進行波音波を用いた共鳴管冷凍機*

上 田 祐 樹^{*1}, 加 藤 千 幸^{*1}

Traveling-Wave Thermoacoustic Refrigerator

Yuki UEDA^{*2} and Chisachi KATO

^{*2} Institute of Industrial Science, The University of Tokyo,
4-6-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo, 153-8505 Japan

A new type of speaker-driven thermoacoustic refrigerator is described. By the measurement of the acoustic field formed in the refrigerator, it is shown that the refrigerator uses a traveling-acoustic wave for heat pumping through ideally reversible heat transfer. It is also shown that the efficiency of the refrigerator is improved by the suppression of mass flow through a regenerator. The new refrigerator has a potential to realize a high efficiency compared with previous speaker-driven thermoacoustic refrigerators using standing-acoustic wave because previous ones use intrinsically irreversible heat transfer.

Key Words: Energy Conversion, Heat Pump, Refrigeration, Thermoacoustics

1. 結 言

音波が管内を伝ばすると、管の軸方向にヒートポンプ効果が現れる。この音波によるヒートポンプ効果は Merkli-Thomann によって 1975 年に初めて観測された⁽¹⁾。その後、この効果を応用した共鳴管冷凍機が開発された⁽²⁾。共鳴管冷凍機は音波による圧縮・膨張を利用してヒートポンプ効果を実現するため、スピーカなどの音響入力源以外の可動部を必要としない。また、この冷凍機では空気やヘリウムなど環境に負荷を与えない気体が作動流体として用いられている。そのため、共鳴管冷凍機は簡単構造で低環境負荷という利点をもっている。現在、最も高い共鳴管冷凍機の成績係数 COP はカルノーヒートポンプの成績係数 COP_{Carnot} の 20% 程度⁽³⁾ である。

これまでに開発されてきた共鳴管冷凍機の概略図を図 1 に示す。共鳴管冷凍機はスピーカ、共鳴管、蓄熱器で構成されている。共鳴管の一端はスピーカで閉じられ、もう一端は開端もしくは閉端になっている。ス

ピーカを用いて共鳴管内の気柱を共鳴周波数で加振すると、定在波音波が共鳴管内に励起する。この定在波音波による流体の圧力変動と流速変動によって、ヒートポンプ効果が蓄熱器(regenerator)において生じる。

2 章で詳しく述べるが、圧力と流速が同位相で変動する進行波音波と $\pi/2$ ずれて変動する定在波音波はそれぞれ異なるメカニズムでヒートポンプ効果を実現する⁽⁴⁾。進行波音波は本質的に流体要素と管壁の可逆的な熱交換を利用し、定在波音波は不可逆的な熱交換を利用する。可逆的な熱交換を利用する進行波音波によるヒートポンピングを用いたほうが、定在波音波によるヒートポンピングを用いた場合に比べて、高い COP が実現される可能性がある⁽⁵⁾。しかし、上述のように従来の共鳴管冷凍機では定在波音波によるヒートポンピングが用いられている。

本論文では、進行波音波を用いてヒートポンプ効果を得る新しいタイプの共鳴管冷凍機について述べる。図 1 に示した共鳴管冷凍機の共鳴管内には、その形状が原因となって定在波音波が励起する。これに対して、1998 年以降の熱音響エンジンの研究^{(6)~(8)}と熱駆動熱音響冷凍機の研究^{(9)~(12)}により、ループ状の管内には、進行波音波の励起が可能であることが明らかになってきた。そこで、著者らはループ状の管を共鳴管

* 原稿受付 2006 年 3 月 15 日。

^{*1} 正員、東京大学生産技術研究所(〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1)。

E-mail: uedayuki@iis.u-tokyo.ac.jp

Fig. 1 Standing-wave thermoacoustic refrigerator

として用いた共鳴管冷凍機を製作した。装置内に励起させた音波による圧力変動を測定することで、製作した冷凍機内で進行波音波によるヒートポンピングが行われていることを確認した。また、この冷凍機のCOPの改善策を施し、その効果を実証した。

2. 音波によるヒートポンプ効果

音波によるヒートポンプ効果を考えるうえで、二つのパラメータが重要になる⁽⁴⁾⁽⁶⁾。一つは圧力変動と流速変動の間の位相差 Φ であり、もう一つは音波の角振動数 ω と熱緩和時間 τ の積 $\omega\tau$ である。 τ は流体要素とそれを囲む固体壁が熱平衡に達するまでの緩和時間を示し、流路半径 r と流体要素の熱伝導度 κ 、平均密度 ρ_m 、定圧比熱 c_p を用いて $\tau = (r^2 c_p \rho_m) / (2\kappa)$ と書ける。

