ランダムフーリエモード法と急激変形理論の複合モデルによる
鈍頭物体周りの流れの数値シミュレーション*
(第1報, 複合モデルおよび円柱周りの乱流解析へのモデルの適用)

酒井 康彦^{*1}, 長田 孝二^{*2}, 杉浦 真一^{*3}
久保 貴^{*4}, Julian C. R. HUNT^{*5}

Simulation of Turbulent Flow Around a Bluff Body Using a Combined Model
of Random Fourier Modes and Rapid Distortion Theory
(1st Report, Description of the Combined Model and Its Application to
Turbulent Flow Around a Cylinder)

Yasuhiko SAKAI^{*6}, Kouji NAGATA, Shin-ichi SUGIURA,
Takashi KUBO and Julian C. R. HUNT

^{*6} Department of Mechanical Science and Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

A new simulation method to predict turbulence quantities around a bluff body has been developed using a combined model of the random Fourier modes and rapid distortion theory (RDT). In the proposed method, both large- and small-scale turbulent motions are simulated using the random Fourier modes varying in space and time, and the change of vorticity field around the body is modeled by the RDT. The novel advantage of the present method is as follows: 1. we can simulate a high-Reynolds-number turbulent flow around a bluff body, 2. we can obtain a time dependent fluctuating velocity field at arbitrary points around a body, 3. low computational cost compared with DNS and LES. The method is applied to turbulent flow around a cylinder and the results are compared with the previous measurement. The computational results are in agreements with the previous measurements in the front region of the cylinder. It is concluded that the present method is useful to simulate the turbulence fields where the effects of distortion of eddies and blocking by the wall are dominant.

Key Words: Turbulent Flow, External Flow, Vortex, Computational Method, Random Fourier Mode, Rapid Distortion Theory

1. 緒 言

物体周りの流れを明らかにし, その予測を行うことは, 自動車や船舶, 航空機周りの流れの予測や制御の問題等と関連して工学設計上非常に重要である. また, 学術的にも, 物体干渉による乱流中の渦構造の変化と

いう興味深い問題の解明にもつながる. 一般に, 物体周りの乱流場は, 物体後流とそれに伴う誘導速度変動を除けば, 渦変形と物体表面によるブロッキング効果⁽¹⁾⁽²⁾のいずれかが支配的になるかによって流れ場の特性が決まる. Hunt⁽³⁾⁽⁴⁾は円柱周りの乱流場に対して急激変形理論 (rapid distortion theory: RDT) を適用し, 円柱周りにおける渦変形とブロッキング効果を明らかにした. RDT はいくつかの仮定の下で支配方程式を線形化して解く手法であり, 急激な渦変形やブロッキングが支配的な乱流場でその有効性が確認されている. しかし, 通常, RDT では線形化された支配方程式を統計的な手法に基づいて解析的に解く方法がとられる

* 原稿受付 2007年6月22日.

^{*1} 正員, フェロー, 名古屋大学大学院工学研究科 (〒464-8603 名古屋市中種区不老町).

^{*2} 正員, 名古屋大学大学院工学研究科.

^{*3} 名古屋大学大学院工学研究科.

^{*4} 正員, 名古屋大学エコトピア科学研究所.

^{*5} Department of Earth Sciences, University College London (Gower Street, London WC1E 6BT, UK).

E-mail: ysakai@mech.nagoya-u.ac.jp

ため、時々刻々変化する乱流変動成分を予測することはできない。

一方、運動学的シミュレーションの一つであるランダムフーリエモード法⁽⁵⁾⁽⁶⁾は乱流場を統計的に独立な有限個のランダムフーリエ成分の和として表現するものであり、任意時刻の任意の場所における速度場を計算することが可能である。従来の研究⁽⁶⁾により、一様等方性乱流場に対しては、オイラーの三次元スペクトル分布を与えることにより高レイノルズ数乱流における乱流統計量が実験値とよく合うことが示されており、その有効性が確認されている。

