給湯用理想ヒートポンプサイクル及びその成績係数(COP)の
導出と各冷媒の上限 COP の評価*斎 川 路 之^{*1}Derivation of Ideal Heat Pump Cycle for Hot Water Supply
and Its COP and Evaluation of Hopeful RefrigerantMichiyuki SAIKAWA^{*2}^{*2}Energy Engineering Research Laboratory, Central Research Institute of Electric Power Industry,
2-6-1 Nagasaka, Yokosuka-shi, Kanagawa, 240-0196 Japan

The reverse Carnot cycle, the high and low heat source of which are constant temperatures, decides the theoretical limit of COP of conventional heat pumps used as air conditioners etc. But the cycle which decides the theoretical limit of COP of a heat pump used as tap water heater is defined as the cycle whose high heat source varies temperature with constant specific heat, because the specific heat of tap water is constant and tap water heating with high temperature rise is needed. In this paper, the COP of this ideal cycle is clarified. And upper limit of COP of heat pump cycle with various refrigerants for tap water heating is studied and finally the refrigerant which achieves the highest COP for supplying hot water is clarified.

Key Words: Thermodynamics, Heat Pump, Coefficient of Performance, Refrigerant, Hot Water Supply

1. 緒 言

冷房や暖房に利用されるヒートポンプの成績係数(=熱出力/圧縮動力, Coefficient of Performance (COP), 以下 COP と記述)の限界を決めるサイクルとして, 高温熱源と低温熱源を一定温度とする逆カルノーサイクルがある(図1)。

逆カルノーサイクルは, 等エントロピ圧縮, 可逆等温圧縮, 等エントロピ膨張, 可逆等温膨張の4つの過程から構成される。このサイクルにおいて, 高温熱源へサイクルが与えた熱量を Q_{23} , 低温熱源からサイクルに加えられた熱量を Q_{41} , 外部からサイクルに加えられた仕事を W とすると, Q_{23} を出力とするヒートポンプサイクルの COP は式(1)で定義される。

$$COP = \frac{Q_{23}}{W} = \frac{Q_{23}}{Q_{23} - Q_{41}} = \frac{1}{1 - \frac{Q_{41}}{Q_{23}}} \quad (1)$$

1→2 : Isentropic Compression
2→3 : Reversible Isothermal Compression
Heat Output : Q_{23}
3→4 : Isentropic Expansion
4→1 : Reversible Isothermal Expansion
Heat Input : Q_{41}
Work : $W = Q_{23} - Q_{41}$

Fig. 1 T-S diagram of reverse Carnot cycle

* 原稿受付 2007年6月29日。

^{*1} 正員, 電力中央研究所(〒240-0196 横浜賀市長坂 2-6-1).
E-mail: saikawa@criepi.denken.or.jp

図1において、過程2→3, 4→1は、等温変化であり、かつエントロピ $S_1=S_2$, $S_4=S_3$ なので、

$$Q_{23} = T_2(S_2 - S_3) \quad (2)$$

$$Q_{41} = T_1(S_1 - S_4) = T_1(S_2 - S_3) \quad (3)$$

式(2), 式(3)を式(1)に代入して、

$$COP = \frac{1}{1 - \frac{Q_{41}}{Q_{23}}} = \frac{1}{1 - \frac{T_1(S_2 - S_3)}{T_2(S_2 - S_3)}} = \frac{1}{1 - \frac{T_1}{T_2}} \quad (4)$$

逆カルノーサイクルの COP は、式(4)で示すように高温熱源と低温熱源の絶対温度の関数として求めることができる。

冷房や暖房では、一般的に、熱源の一方が無限の熱容量を有するため一定温度と見なして良い外気であり、残りの一方は、室温で、これを一定に保つことが要求される。このため、式(4)で示した逆カルノーサイクルが COP の限界を与えることになる。

一方、給湯用のサイクルでは、高温熱源は水の高温度差加熱が必要となるため、単純な逆カルノーサイクルが COP の限界を決めるサイクルとしてあてはまらないことは明らかである。

そこで本稿では、給湯用の理想サイクルを定義し、その COP を明らかにするとともに、各種冷媒について、上限となる COP を求め、前述の理想サイクルの COP と比較を行い、給湯用に高い COP が期待できる冷媒を明らかにする。