まず、位相差 ϕ について述べる。音波の伝ば方向に x 軸をとったとき、音波による流体要素の圧力変動 P は時間 t と位置 x の関数として

$$P(x, t) = p(x) \cos \omega t \quad \dots\dots\dots (1)$$

と書け、流速変動 $U(x, t)$ は位相差 $\Phi(x)$ を用いて

$$U(x, t) = u(x) \cos \{\omega t + \Phi(x)\} \\ = u(x) \cos \Phi(x) \cos \omega t \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$+ u(x) \sin \Phi(x) \cos (\omega t + \pi/2) \quad \dots\dots\dots (3)$$

と書ける。ここで、 $p(x) > 0$ 、 $u(x) > 0$ と約束し、 $-\pi \leq \Phi \leq \pi$ とする。自由空間を伝ばする進行波音波での Φ は x に依存せず、つねに零か π である。そこで、 $u \cos \Phi$ を流速の進行波成分と呼ぶことにする⁽⁶⁾。一方、散逸を伴わない定在波音波では圧力の節や腹を除いた位置で Φ はつねに $-\pi/2$ か $\pi/2$ になる。そこで、 $u \sin \Phi$ を流速の定在波成分と呼ぶことにする。流速と同様に変位 ξ も二つの成分に分けられる：

$$\xi(x, t) = \xi_0(x) + \frac{u(x)}{\omega} \cos \{\omega t + \Phi(x) - \pi/2\} \\ = \xi_0(x) + \frac{u(x)}{\omega} \cos \Phi(x) \cos (\omega t - \pi/2) \\ + \frac{u(x)}{\omega} \sin \Phi(x) \cos \omega t. \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで ξ_0 は流体要素の平均位置を表す。 $u/\omega \cos \Phi$

Fig. 2 Schematic illustration of the mechanism of heat pumping executed by the standing wave component (a)-(c) and traveling wave component (d)-(f)

を変位の進行波成分、 $u/\omega \sin \Phi$ を定在波成分と呼ぶことにする。管内を伝ばする音波は一般に純粋な進行波でも、純粋な定在波でもない。そのため、位相差 Φ は管内の軸方向の位置 x に依存し、進行波成分と定在波成分の割合は x に依存する⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹³⁾。そこで「定在波音波」と「進行波音波」の表現の代わりに、位相差 Φ によってその割合が決定される「定在波成分」と「進行波成分」を用いて議論を進める。

次に $\omega\tau$ ⁽⁴⁾⁽⁶⁾ について述べる。 $\omega\tau$ は流体要素と固体壁の間で行われる熱交換を特徴づけるパラメータである。 $\omega\tau$ が1より十分小さいとき、流体要素の温度は固体壁の温度とつねに等しい。そのため、流体要素と固体壁の間の熱交換は等温可逆的に行われ、流体要素の圧力変動とエントロピー変動の位相は π だけずれる。 $\omega\tau$ が1より十分大きいとき、流体要素は固体壁と熱交換せず、エントロピーは変動しない。 $\omega\tau$ が1程度のとき、流体要素の圧力が変動すると、流体要素の温度と固体壁の温度に差ができる。この温度差による熱伝導に起因して流体要素と固体壁は不可逆的に熱交換する。このとき、流体要素の圧力変動とエントロピー変動の位相差は π から1程度遅れる⁽¹⁴⁾。

2・1 定在波成分による熱輸送 $0 < \Phi < \pi$ のとき、変位の定在波成分と圧力 P の関係は図2(a)のよ

うになる。この状態で $\omega\tau$ が 1 より十分小さい場合を考える。この場合、上でも述べたように流体要素の温度と固体壁の温度はつねに等しい。そのため、図 2(b) に模式的に示したように、右に移動しながら圧縮されるときに流体要素は固体壁へ放熱する。その後、左に変位しながら膨張するとき、放熱したのと同量の熱量を吸熱する。放熱する場所と吸熱する場所が同じなので、時間平均すると流体の振動による熱流^{**1} は生じず、ヒートポンプ効果は得られない⁽¹⁴⁾。

$\omega\tau \sim 1$ の場合を考える。エントロピー変動と圧力変動の間の位相差により、 $\omega\tau \sim 1$ では圧力が上昇し始めるタイミングから $1/(2\pi)$ 周期程度遅れてから、流体要素は固体壁に放熱し始める。また、圧力の下降時も、下降した瞬間から $1/(2\pi)$ 周期程度遅れてから、流体要素は固体壁から吸熱し始める。この遅れの結果、図 2(c) に模式的に示したように吸熱・放熱のタイミングと変位のタイミングがずれて、左から右へ向かう熱流が生じる。