本研究では、ランダムフーリエモード法とRDTのそれぞれの長所に着目し、これらを組み合わせた複合モデルによって鈍頭物体周りの流れをシミュレートする方法を提案する。この手法は本研究によって初めて提案されるものであり、鈍頭物体周りの乱流場に関して任意の時刻および場所における乱流場の予測が可能となる。もちろん、乱流の直接数値計算を用いれば乱流の時間変動まで含めた正確な予測が可能であるが、直接数値計算はその適用が低レイノルズ数流れに限定され、しかも、計算コストが非常に高いという欠点をもつ。これに対して、本研究で提案する手法は、対象とする乱流場が現在のところ鈍頭物体周りの渦変形とブロッキングが支配的な乱流場に限定されるものの、高レイノルズ数流れに適用可能であり、また、計算コストが非常に安価であるという大きな利点を有する。本報では、一様流速をもつ等方性乱流中に置かれた円柱周りの流れにこの手法を適用した結果について報告する。さらに、シミュレーション結果を過去の実験結果⁽⁷⁾と比較し、本計算手法の有効性について議論を行う。

2. おもな記号

- a : 円柱の半径
 κ : 波数ベクトル
 κ_{max} : 最大波数
 κ_{min} : 最小波数
 L_E : 積分長さスケール
 N : モード数
 n : モードの順番 ($1 \sim N$)
 n_s : 法線ベクトル
 r : 半径方向座標または原点からの半径方向距離 $= (x^2 + y^2)^{1/2}$
 t : 時間
 $\mathbf{U}$: 平均速度ベクトル
 $\mathbf{u}$: 変動速度ベクトル
 u', v' : 主流および鉛直方向変動速度の rms 値

Fig. 1 The flow regions near a cylinder (after Hunt⁽³⁾)

- x, y, z : 主流、鉛直およびスパン方向座標または原点からの x, y, z 方向距離
 β : エネルギスペクトルの補正係数
 γ : 渦度変形テンソル
 ν : 動粘性係数
 ω_u : 変動渦度ベクトル
 ω : 角周波数
 ξ : 円柱表面からの r 方向距離 $= r - a$

添え字

- n : n 番目のフーリエモードに関する量
 x, y, z : x, y, z 方向成分
 0 : 物体から十分離れた一様乱流中での値

3. 計 算 手 法

3.1 乱流中に置かれた円柱周りの流れに対する急激変形理論 (RDT) 本研究で提案する計算手法では、円柱周りの渦度および速度変化については急激変形理論 (RDT) に基づいてモデル化する。紙面の都合上、ここではその概要のみ説明するが、詳細は Hunt⁽³⁾⁽⁴⁾を参照されたい。Hunt⁽³⁾によれば、円柱周りの乱流場は次の三つの領域に分けることができる (図 1)。

- 1 領域 (E): 流れが非回転で粘性の影響が無視できる外部領域
- 2 領域 (B): よどみ点近くの薄い境界層で、乱流が間欠的に存在する領域
- 3 領域 (W): 渦度が存在し大きな速度変動を生じる、後流のはく離流れ領域

RDT では、次の仮定

- 1 平均流は非回転 ($\mathbf{\Omega} = \nabla \times \mathbf{U} = 0$) である
- 2 主流流速に比べて速度変動は小さい ($u'/U_0 \ll 1$)
- 3 大きなレイノルズ数を持つ ($Re = u'_0 L_E / \nu \gg 0$)
- 4 乱流渦が変形を受ける時間 $T_D = a/U_0$ が乱流の

時間スケール $T_L = L_E/u'_0$ に比べて十分小さい

を用いるため、境界層領域 (B) や後流のはく離流れ領域 (W) における乱流場を正確に予測することができない。しかし、はく離流れ領域の外側の領域や上流領域については乱流場を精度良く予測することが可能である。

前述の仮定のもとで、渦度変動 $\omega_u = \nabla \times \mathbf{u}$ の方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial \omega_u}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \omega_u = (\omega_u \cdot \nabla) \mathbf{U} \dots\dots\dots (1)$$

ω_u および $\mathbf{u}$ に対する境界条件は以下の通りである。

$$\omega_u \rightarrow \omega_{u0}, \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}_0 \text{ as } r \rightarrow \infty \dots\dots\dots (2)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_s = 0 \text{ at } r = a \dots\dots\dots (3)$$

3.1.1 円柱周りの渦度変動 円柱周りの平均流速は、以下のポテンシャル流れであると仮定する。

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_0 \{1 - a^2(x^2 - y^2)/r^4\} \\ U_0 \{-a^2(2xy)/r^4\} \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

流れ関数 ψ は次式で与えられる。

$$\psi = -U_0 y \{1 - a^2/r^2\} \dots\dots\dots (5)$$

渦度変動 ω_u は式 (1) および境界条件 (式 (2)) より次式となる。

$$\omega_{ui}(x, t) = \gamma_{ij}(x, y) \omega_{u0j}(x, y - \Delta_y, z, t - \Delta_T) \dots\dots\dots (6)$$