2. 給湯用理想ヒートポンプサイクルの定義と COP の導出

本章では、給湯用理想ヒートポンプサイクルを定義しその COP を導出する。

2・1 給湯用理想サイクルと COP の導出 給湯用サイクルでは、加熱範囲内で比熱が一定と仮定できる水の高温度差加熱が必要となるため、COP の限界を決めるサイクルは、高温熱源の温度が比熱一定で変化するサイクルと考えられる。逆カルノーサイクルとの違いは、この高温熱源の過程だけであり、低温熱源は無限大の熱容量をもつ外気と想定すれば両者で同じ過程と考えてよい。図2にこのサイクルの T-S 線図を示す。

以下、このサイクルの COP を求める。式(1)は、このサイクルの場合も成立する。

過程2→3は比熱一定であり、比熱を C とすると、

$$Q_{23} = C(T_2 - T_3) \quad (5)$$

Q_{41} については、 $S_1=S_2$, $S_4=S_3$, 及びエントロピ S の定義から、

$$\begin{aligned} Q_{41} &= T_1(S_1 - S_4) = T_1(S_2 - S_3) \\ &= T_1 \int_3^2 dS = T_1 \int_3^2 \frac{dQ}{T} = CT_1 \int_3^2 \frac{dT}{T} = CT_1 \ln \frac{T_2}{T_3} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。式(5), 式(6)を式(1)に代入して、

$$COP = \frac{1}{1 - \frac{Q_{41}}{Q_{23}}} = \frac{1}{1 - \frac{CT_1 \ln \frac{T_2}{T_3}}{C(T_2 - T_3)}} = \frac{1}{1 - \frac{T_1 \ln \frac{T_2}{T_3}}{T_2 - T_3}} \quad (7)$$

式(7)に示すように、給湯用理想サイクルの COP は、絶対温度 T のみの関数として求めることができた。式(7)は逆カルノーサイクルと同様、作動流体によらず成立する。

1→2 : Isentropic Compression
2→3 : Reversible Constant Specific Heat Change
Heat Output : Q_{23}
3→4 : Isentropic Expansion
4→1 : Reversible Isothermal Expansion
Heat Input : Q_{41}
Work : $W = Q_{23} - Q_{41}$

Fig. 2 T-S diagram of Ideal cycle for water heating

2・2 逆カルノーサイクルからの給湯用理想 COP の導出 式(7)に示した COP は、高温熱源の温度が異なる無限個の逆カルノーサイクルを用いれば、導出できるはずである。

給湯用理想サイクルにおける高温熱源の温度差 T_2-T_3 を n 等分し、高温熱源の温度が、

$$T_3 + \frac{1}{n}(T_2 - T_3), \dots, T_3 + \frac{i}{n}(T_2 - T_3), \dots, T_3 + \frac{n}{n}(T_2 - T_3)$$

となる n 個の逆カルノーサイクルを考える。 i 番目のサイクルの COP を COP_i とすると、低温熱源が T_1 なので、

$$COP_i = \frac{T_3 + \frac{i}{n}(T_2 - T_3)}{T_3 + \frac{i}{n}(T_2 - T_3) - T_1} \quad (8)$$

n 個のサイクル全体の加熱量を Q とし、個々のサイクルの加熱量を Q/n でいずれも等しいとし、さらに、個々のサイクルの外部から与える仕事を W_i とすると、 n 個のサイクル全体の COP は、

$$COP = \frac{Q}{\sum W_i} = \frac{Q}{\sum \frac{Q}{n}} = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum \frac{1}{COP_i}} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{COP} &= \frac{1}{n} \sum \frac{1}{COP_i} = \frac{1}{n} \sum \frac{T_3 + \frac{i}{n}(T_2 - T_3) - T_1}{T_3 + \frac{i}{n}(T_2 - T_3)} \\ &= \frac{1}{n} \sum \left\{ 1 - \frac{T_1}{T_3 + \frac{i}{n}(T_2 - T_3)} \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

$n \rightarrow \infty$ として、

$$\frac{1}{COP} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ 1 - \frac{T_1}{T_3 + \frac{i}{n}(T_2 - T_3)} \right\}$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 \left\{ 1 - \frac{T_1}{T_3 + (T_2 - T_3)x} \right\} dx \\ &= x - \frac{T_1}{T_2 - T_3} \ln \{ T_3 + (T_2 - T_3)x \} \Big|_0^1 = 1 - \frac{T_1 \ln \frac{T_2}{T_3}}{T_2 - T_3} \quad (11) \end{aligned}$$

式 (11) の 2 行目の “=” は定積分の定義そのものである。式 (11) は式 (7) と同じであり、高温熱源の温度が異なる無限個の逆カルノーサイクルから給湯用理想サイクルの COP を導出することができた。