定在波成分によって生じる熱流の向きは Φ の値に依存する。 $u > 0$, $p > 0$ としたので、 $P-\xi$ の傾きは $\sin \Phi$ の符号によって決まる。 $-\pi < \Phi < 0$ のときは $P-\xi$ の描く軌跡は負の傾きをもつ。これは、図 2(a) に示したのとは逆に、流体要素は左に変位しながら圧縮され、右に変位しながら膨張することを意味している。したがって、 $-\pi < \Phi < 0$ かつ $\omega\tau \sim 1$ のとき、熱流の向きは図 2(a) 中を右から左に向かう。定在波成分による熱流の向きをまとめると以下のようになる。 $-\pi < \Phi < 0$ のとき、熱流は ξ の負の方向に向かい、 $0 < \Phi < \pi$ のとき、熱流は ξ の正の方向に向かう。

2.2 進行波成分による熱輸送 $-\pi/2 < \Phi < \pi/2$ のとき、変位の進行波成分と圧力 P の関係を図 2(d) に示す。 $\omega\tau \ll 1$ の状況下で進行波成分によって実行されるヒートポンプ効果について考える。これまでにも述べたように、 $\omega\tau \ll 1$ が満たされると、流体要素は壁と等温可逆的に熱交換する。そのため、 $P-\xi$ が描くだ円の左半分過程で、図 2(e) に模式的に示したように流体要素は固体壁に放熱する。そして、右半分の過程で固体壁から吸熱する。放熱する位置と吸熱する位置が異なるので、1 サイクルで図 2(d) の右から左への熱流が生じる⁽¹⁴⁾。

$\omega\tau \sim 1$ でも進行波成分によるヒートポンプ効果は生じる。 $\omega\tau \sim 1$ のとき、上記したように、圧力変動とエントロピー変動に位相遅れが生じる。その結果、図 2(f) に模式的に示すように、放熱と吸熱のタイミングが図 2(e) に比べて遅れる。しかし、右から左へ向かう熱流は生じる。図 2(e) と図 2(f) を比べるとわかるように、圧力振幅と変位振幅の大きさがそれぞれ同じであれば、 $\omega\tau \ll 1$ の場合に比べると $\omega\tau \sim 1$ のときのほうが 1 サイクルあたりに輸送される熱量が少なくなる。

$P-\xi$ 平面に進行波成分が描くだ円は $-\pi/2 < \Phi < \pi/2$ で時計回りに回り、 $\pi/2 < \Phi < \pi$ および $-\pi/2 < \Phi < -\pi$ で反時計回りに回る。そのため、進行波成分による熱流の方向も Φ に依存する。つまり、 $-\pi/2 < \Phi < \pi/2$ のときは、図 2(e), (f) で示したように右から左へ向かう熱流が生じ、 $\pi/2 < \Phi < \pi$ および $-\pi < \Phi < -\pi/2$ のときは左から右へ向かう熱流が生じる。

熱交換の仕方の違いから、 $\omega\tau \sim 1$ で生じるヒートポンプ効果を利用する冷凍機の COP に比べて、 $\omega\tau \ll 1$ で生じるヒートポンプ効果を利用する冷凍機の COP のほうが高くなる可能性がある。 $\omega\tau \ll 1$ の環境下で実行されるヒートポンプ効果を実現するためには、蓄熱器内での流路を小さくし、かつ、蓄熱器において位相差 Φ を零に近づければよい。

3. 実験装置

本研究では、蓄熱器内における位相差 Φ を零に近づけるために、進行波音波の励起を可能にするループ管を用いて共鳴管を製作した。また、 $\omega\tau \ll 1$ を実現するためにステンレス製のメッシュを用いて蓄熱器を製作した。

製作した共鳴管冷凍機の概略図を図 3 に示す。共鳴管冷凍機はスピーカ、テーパ管、枝管、ループ管で構成されている。スピーカ (Morel Acoustics USA, MW-142) は音響用のパワーアンプ (YAMAHA, P 2500 S) を経由して、発振機 (NF, WF 19431) につながれている。この発振機から角振動数 ω の正弦波を

Fig. 3 Experimental setup

^{**1} 断面積 $A(x)$ の断面を通過する熱流 $Q(x)$ は $Q(x) = A(x) T_m(x) \rho_m(x) f \int_0^T s(x, t) U(x, t) dt$ と定義される⁽³⁾⁽⁴⁾。ここで、 $T_m(x)$, $\rho_m(x)$, $s(x, t)$, $U(x, t)$ はそれぞれ流体要素の平均温度、平均密度、エントロピー変動、流速変動であり、 T は周期で、 f は周波数である。

出力し、スピーカを振動させる。

テーパ管の長さは0.15 mであり、その内径は160 mmから24 mmまで指数関数的に小さくなっている。枝管の内径は24 mm、長さは0.18 mである。枝管とループ管はT字形の管で結ばれている。ループ管の内径は24 mmで平均周長は0.83 mである。装置内には作動流体として大気圧空気が内封されている。