すなわち、渦度変動 ω_u は物体より十分離れた上流の渦度変動 ω_{u0} に渦度変形テンソル γ_{ij}

$$\gamma_{ij}(x, y) = \begin{pmatrix} U_x/U_0 & -U_0 \partial \Delta_T / \partial y & 0 \\ U_y/U_0 & 1 + U_0 \partial \Delta_T / \partial x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

を作用させることにより表現される。ここで、 Δ_T は図 2 に示すように流体粒子が点 A $(-\infty, y_0)$ から点 B (x, y) まで行くのにかかる時間と、物体が存在しない場合に点 A から点 C (x, y_0) まで行くのにかかる時間との差であり、 Δ_y は点 B と点 C 間の y 座標の変化を表す。これらは、それぞれ、

$$\Delta_T = \int_{-\infty}^x (U_x^{-1} - U_0^{-1}) dx \text{ (along the streamline)} \dots\dots\dots (8)$$

$$\Delta_y = y - y_0 = y + \psi/U_0 \dots\dots\dots (9)$$

により計算される。

Fig. 2 Definition of Δ_T and Δ_y

3.1.2 円柱周りの速度変動 円柱による攪乱速度 $\mathbf{u} - \mathbf{u}_0$ は、平均速度場の空間変化による渦度変形によって引き起こされる回転的変動 $\mathbf{u}^{(d)} = \nabla \times \psi_u$ 、および物体表面に垂直な変動のブロッキングによって引き起こされる非回転変動 $\mathbf{u}^{(s)} = \nabla \phi$ で表される。すなわち、

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \nabla \times \psi_u + \nabla \phi = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}^{(d)} + \mathbf{u}^{(s)} \dots\dots\dots (10)$$

となる。ここで、 ψ_u を $\nabla \cdot \psi_u = 0$ となるように選べると、ベクトル関数 ψ_u と速度ポテンシャル ϕ は次の関係を満たす。

$$\nabla^2 \psi_u = -\nabla \times \mathbf{u}^{(d)} = -(\omega_u - \omega_{u0}) \dots\dots\dots (11)$$

$$\nabla^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (12)$$

また、 ψ_u と ϕ に関する境界条件は以下の通りである。

$$\nabla \times \psi_u \cdot \mathbf{n}_s = 0 \text{ at } r = a \dots\dots\dots (13)$$

$$\nabla \phi \cdot \mathbf{n}_s = -\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{n}_s \text{ at } r = a \dots\dots\dots (14)$$

$$|\nabla \times \psi_u| \rightarrow 0, |\nabla \phi| \rightarrow 0 \text{ as } r \rightarrow \infty \dots\dots\dots (15)$$

なお、本研究では、後流渦放出に伴う周期的な誘導速度変動の影響を考慮するため、自由渦が円柱下流の定点で成長した後、交互に流出して後流中を移流する二次元ポテンシャルモデル⁽⁸⁾を用いた。このモデルの詳細は酒井ら⁽⁸⁾を参照されたい。

3.1.3 円柱周りの速度場のフーリエ解析 式 (10) における上流の速度変動 $\mathbf{u}_0(x, t)$ については一様等方性を仮定し、フーリエ変換 $S_0(\kappa, \omega)$ によって次式で表現する。

$$\mathbf{u}_0(x, t) = \iiint \iiint S_0(\kappa, \omega) \exp\{i(\kappa \cdot \mathbf{x} - \omega t)\} d\kappa d\omega \dots\dots\dots (16)$$

本研究で扱う円柱周りの流れ場では z および t に関しては一様性が仮定できるので、任意の時刻および場所

における変動速度場は次のように表現できる。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, y, \kappa_z, \omega) \exp\{i(\kappa_z z - \omega t)\} d\kappa_z d\omega \quad (17)$$

ここで、変換テンソル $\mathbf{M}$ を導入し、式(17)中の $\hat{\mathbf{u}}$ を一様流のフーリエ変換 $\mathbf{S}_0$ で次式のように表現する。

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, y, \kappa_z, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{M}(\mathbf{x}, y, \kappa) \mathbf{S}_0(\kappa, \omega) d\kappa_x d\kappa_y \dots (18)$$

したがって、式(18)中の変換テンソル $\mathbf{M}$ をモデル化し、後述するランダムフーリエ法を用いて上流の乱流場を表現すれば、円柱周りの任意の場所での任意の時刻における変動速度場を計算することが可能となる。以下に変換テンソル $\mathbf{M}$ のモデル化について説明する。

