタンはくの 1/3 以下であるため、 b_{min} の値はチタンはくを上回る。

なお、本解析では現象を単純化するため、時間変動と空間分布は別々に扱い、また、空間分布は一次的であるとした。しかし、一般に対流熱伝達には時間変動と空間分布が共存し、しかも二次的な空間分布をもつため、 f_{max} および b_{min} の値は本解析結果より悪化することが予想される。また、式(16), (25)や逆問題の解析により熱伝達率を復元する場合には、赤外線計測に伴う雑音の周波数・空間特性が影響するため、復元できる周波数の上限および空間波長の下限は、本解析で求めた f_{max} および b_{min} とは一致しない。ただし、本解析で得られた結果は、測定結果の有意性を検討するうえで、また熱伝達率の復元が可能かどうかを検討するうえで有効な指標となるとともに、測定でどのような薄膜および赤外線カメラを選択すべきかを検討するうえで役に立つ。

6. 結 論

赤外線カメラを用いて対流熱伝達の時空間分布を測定することを想定し、導電性薄膜(金属はく)で構成された伝熱面からの熱伝達の周波数応答および空間分解能を解析的に調べた。

(1) 熱伝導・熱放射損失が小さい場合、時定数 τ および空間分解能 β は次式で表される。

$$\tau = \frac{c\rho\delta}{h}, \quad \beta = 2\pi\sqrt{\frac{\lambda\delta}{h}}$$

(2) 薄膜の裏側に空気層を設けて断熱した場合、空気層が厚いほど断熱性が向上して温度の時間的・空間的振幅が大きくなる。しかし同時に、空気層内の温度変動・温度分布の影響で伝熱面の実効的な熱容量・熱伝導が大きくなり、測定の時定数・空間分解能は悪化する。

(3) 空気層の影響を含めると、時定数 τ^* は次式で近似される。

$$\tau^* \approx \frac{c\rho\delta + c_a\rho_a(\delta_a^*)_f}{h_t}$$

$$(\delta_a^*)_f \approx 0.5\delta_a, \quad (k_a\delta_a < 1)$$

$$(\delta_a^*)_f \approx 0.5/k_a, (k_a \delta_a > 1)$$

また, 空間分解能 β^* は次式で近似される.

$$\beta^* = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda \delta + \lambda_a (\delta_a^*)_s}{h_i}}$$

$$(\delta_a^*)_s \approx \delta_a, (b/\delta_a > 2\pi)$$

$$(\delta_a^*)_s \approx b/2\pi, (b/\delta_a < 2\pi)$$

(4) 測定可能な周波数の上限 $f_{\max}$ および空間波長の下限 $b_{\min}$ は, 伝熱面の種類および $(\overline{T_w} - T_0)\Delta h/\Delta T_{IR0}$ の値によって一意に決まる.

文 献

- (1) Simonich, J. C. and Moffat, R. J., New Technique for Mapping Heat-Transfer Coefficient Contours, *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 53, No. 5 (1982), pp. 678-683.
- (2) Iritani, Y., Kasagi, N. and Hirata, M., Heat Transfer Mechanism in the Near-Wall Region of a Turbulent Boundary Layer (in Japanese), *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, Vol. 48, No. 435, B (1982), pp. 2284-2294.
- (3) Hetsroni, G. and Rozenblit, R., Heat Transfer to a Liquid-Solid Mixture in a Flume, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 20, No. 4 (1994), pp. 671-689.
- (4) Oyakawa, K., Miyagi, T., Oshiro, S., Senaha, I., Yaga, M. and Hiwada, M., Study on Time-Spatial Characteristics of Heat Transfer by Visualization of Infrared Images and Dye Flow, *Proceeding 9th Int. Symp. on Flow Visualization*, (2000), Pap. no. 233.
- (5) Nakamura, H. and Igarashi, T., Heat Transfer in Separated Flow behind a Circular Cylinder for Reynolds numbers from 120 to 30 000 (2nd Report, Unsteady and Three-Dimensional Characteristics), *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, Vol. 69, No. 681, B (2003), pp. 1224-1232.
- (6) Ochoa, A. D., Baughn, J. W. and Byerley, A. R., A New Technique for Dynamic Heat Transfer Measurements and Flow Visualization Using Liquid Crystal Thermography, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 26 (2005), pp. 264-275.
- (7) Nakamura, H. and Igarashi, T., Frequency-Response for the Measurement of Unsteady Heat Transfer Using Infrared Thermograph, *Proceeding 6th World Conf. on ExHFT*, Matsushima, Japan (2005), paper no. 6-b-7.
- (8) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, (1959), pp. 105-106, 166-167, Oxford University Press.