ステンレス製のメッシュを長さ50 mmに積層させて製作した蓄熱器がループ管内に挿入されている。蓄熱器の外径は24 mmであり、水力半径 r は0.1 mmである。水力半径を用いて、蓄熱器内での熱緩和時間 τ を算出すると 2×10^{-4} sとなる。蓄熱器両端には長さが10 mmの熱交換器Aと長さが5 mmの熱交換器Bの設置されている。両方の熱交換器はともに幅1 mmの穴が間隔0.5 mmでスリット状にあいた構造をしている。蓄熱器の中心は $x=0.70$ mにある。ここで、 x 軸の原点は、図3に示したように、テーパ管と枝管の接合点にとり、正の方向は枝管内では左から右へ向いており、ループ管内では時計回りに向かっている。枝管の長さが0.18 mなので、 $x=0.18$ mに枝管とループ管の接合点がある。また、ループ管の周長が0.83 mなので、 $x=0.18$ mと $x=1.01$ mは同じ位置を指す。

枝管およびループ管の壁に細管(内径2 mm、長さ10 mm)をつけた。この細管に小形圧力センサ(Toyodakoki, DD 102, 共鳴周波数5 kHz)を取付けた⁽¹⁶⁾。この圧力センサから出力された信号をフーリエ交換することで、圧力の ω で振動する成分の振幅および位相を得た。一端は閉じられ、もう一端はスピーカにつながれた共鳴管を用いた実験から、異なる位置で測定された圧力変動間の位相差の測定誤差は $\pm 0.1^\circ$ と見積もられた。

発振機から出力する正弦波の周波数 $f=\omega/(2\pi)$ を変えながら、装置内の圧力振幅を測定した。その結果、 $f \sim 110$ Hzで共鳴状態になることがわかった。この周波数110 Hzに f を固定した。 $f=110$ Hzを用いると蓄熱器での $\omega\tau$ は室温で0.1になる。 $\omega\tau=0.1$ では、圧力変動による温度変動は流路断面にわたってほとんどなく⁽¹⁵⁾、流体と固体壁の温度はほぼ等しい。

4. 音場の測定

1章でも述べたように、熱音響エンジンや熱駆動熱音響冷凍機の研究によって、ループ状の共鳴管内には進行波音波の励起が可能であることが報告されている。しかし、ループ状の管内に定在波音波が励起する

ことも確認されている⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。そこで、装置内の音波を調べるために、管壁に取付けた圧力センサを用いて装置内の圧力変動 P を測定した。さらに測定した2点の圧力 $[P(x_1), P(x_2)]$ から流速 $U(x_1/2+x_2/2)$ を算出した。圧力測定から流速 U を求める方法(以後、2センサ法と呼ぶ)の詳細は文献(18)を参照されたい。

4.1 圧力振幅 p 、流速振幅 u 、位相差 ϕ の分布

測定した圧力変動の振幅 p および、2センサ法により算出した流速振幅 u と圧力と流速の間の位相差 ϕ の分布を図4(a), (b)に示す。また、付録に示した管内を音波が伝ばするようすを表現する式と実験データを用いて求めた p と u 、および ϕ の分布を線で示した。2センサ法に用いられる式[文献(18)の式(20)]から見積もった流速振幅 u と位相差 ϕ の誤差はそれぞれ図4中に示したシンボルの大きさ以下であった。そのため、図4(a), (b)には、エラーバーが記されていない。

図4(a)からわかるように、圧力振幅は $x=0.12$ mで940 Paとなり、蓄熱器までは($x < 0.67$ m) x の増加とともに増加する。一方、流速振幅は $x=0.12$ m

Fig. 4 Acoustic field formed in the refrigerator. (a) The distributions of pressure amplitude p and velocity amplitude u . (b) The distribution of the phase difference ϕ between pressure P and velocity U . (c) The distribution of acoustic power flow W

で 10 m/s となり、流路が分岐する $x=0.18$ m で不連続的に小さくなり、蓄熱器までは $(x<0.67$ m) x の増加とともに減少している。これら分布から判断して、装置内では、1/4 波長共鳴が起こっているといえる。

図 4(b) に示した圧力と流速の間の位相差 ϕ の分布に注目する。枝管内 0 m $< x < 0.18$ m やループ管内の一部の領域 0.18 m $< x < 0.4$ m では ϕ は 90° に近い値になっている。しかし、 ϕ は蓄熱器付近で零になり、蓄熱器の一端では 5° 程度、もう一端では 50° 程度になっている。したがって、蓄熱器内では進行波成分が支配的である。

蓄熱器内では $\omega\tau=0.1$ であり、上述のように実験により進行波成分が支配的であることがわかった。これは、蓄熱器内において、等温可逆的な熱交換を利用した進行波成分によるヒートポンプ効果が生じていることを示している。蓄熱器内において $-\pi/2 < \phi < \pi/2$ なので、進行波成分による熱流の向きは、 x 軸の負の方向である。つまり、熱交換器 B から熱交換器 A の方向になる。そこで、熱交換器 A を温度 $T_H=26^\circ\text{C}$ に保ち、熱交換器 B の温度 T_C を K 形熱電対で測定した。その結果、 T_C は室温より約 8°C 低い 18.5°C になった。