3-1-4 変換テンソルのモデル化 式(10)に対応する変換テンソルとして変形項 $\mathbf{M}^{(d)}$ 、ソース項 $\mathbf{M}^{(s)}$ を考えると、変換テンソル $\mathbf{M}$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}^{(d)} + \mathbf{M}^{(s)} \\ &= \delta_{ij} \exp\{i(\kappa_x x + \kappa_y y)\} + \mathbf{M}^{(d)} + \mathbf{M}^{(s)} \quad (19) \end{aligned}$$

ここで、平均流速場の空間的変形による渦度の変形によって引き起こされる変換テンソルの変形項 $\mathbf{M}^{(d)}$ と、物体による乱流のブロッキングによって引き起こされる変換テンソルのソース項 $\mathbf{M}^{(s)}$ の影響は、物体の大きさに対する乱流渦の相対的な大きさによって異なることが予想される。そこで、本研究では、小さな波数を $\kappa < 1/a$ 、大きな波数を $\kappa > 1/a$ と定義し、それぞれの波数に対して $\kappa \rightarrow 0$ と $\kappa \rightarrow \infty$ の極限に対する $\mathbf{M}$ の漸近解⁽³⁾を用いた。以下に本研究で用いた具体的な $\mathbf{M}$ のモデルを示す。

3-1-5 小さな波数 ($\kappa < 1/a$) に対する変換テンソルのモデル Hunt⁽³⁾は、波数が小さい場合、 $\mathbf{M}$ が k のべき乗で展開されることを示した。本研究では、計算の簡略化のため $O(1)$ の先頭項のみを考慮する。また、 $\kappa < 1/a$ の場合には変形項を無視することができる。すなわち、

$$\mathbf{M}^{(d)} = 0 \dots\dots\dots (20)$$

一方、境界条件を満足するソース項として次式で表されるモデルを用いる⁽⁴⁾。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{(s)} &= \frac{a^2 \exp\{i(\kappa_x x + \kappa_y y)\}}{r^4} \times \\ &\begin{pmatrix} -(x^2 - y^2) & 2xy & 0 \\ -2xy & x^2 - y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

3-1-6 大きな波数 ($\kappa > 1/a$) に対する変換テンソルのモデル Hunt⁽³⁾は大きな波数での $\mathbf{M}^{(d)}$ 、 $\mathbf{M}^{(s)}$ の漸近解を物体から離れた領域 ($\kappa(r - a) = \kappa\xi \gg 1$) と物体に近い領域 ($\kappa\xi \ll 1$) に分けて導出している。以下に本シミュレーションで用いた $\mathbf{M}^{(d)}$ と $\mathbf{M}^{(s)}$ のモデルを示す。なお、物体から離れた領域と物体に近い領域に関する統計量をそれぞれ下付添え字 “out” と “in” を用いて表す。

(A) 物体から離れた領域 ($\kappa\xi \gg 1$)

物体から離れた場所では物体表面による乱流のブロッキング効果は無視できるので、

$$\mathbf{M}_{out}^{(s)} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

また、変形項は渦度変形テンソル γ (式(7)) を用いて以下のようにモデル化される⁽³⁾。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{out}^{(d)} &= -\epsilon_{lmn} \epsilon_{ijk} \times \\ &\left[\frac{\kappa_m \chi_j \gamma_{kl}}{\chi^2} \exp\{i[\kappa_x(x + U_0 \Delta T) + \kappa_y(y - \Delta_y)]\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\kappa_m \kappa_j}{\kappa^2} \delta_{kl} \exp\{i(\kappa_x x + \kappa_y y)\} \right] \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ここで、 χ は物体による変形を受けた後の波数ベクトルであり、 $\chi = \gamma^{-1}\kappa$ で計算される。

(B) 物体に近い領域 ($\kappa\xi \ll 1$)