4.2 音響パワーの分布 共鳴管冷凍機ではスピーカから音響パワー W が入力され、音響パワー W が蓄熱器内で熱流にエネルギー変換される。装置に投入された音響パワーや蓄熱器に投入された音響パワーを明らかにするために、装置内の音響パワーの分布を調べた。

音響パワー W は流路断面積 A 、圧力 P 、流速 U を用いて

$$W = A \int_0^T P U dt \dots\dots\dots (5)$$

と定義されている。ここで T は周期 ($=1/f$) である。定義からわかるように、 W の大きさは図 2(d) に示した進行波成分が P - ξ 平面に描くだ円の面積に周波数 f と断面積 A を書けた値になる。 W の符号はその方向を表す。正の値のとき、 W は x 軸の正の方向へ向かい、負の値のとき、 x 軸の負の方向へ向かう。式 (1) および式 (2) を式 (5) に代入することで

$$W = \frac{A}{2} p u \cos \phi \dots\dots\dots (6)$$

が得られる。

図 4(a)、(b) に示した p 、 u 、 ϕ を用いて求めた W の分布を図 4(c) に示す。図 4(c) からわかるように W はどの位置 x でもつねに正の値をとっている。これは、 W の方向が x 軸の正の方向であることを示し

ている。したがって、 W は枝管内をスピーカから枝管とループ管との付け根の方向に進み、ループ管内を時計回りに進む。

図 4(c) から、 $x=0$ m での W が 0.38 W であることがわかる。この値がスピーカから冷凍機に投入された音響パワーの大きさである。 W は x の正の方向へ進み、 $x=0.12$ m では、その大きさが 0.35 W に減少している。減少した原因は、粘性と熱伝導により、散逸が生じたためである。 W はさらに x を正の方向へ進み分岐点である $x=0.18$ m に達する。この点で、不連続的に W は大きくなっている。その結果、スピーカから入力された音響パワー $W(x=0)$ を上回る音響パワーが蓄熱器へ入力されている。蓄熱器ではエネルギー変換と狭い流路内で起こる散逸の結果、音響パワーは他の位置に比べて大きく減少する。蓄熱器低温端 ($x=0.73$ m) から出力された音響パワーは、 $x=1.01$ m ($=0.18$ m) でスピーカから入力された音響パワーと合流し、再び蓄熱器に入力される。この合流が上記した $x=0.18$ m で W が不連続的に大きくなった原因である。

上述のように、製作した共鳴管冷凍機では、ループ状の経路が存在することで、蓄熱器から出力された音響パワーは再び蓄熱器に入力されていた。図 1 からわかるように、従来の共鳴管冷凍機では音響パワーの再利用は実現されない。進行波成分を用いた冷凍機では蓄熱器低温端から出力された音響パワーが再び蓄熱器に入力される時、その冷凍機の COP の上限値は $\text{COP}_{\text{Carnot}} = T_C / (T_H - T_C)$ に等しくなり、されない場合の COP の上限値 T_C / T_H を上回る⁽⁹⁾⁽¹⁹⁾。したがって、ループ状の共鳴管を利用することは、進行波成分によるヒートポンプ効果を実現させるだけでなく、COP の改善にも寄与する可能性がある。

5. 冷凍機の性能

5.1 低温端の温度の音響パワー依存性 計測可能な最も小さな x での音響パワー $W(x=0.12)$ を W_{in} と定義し、 W_{in} を変えながら T_C を測定した。測定した T_C を $T_{C,a}$ として、図 5 に白抜きの四角で示した。なお、黒四角で示した $T_{C,b}$ については 6 章で述べる。図 5 からわかるように、 W_{in} を零から徐々に増加させると、 $T_{C,a}$ は低下した。 $W_{in}=1.8$ W のとき、 $T_{C,a}$ は 13.4°C となった。しかし、 $W_{in}>1.8$ W では W_{in} を増加させても、ほとんど $T_{C,a}$ は変化しなかった。

蓄熱器に流れ込む W を増加させても、蓄熱器の低温端の温度が減少しない現象は熱駆動熱音響冷凍機で

Fig. 5 Measured T_c as a function of W_{in}

も確認されている⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。この原因としてループ状の流路を周回する質量流 $M_{2,0}$ の影響が指摘されている⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。質量流 $M_{2,0}$ は

$$M_{2,0} = Af \int_0^T \rho U dt + A \rho_m U_{2,0} \dots \dots \dots (7)$$

と書ける⁽⁹⁾。 ρ は密度の平均値 ρ_m からのずれを表す。また $U_{2,0}$ は、流速が周期的に変動するために誘起される二次的な流速で、時間に依存しない。質量流 $M_{2,0}$ が有限であると、熱負荷 $Q_{load} = M_{2,0} C_p (T_H - T_c)$ が低温熱交換器に加わるので、冷凍機の性能は低下する⁽⁹⁾。