物体に近い領域では、ブロッキング効果によるソース項を考慮しなければならない。円柱表面での境界条件を満足するソース項は次式で与えられる⁽³⁾。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{in}^{(s)} &= \exp\{i(\kappa_x \cos \theta + \kappa_y \sin \theta) - \tilde{\kappa} \xi\} \times \\ &\begin{pmatrix} -\cos^2 \theta - \frac{i}{2} \frac{\tilde{\kappa}_y}{\tilde{\kappa}} \sin 2\theta, & -\frac{1}{2} \sin 2\theta - i \frac{\tilde{\kappa}_y}{\tilde{\kappa}} \sin^2 \theta, & 0 \\ -\frac{1}{2} \sin 2\theta + i \frac{\tilde{\kappa}_y}{\tilde{\kappa}} \cos^2 \theta, & -\sin^2 \theta + \frac{i}{2} \frac{\tilde{\kappa}_y}{\tilde{\kappa}} \sin 2\theta, & 0 \\ i \frac{\tilde{\kappa}_x}{\tilde{\kappa}} \cos \theta, & i \frac{\tilde{\kappa}_x}{\tilde{\kappa}} \sin \theta, & 0 \end{pmatrix} \quad (24) \end{aligned}$$

ここで、 $\theta = \tan^{-1}(y/x)$ 、 $\tilde{\kappa}_y = -\kappa_x \sin \theta + \kappa_y \cos \theta$ 、 $\tilde{\kappa} = (\kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{1/2}$ である。変形項 $\mathbf{M}^{(d)}$ については、境界条件を満足する $\mathbf{M}^{(d)}$ が非常に複雑な形であるため⁽³⁾、モデルの簡略化と計算時間短縮のため本研究では省略した ($\mathbf{M}_{in}^{(d)} = 0$)。

(C) 領域分割

上述の変換テンソル $\mathbf{M}$ を実際の計算で使用する場合には、物体から離れた領域と物体に近い領域に対する漸近モデル(それぞれ、外側モデル、内側モデルと称する)を適用する範囲を設定しなければならない。本研究で用いた領域分割および各領域における変換テンソルのモデルを以下に示す。

Fig. 3 The inner, outer and overlap regions around a cylinder for calculating M

$$\left. \begin{aligned} M &= M_0 + M_{out}^{*(d)} + M_{in}^{(s)} & \text{at } 0 < \xi < \xi_1^* \\ M &= M_0 + M_{out}^{(d)} + M_{in}^{(s)} & \text{at } \xi_1^* < \xi < \xi_2^* \\ M &= M_0 + M_{out}^{(d)} & \text{at } \xi_2^* < \xi \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

ここで、 ξ_1^* および ξ_2^* は円柱表面からの距離であり、それぞれの波数モード κ_n について $\kappa_n \xi_1^* = 2.0$ および $\kappa_n \xi_2^* = 20.0$ とした。 $\xi_1^* < \xi < \xi_2^*$ は中間領域であり、外側モデルと内側モデルが混在する領域とした(図3参照)。なお、 $M_{out}^{*(d)}$ は ξ_1^* における M の不連続性を補正するために加えた項であり、次式で表される。

$$M_{out}^{*(d)} = M_{out}^{(d)} f(\eta) \dots \dots \dots (26)$$

$$f(\eta) = \eta^2 (3 - 2\eta), \quad \eta = \xi / \xi_1^* \dots \dots (27)$$

3.2 ランダムフーリエモード法 ランダムフーリエモード法では、有限のモード数 N のフーリエ成分の和で速度場を表し、次のような特性を持つようにシミュレーションする⁽⁶⁾。

- 1 連続性を満足する。
- 2 三次元ベクトル $E_0(\kappa)$ が既知の形をしている。
- 3 大きな渦と小さな渦は統計的に独立で、各モードの速度成分はガウス分布を持つ。

実際のモデルでは、上流の速度変動 $u_0(\mathbf{x}, t)$ (式(16)) を N 個のモードを用いて次式で表す。

$$\begin{aligned} u_0(\mathbf{x}, t) = & \sum_{n=1}^N \{ (\mathbf{a}_n \times \boldsymbol{\kappa}_n) \cos(\boldsymbol{\kappa}_n \cdot \mathbf{x} - \omega_n t) \\ & + (\mathbf{b}_n \times \boldsymbol{\kappa}_n) \sin(\boldsymbol{\kappa}_n \cdot \mathbf{x} - \omega_n t) \} \dots \dots \dots (28) \end{aligned}$$

ここで、 $\boldsymbol{\kappa}_n$ は κ_n の単位ベクトルであり、それぞれの実現の流れ場に対して単位球の表面にランダム(等方的)に分布させる。ベクトル $\mathbf{a}_n, \mathbf{b}_n, \boldsymbol{\kappa}_n$ が位置 $\mathbf{x}$ に関して独立な場合、 $\mathbf{u}$ は自動的に連続の条件を満足する。本研究では、 $\mathbf{a}_n, \mathbf{b}_n$ は平均値が零で分散が次式で計算される値を持つ三次元ガウス分布に従うランダム変数とした。

$$\langle |\mathbf{u}_n|^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle |\mathbf{a}_n|^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle |\mathbf{b}_n|^2 \rangle = 2 \int_{\kappa_n}^{\kappa_{n+1}} E_0(\kappa) d\kappa \dots (29)$$

ここで、 $\langle \rangle$ はフーリエ成分の和として計算される乱れ場の多くの実現に関する集合平均を示す。

円柱周りの流れ場の速度変動 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ (式(17)) は、前節でモデル化された変換テンソル M の実数部および虚数部を用いて次式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = & \sum_{n=1}^N \{ \text{Re}\{M\} (\mathbf{a}_n \times \boldsymbol{\kappa}_n) \cos(\kappa_{zn} z - \omega_n t) \\ & + \text{Re}\{M\} (\mathbf{b}_n \times \boldsymbol{\kappa}_n) \sin(\kappa_{zn} z - \omega_n t) \\ & + \text{Im}\{M\} (\mathbf{b}_n \times \boldsymbol{\kappa}_n) \cos(\kappa_{zn} z - \omega_n t) \\ & - \text{Im}\{M\} (\mathbf{a}_n \times \boldsymbol{\kappa}_n) \sin(\kappa_{zn} z - \omega_n t) \} \dots (30) \end{aligned}$$

角周波数 ω_n に関しては、全ての波数モード κ_n に対して次のモデルを用いた⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

$$\omega_n = \kappa_n \nu_n \dots \dots \dots (31)$$

$$\nu_n^2 = \frac{2}{3} \int_{\kappa_{n-1}}^{\kappa_n} E_0(\kappa) d\kappa \dots \dots \dots (32)$$

ランダムフーリエモード法では、波数をモード数 N の波数に分割して計算を行う(図4)。本研究では、波数に重みをつけて分割を行う代数的波数分割法⁽¹¹⁾を用いた。

$$\kappa_n = \kappa_{min} + \frac{n(n-1)}{2} \frac{2(\kappa_{max} - \kappa_{min})}{N(N-1)} \dots \dots (33)$$

このとき、それぞれの波数 κ_n に対するエネルギー $E_{s0}(\kappa_n)$ は次のように見積もられる。

$$E_{s0}(\kappa_n) = \int_{\kappa_{n-1}}^{\kappa_n} E_0(\kappa) d\kappa \dots \dots \dots (34)$$

3.3 計算条件 本計算で用いるエネルギースペクトルとして、次の Von Kármán スペクトル(図4)を使用した。

$$E_0'(\kappa) = g_2 \kappa^4 / (g_1 + \kappa^2)^{17/6} \dots \dots \dots (35)$$

Fig. 4 The von Kármán energy spectrum $E_0(\kappa)$ and the division of $E_0(\kappa)$ into N modes

ここで、正規化条件より、 $g_1 = 0.558, g_2 = 1.196$ となる⁽³⁾。このスペクトルは、図4に示すように $\kappa \rightarrow 0$ のとき $E_0(\kappa) \rightarrow \kappa^4$, $\kappa \rightarrow \infty$ のとき $E_0(\kappa) \rightarrow \kappa^{-5/3}$ という特徴を示す。ただし、本モデルでは最大波数 κ_{max} よりも大きな波数に含まれるエネルギー Spektral を零とするので、その領域におけるエネルギーを補正するための補正係数 β

$$\beta = \int_0^\infty E'_0(\kappa) d\kappa / \int_0^{\kappa_{max}} E'_0(\kappa) d\kappa \dots\dots (36)$$

を導入した。したがって、本モデルで使用した三次元エネルギー Spektral は次式となる。

$$\begin{cases} E_0(\kappa) = \beta E'_0(\kappa) \\ = \beta g_2 \kappa^4 / (g_1 + \kappa^2)^{17/6} \quad (0 < \kappa < \kappa_{max}) \\ E_0(\kappa) = 0 \quad (\kappa > \kappa_{max}) \end{cases} \quad (37)$$

また、積分長さスケール L_E は $E_0(\kappa)$ より、

$$L_E = \frac{3\pi}{4} \int_0^\infty \kappa^{-1} E_0(\kappa) d\kappa / \int_0^\infty E_0(\kappa) d\kappa = 1 \quad (38)$$