5・2 質量流の抑制 冷凍機の性能を向上させるために、質量流 $M_{2,0}$ の抑制を試みた。質量流はゴム膜によって抑制できると報告されている⁽⁹⁾。そこで、著者らはゴム膜(風船)を装置内に設置した。ゴム膜の変位をできるだけ小さくするために、ゴム膜の設置位置は流速の節付近である $x=0.65$ m とした。

式(7)の右辺の第1項は W と同じ符号をもち、その大きさは W の大きさに比例する。なぜなら

$$\int_0^T \rho U dt \propto \frac{\rho_m}{P_m} \int_0^T P U dt \dots \dots \dots (8)$$

の関係が満たされる⁽³⁾ からである。したがって、式(7)の右辺の第1項の符号と大きさは W に依存する。一方、第2項の符号と大きさは音波によって誘起される時間に依存しない二次的な圧力 $P_{2,0}$ のこう配に依存する。なぜなら、 $P_{2,0}$ のこう配と $U_{2,0}$ は

$$U_{2,0} \propto -\frac{dP_{2,0}}{dx} \dots \dots \dots (9)$$

の関係で結ばれる⁽⁹⁾ からである。そこで、 W_{in} を変えながら、蓄熱器を挟んだ位置 $x=0.66$ m と $x=0.76$ m での $P_{2,0}$ の差を測定⁽²⁰⁾ した。

蓄熱器を挟んだ位置 $x=0.66$ m と $x=0.76$ m での $P_{2,0}$ の差

$$\Delta P_{2,0} = P_{2,0}(x=0.76) - P_{2,0}(x=0.66) \dots \dots (10)$$

Fig. 6 Measured $\Delta P_{2,0}$ plotted as a function of W_{in}

Fig. 7 Cooling power of the refrigerator

を W_{in} の関係として図6に示した。図6から $\Delta P_{2,0}$ の符号は正であることがわかる。これは、 $dP_{2,0}/dx > 0$ であることを意味している。したがって、 $U_{2,0}$ は負であり、音響パワー W とは逆に蓄熱器の中を低温端から高温端に向かっている。これは式(7)の右辺第1項と第2項が異なる符号をもつことを意味している。また、図6から、 W_{in} を大きくすると $\Delta P_{2,0}$ の大きさが大きくなることがわかる。これは、 W_{in} の増加とともに $U_{2,0}$ の大きさが大きくなることを意味している。したがって、式(7)の右辺第1項の大きさが大きくなると、第2項の大きさも大きくなっている。これら実験結果から判断して、ゴム膜によって質量流 $M_{2,0}$ は抑制されている。

ゴム膜を設置した状態で、 W_{in} を変えながら蓄熱器低温端の温度 T_c を測定した。測定した温度を $T_{c,b}$ とした。 $T_{c,b}$ と W_{in} の関係を図5に黒四角で示す。図5から W_{in} を大きくすると $T_{c,b}$ は単調に減少することがわかる。また、 $T_{c,b}$ と $T_{c,a}$ を比べると明らかに、ゴム膜を設置することで、冷凍機の最低到達温度が低下した。 W_{in} が 3.8 W のとき、 $T_{c,b}$ は T_H から約 25°C 低い 1.7°C になった。

低温熱交換器にヒータ線を巻きつけ、熱負荷を加え冷凍出力 Q_c を測定した。 Q_c は直流安定化電源(KENWOOD, PW 18-3 AD, 電力測定誤差 $\pm 2\%$)

下)を用いてヒータ線に加えた電力とした。 W_{in} を本実験における最大値3.8 Wに固定した。冷凍出力 Q_c と $\Delta T = T_H - T_c$ の関係を図7に示した。ここでゴム膜を設置した状態で測定した Q_c を黒塗りの四角で、ゴム膜を設置しない状態で測定した Q_c を白抜きで示した。どの ΔT で比べても、ゴム膜を設置したときの冷凍出力 Q_c は設置しないときの冷凍出力を上回った。 $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ のとき、ゴム膜を設置しないときの Q_c は0.3 Wであったのに対して、設置した状態での Q_c は2.0 Wであった。この冷凍機の成績係数を $\text{COP} = Q_c/W_{in}$ と定義すると、 $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ 時のゴム膜を設置しない状態でのCOPは0.08で、設置した状態でのCOPは0.53となる。この結果からゴム膜の設置によって質量流 $M_{2,0}$ を制することは、ループ管を用いた共鳴管冷凍機のCOPを向上させるといえる。

6. 結 論

ループ状の共鳴管を用いて共鳴管冷凍機を製作した。圧力変動を調べることで、この冷凍機は進行波成分を用いてヒートポンプ効果を得ていることを明らかにした。さらに、ゴム膜を挿入することで、質量流を抑制し、製作した冷凍機の性能を向上させた。冷凍機のCOPは $\Delta T = T_H - T_c = 10^\circ\text{C}$ のとき、0.54であった。

今回の装置では低温熱交換器や蓄熱器を外界と断熱していない。したがって、断熱することで、冷凍出力 Q_c の増大と、COPの改善が期待できる。また、作動流体を高圧化しエネルギー密度を上げることで、COPの改善が期待できる。なぜなら、エネルギー密度を上げることで、固体壁を伝わる熱伝導など温度差が原因になって生じるロスに比べて、音波によるヒートポンプ効果によって運ばれる熱量が相対的に増え、ロスがCOPに与える影響が小さくなると期待できるからである。

本論文の作成にあたり、愛知教育大学教授 矢崎太一氏に貴重な意見をいただいた。氏にお礼申し上げる。本研究は日本学術振興会特別研究員制度および科学研究費(科研費番号10613)の援助を得て実施された。また、本論文で述べた共鳴管冷凍機は東京大学生産技術研究所試作工場の協力を得て製作された。

[付 録]

線形化した非圧縮性流体のNavier-Stokes方程式を、長波長近似と壁での流速が零とする境界条件を用いて、書き直すと、

$$\rho_m \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} = - \frac{\partial P(x, t)}{\partial x} (1 - \chi_\nu) \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる⁽⁴⁾。ここで x は音波の伝ば方向にとった軸である。 χ_ν は流速の管の半径方向 r の分布関数 $F(r)$ を断面平均することで得られ、 $\omega\tau_\nu$ の関数である。 $\omega\tau_\nu$ は動粘性係数 ν と角振動数 ω 、流路径 r_0 を用いて $\omega\tau_\nu = \omega r_0^2 / (2\nu)$ と書け、論文中で用いた $\omega\tau$ とは、プラントル数 σ を用いて $\omega\tau_\nu = \omega\tau / \sigma$ の関係で結ばれている。 $\omega\tau_\nu \gg 1$ の条件のとき

$$\chi_\nu = (1 - i) / \sqrt{\omega\tau_\nu} \quad \dots\dots\dots (12)$$

と書ける⁽¹⁸⁾。条件 $\omega\tau_\nu \gg 1$ は粘性の影響が小さい太い管内で成り立つ。

圧力変動 P と流速変動 U をそれぞれ複素数表示すると、

$$P(x, t) = p(x) \exp[i\omega t] \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$U(x, t) = u(x) \exp[i\{\omega t + \Phi(x)\}] \quad \dots\dots\dots (14)$$

と書ける。式(14)を式(11)に代入すると

$$U(x, t) = \frac{i}{\omega\rho_m} \frac{\partial P(x, t)}{\partial x} (1 - \chi_\nu) \quad \dots\dots\dots (15)$$

が得られる。

圧力変動を右向きと左向きの進行波の重ね合わせで表現すると

$$P(x, t) = C_+ e^{i(\omega t - kx)} + C_- e^{i(\omega t + kx)} \quad \dots\dots\dots (16)$$

と書ける⁽¹⁸⁾。ここで、 C_+ と C_- は複素数の定数であり、 k は複素波数である。 k は $\omega\tau_\nu \gg 1$ のとき

$$k = \frac{\omega}{a} \left\{ 1 + \frac{1-i}{2\sqrt{\omega\tau_\nu}} + \frac{(1-i)(\gamma-1)}{2\sqrt{\omega\tau}} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる⁽¹⁸⁾。ここで a は断熱音速であり γ は比熱比である。式(15)、(16)を用いると、ある位置 x_0 での圧力変動 P_0 と流速変動 U_0 は

$$P_0 = C_+ e^{i(\omega t - kx_0)} + C_- e^{i(\omega t + kx_0)} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$U_0 = \frac{k(1-\chi_\nu)}{\omega\rho_m} (C_+ e^{i(\omega t - kx_0)} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$- C_- e^{i(\omega t + kx_0)}) \quad \dots\dots\dots (20)$$

となる。この二つの式から

$$C_+ = \frac{1}{2} \left\{ P_0 + \frac{\omega\rho_m U_0}{k(1-\chi_\nu)} \right\} e^{-i(\omega t - kx_0)} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$C_- = \frac{1}{2} \left\{ P_0 - \frac{\omega\rho_m U_0}{k(1-\chi_\nu)} \right\} e^{-i(\omega t + kx_0)} \quad \dots\dots\dots (22)$$