となる⁽⁶⁾。

本計算では、スペクトルの最小波数を $\kappa_{min} = 0.1$ 、最大波数を $\kappa_{max} = 250$ とし、分割するモード数を $N = 100$ とした。また、時間刻みを $\Delta t = 10^{-3}$ とした。計算条件を表1に示す。計算条件は、円柱半径と乱流の長さスケールの比 a/L_E と相対乱れ強度 u'_0/U_0 が Britter らの実験⁽⁷⁾と一致するように設定された。なお、このように、物体から十分離れた上流の乱流に対して、任意のエネルギー Spektral 分布と任意の長さスケールや相対強度を持つ乱流を与えて計算を行うことができるのも、本シミュレーション手法の大きな利点といえる。

Table 1 Computational conditions

Run	U_0	Re	a/L_E	u'_0/U_0
1	16.13	8500	0.11	0.062
2	16.13	27400	0.35	0.062
3	16.13	27400	0.64	0.051

4. 結果および考察

主流および鉛直方向の速度変動の rms 値、 u'/u'_0 , v'/v'_0 の $\theta = \pi$ および $\theta = \pi/2$ における r/a に対する変化を図5に示す。よどみ点である $\theta = \pi$ は乱流のブロッキングと渦変形が支配的な領域であり、 u' においてはいずれの a/L_E についてもシミュレーション結果と実験結果が良好に一致することがわかる。また、 v' においてはシミュレーション結果と実験結果は定性的な傾向は一致するものの、特に $a/L_E = 0.35$ と 0.64 でシミュレーション結果と実験結果に差があることがわかる。

これに対して、 $\theta = \pi/2$ では、 u' のシミュレーション結果は実験結果と定性的に一致するものの、 v' は実験結果と良好に一致しているとはいえない。特に、物体に近い領域 ($a/r < 2$) で実験値と計算値の違いが大きい。また、円柱の半径と渦スケールの比 a/L_E に着目すると、 a/L_E が大きく、渦スケールに対して円柱の半径が大きい場合に実験値と計算値の違いが大きい。Britter ら⁽⁷⁾によると、実験ではよどみ線上から $77^\circ \sim 82^\circ$ ($< \pi/2$) の位置ではく離が起こっており、実験値と計算値とのずれははく離による影響であると考えられる。また、はく離の結果、平均流もポテンシャル流からはずれていることが予想される。なお、Britter らの実験⁽⁷⁾では、乱れ強度は Spektral における渦放出のピーク分を除去したものを積分することにより得られたものである。

それぞれの位置における速度変動 u と v の一次元パワースペクトルを図6から図9に示す。ここで、 $\hat{k} = \kappa_x L_{E0}$, $\hat{\Phi}_{ii}(\hat{k}) = \Phi_{ii}(\kappa_x)/2u'_0 L_{E0}$ である。 $\theta = \pi$ では、 u の一次元パワースペクトル $\hat{\Phi}_{11}$ (図6)、 v の一次元パワースペクトル $\hat{\Phi}_{22}$ (図7) とともにシミュレーション結果は実験結果と比較的良好に一致することがわかる。したがって、図5でも示されたように、 $\theta = \pi$ 付近の乱流場に関してはモデル化が正しく行われていることが確認できる。

はく離点に近い $\theta = \pi/2$ の位置では、物体に近づくにつれて (すなわち r/a が小さくなるにつれて) u の一次元パワースペクトル $\hat{\Phi}_{11}$ (図8) が小さな波数域 ($k_1 < 1/a = 4.55$) で増大する傾向がみられる。この傾

Fig. 5 The rms values of streamwise (x) and vertical (y) velocity fluctuations along the lines $\theta = \pi$ and $\pi/2$ Fig. 6 The one-dimensional power spectra of u along the line $\theta = \pi$ Fig. 7 The one-dimensional power spectra of v along the line $\theta = \pi$

向は実験でもみられるが、定量的にはあまり一致していない。したがって、図5において $\theta = \pi/2$ の位置で実験値と計算値の間に u' の定量的な違いが見られたが、これは小さな波数(大スケール)のソース項のモデリング誤差が起因していると考えられる。また、前述のように、はく離渦による誘導速度成分も実験値と計算値の違いに大きく影響していることが考えられる。しかし、その影響まで正確に考慮したソース項のモデル化は非常に困難であり、現実的ではない。一方、 v の一次元パワースペクトル $\hat{\Phi}_{22}$ (図9)では、大きな波