が得られる。この C_+ 、 C_- を式(15)、(16)に代入することで

$$P(x, t) = \frac{1}{2} \left\{ P_0 + \frac{\omega\rho_m U_0}{k(1-\chi_\nu)} \right\} e^{-ik(x-x_0)} + \frac{1}{2} \left\{ P_0 - \frac{\omega\rho_m U_0}{k(1-\chi_\nu)} \right\} e^{ik(x-x_0)} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$U(x, t) = \frac{k(1-\chi_\nu)}{2\omega\rho_m} \left[\left\{ P_0 + \frac{\omega\rho_m U_0}{k(1-\chi_\nu)} \right\} e^{-ik(x-x_0)} - \left\{ P_0 - \frac{\omega\rho_m U_0}{k(1-\chi_\nu)} \right\} e^{ik(x-x_0)} \right] \quad \dots\dots\dots (24)$$

が得られる。これら式から、ある位置 x_0 における P_0 および U_0 が得られると、 P と U の振幅の位相は x の関数として得られる。

図4に示した線を引くために、まず装置を三つの部分 $0\text{ m} < x < 0.18\text{ m}$, $0.18\text{ m} < x < 0.65\text{ m}$, $0.73\text{ m} < x < 1.01\text{ m}$ に分けた。次に、 $x=0.08, 0.28, 0.78\text{ m}$ で実験的に得られた P, U を P_0, U_0 として、それぞれの領域で $P(x), U(x)$ を得る。得られた $P(x), U(x)$ を用いて、図4に示した線を描いた。

文 献

- (1) Merkli, P. and Thomann, H., Thermoacoustic effects in a resonant tube, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 70 (1975), pp. 161-177.
- (2) Wheatley, J. and Cox, A., Natural Engines, *Physics Today*, Vol. 38 (1985), pp. 50-58.
- (3) Swift, G. W., Thermoacoustic Engines and Refrigerators, *Physics Today*, Vol. 48 (1995), pp. 22-28; *the Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 84 (1988), pp. 1145-1180; Thermoacoustics, published by *Acoustical Society of America*.
- (4) Tominaga, A., Thermodynamic Aspects of Thermoacoustic Theory, *Cryogenics*, Vol. 35 (1995), pp. 427-440.
- (5) Ceperley, P. H., A Pistonless Stirling Engine-Traveling Wave Heat Engine, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 66 (1979), pp. 1508-1513.
- (6) Yazaki, T. et al., Traveling Wave Thermoacoustic Engine in a Looped Tube, *Physical Review Letters*, Vol. 81 (1998), pp. 3128-3131.
- (7) Backhaus, S. and Swift, G. W., A Thermoacoustic Stirling Heat Engine, *Nature (London)*, Vol. 399 (1999), pp. 335-338; A Thermoacoustic-Stirling Heat Engine: Detailed Study, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 107 (2000), pp. 3148-3166.
- (8) Ueda, Y. et al., Acoustic Field in a Thermoacoustic Stirling Engine Having a Looped Tube and Resonator, *Applied Physics Letters*, Vol. 81 (2002), pp. 5252-5254.
- (9) Swift, G. W. et al., Acoustic Recovery of Lost Power in Pulse Tube Refrigerators, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 105 (1999), pp. 711-724.
- (10) Yazaki, T. et al., A Pistonless Stirling Cooler, *Applied Physics Letters*, Vol. 80 (2002), pp. 157-159.
- (11) Ueda, Y. et al., Experimental Studies of a Thermoacoustic Stirling Prime Mover and its Application to a Cooler, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 115 (2004), pp. 1134-1141.
- (12) Miwa, M. et al., Measurement of Acoustic Output Power in a Traveling Wave Engine, submitted to *Ultrasonics*.
- (13) Biwa, T. et al., Experimental Demonstration of Thermoacoustic Energy Conversion in a Resonator, *Physical Review E*, (2004), Art. No. 066304.
- (14) Inoue, T., Cooling by Sound Wave, *Refrigeration*, Vol. 69 (1994), pp. 76-83.
- (15) Tashiro, Y. et al., Calibration of a Thermocouple for Measurement of Oscillating Temperature, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 76 (2005), Art. No. 124901.
- (16) Biwa, T. et al., Work Flow Measurements in a Thermoacoustic Engine, *Cryogenics*, Vol. 41 (2001), pp. 305-310.
- (17) Biwa, T. et al., Thermodynamical Mode Selection Rule Observed in Thermoacoustic Oscillations, *Europhysics Letters*, Vol. 60 (2002), pp. 363-368.
- (18) Fusco, A. et al., 2-Sensor Power Measurements in Lossy Ducts, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 91 (1992), pp. 2229-2235.
- (19) Ueda, Y. and Biwa, T., Efficiencies of a Pulse-Tube Refrigerator and a Heat-Driven Thermoacoustic Cooler, *Teionkagaku*, Vol. 41 (2005), pp. 73-80 (in Japanese).
- (20) Smith, B. L. and Swift, G. W., Measuring Secondorder Time Average Pressure, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 110 (2001), pp. 717-723.