数域($k_1 > 1/a = 4.55$)で実験値と計算値に若干の違いが見られる。この違いも、流れのはく離が原因であると考えられる。

以上の結果より、はく離の影響が大きな領域ではシミュレーション結果と実験結果に定量的な違いが見られたが、物体による乱流渦の変形と壁面によるブロッキングが支配的な領域ではシミュレーション結果と実験結果が良好に一致した。したがって、物体による乱流渦の変形と壁面によるブロッキングが支配的な領域に限定されるものの、本研究で提案するシミュレーショ

Fig. 8 The one-dimensional power spectra of u along the line $\theta = \pi/2$

Fig. 9 The one-dimensional power spectra of v along the line $\theta = \pi/2$

ン手法によって鈍頭物体周りの流れ場を精度良く予測することが可能であることが確認された。

5. 結 言

鈍頭物体周りの乱流場に関して、ランダムフーリエモード法と急激変形理論 (RDT) を組み合わせた複合モデルを用いた計算手法を提案した。この方法を用いれば、鈍頭物体まわり流れの任意の場所での任意の時刻における乱流場のシミュレーションが可能となる。また、運動学的シミュレーションに基づく本計算手法を用いれば、レイノルズ数が非常に高い場合の鈍頭物体まわり流れの計算が可能であり、工学的に非常に有用である。本研究では、この手法を用いて円柱周りの乱流場を計算し、過去の実験との比較を行った。その結果、はく離による誘導速度の影響が存在する領域ではシミュレーション結果と実験結果に定量的な違いが見られたが、はく離の影響がなく物体による乱流渦の変形と壁面によるブロッキングが支配的な領域ではシミュレーション結果と実験結果が良好に一致することが示された。本研究ではシミュレーションの有効性を確認するために単純な形状である円柱周りの流れのシミュレーションを行ったが、今後はより複雑な形状を有する鈍頭物体周りの流れに対して本手法を適用し、その有効性について議論を行う予定である。

文 献

- (1) Hunt, J. C. R. and Graham, J. M. R., Free-Stream Turbulence near Plane Boundaries, *Journal of Fluid Mechanics*, **84** (2) (1978), 209–235.
- (2) Nagata, K., Wong, H., Hunt, J. C. R., Sajjadi, S. G. and Davidson, P. A., Weak Mean Flows Induced by Anisotropic Turbulence Impinging onto Planar and Undulating Surfaces, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.556 (2006), pp.329–360.
- (3) Hunt, J. C. R., A Theory of Turbulent Flow Round Two-Dimensional Bluff Bodies, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.61 (1973), pp.625–706.
- (4) Hunt, J. C. R. and Mulhearn, P. J., Turbulent Dispersion from Sources near Two-Dimensional Obstacles, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.61 (1973), pp.245–274.
- (5) Kraichnan, R. H., Diffusion by a Random Velocity Field, *The Physics of Fluids*, Vol.13, No.1 (1970), pp.22–31.
- (6) Fung, J. C. H., Hunt, J. C. R., Malik, N. A. and Perkins, R. J., Kinematic Simulation of Homogeneous Turbulence by Unsteady Random Fourier Models, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.236 (1992), pp.284–318.
- (7) Britter, R. E., Hunt, J. C. R. and Mumford, J. C., The Distortion of Turbulence by a Circular Cylinder, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.92 (1979), pp.269–301.
- (8) Sakai, Y., Nakamura, I., Sakai, M. and Kushida, T., A Study on the Interaction between a Grid-Generated Turbulence and a Cylinder (Phase Average Estimation of the Wake Induced Velocity in the Upstream Region of the Cylinder), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.64, No.627 (1998), pp.3644–3651.
- (9) Vassilicos, J. C., On the Geometry of Lines in Two-Dimensional Turbulence, in *Advances in Turbulence 2* (edited by Fernholz, H. H. and Fiedler, M. E.), pp.404–411.
- (10) Sakai, Y., Hunt, J. C. R., Fung, J. C. H., Pedrizetti, G. and Perkins, R. J., Modelling of the Diffusion of Fluid Particles in Turbulent Flows Approaching a Circular Cylinder by Random Fourier Modes and Random Flight, *Applied Scientific Research*, Vol.51 (1993), pp.547–553.
- (11) Vassilicos, J. C. and Fung, J. C. H., The Self-Similar Topology of Passive Interfaces Advected by Two-Dimensional Turbulent-Like Flows, *Physics of Fluids*, Vol.7, No.8 (1995), pp.1970–1998.