3. 各種冷媒による給湯用ヒートポンプサイクルの上限 COP の評価

本章では、前章で示した理想サイクルの COP 式(7)に對し、各種冷媒による損失のないサイクルの COP がどの程度になるか検討する。

検討するサイクルは、等エントロピ圧縮、凝縮(冷却)、等エントロピ膨張、蒸発の 4 過程・4 要素から構成される単純なサイクルとし、凝縮および蒸発過程におけるピンチポイント温度差は 0 とした。なお、圧縮・膨張過程は等エントロピ変化を仮定しており損失はない。以上の条件とすることで、各冷媒において上限の COP を検討した。

冷媒の物性値として REFPROP Ver.7⁽¹⁾ を用いたサイクル計算プログラムを開発し、計算を行った。また、検討対象とする冷媒については、給湯用という点を考慮し、CO₂、R22、R134a、R407C、R410A、Isobutane、Propane の 7 種類とした。

なお、実際の冷媒においても、無限個のサイクルとすることで、2 章で導出した理想サイクルの COP に限りなく近づけることができるが、ここでは、技術の実現性を考慮し、4 つの過程・要素からなる単純なサイクルについて検討を行ったことを明記しておく。

3・1 JRA 定格条件における評価 社団法人日本冷凍空調工業会では、家庭用ヒートポンプ給湯機に関し、自主規格として、JRA4050⁽²⁾ を制定している。JRA4050 では、ヒートポンプ本体の性能評価の定格条件を、外気温度(乾球/湿球)：16/12℃、給水温度：17℃、給湯温度：65℃と定めている。そこで、先ずこの条件における各種冷媒の上限 COP を求める。なお、外気温度に関しては、乾球温度の 16℃とした。

給湯用理想サイクルの式(7)においては、

$$T_1 = 16 + 273.15 [\text{K}], \quad T_2 = 65 + 273.15 [\text{K}], \quad T_3 = 17 + 273.15 [\text{K}]$$

としたことになる。

給湯用理想サイクル及び各冷媒の COP の評価結果を図3に示す。給湯用理想サイクルのCOP12.9に対し、7種類の冷媒の中で、CO₂が11.5と最も高い値となっている。R410Aを除くフロン系やハイドロカーボン系の冷媒は、いずれも8程度である。R410Aはやや高く9.1である。

Fig. 3 Upper limit COP of each refrigerant, JRA condition

図4にCO₂とR410AのT-S線図を示す。図には、加熱熱量を等しくした理想サイクルのT-S線図も併記した。

CO₂では臨界温度が30℃と低く、高圧側が超臨界圧条件となる。このため、凝縮の過程がなく、理想サイクルと形が近くなり、COPが高くなる。なお、理想サイクルとCO₂サイクルのCOPの差は、超臨界圧の冷却過程であり凝縮はしないものの比熱が一定ではないこと、また、膨張過程における膨張後の状態が気液の2相域にならず、単相域となるため、低温熱源側の温度が一定にならない部分があることから生じるものである。

一方、R410Aでは、凝縮過程があるため、比熱一定の条件からかけ離れ、サイクルの形がむしろ逆カルノーに近くなり、COPが低くなる。図には示していないが、他の冷媒も凝縮過程があるため、CO₂に比べ、COPが低くなる。なお、R410Aの場合、凝縮過程となるものの、臨界点に比較的近い条件で作動するため、他の凝縮する冷媒に対してCOPが高くなっている。

参考までに図5には、図4に対応したT(温度)-h(エンタルピー)線図を示しておく。図中には水の加熱線図も併記した。図に示すように、水と冷媒の熱交換のピンチポイント温度差を0℃とし、蒸発温度を16℃とした検討を行った。

Fig. 4 T-S diagram of CO₂ and R410A, JRA condition

Fig. 5 T-h diagram of CO₂ and R410A, JRA condition

3・2 想定される各種条件での評価 前節では、JRA の定格条件での各冷媒の上限 COP を求めたが、低温側熱源である外気温度や高温側熱源に対応する給水温度（市水温度）と給湯温度は季節や給湯条件によって変化する。そこで、本節では、各種条件を変化させた場合の各冷媒の上限 COP を検討した。

3・2・1 季節を考慮した条件での評価 各季節の外気温度（低温側熱源温度）と給水温度を考慮し、低温側熱源温度（熱源温度、蒸発温度）と給水温度をそれぞれ、 $-20^{\circ}\text{C}/5^{\circ}\text{C}$ 、 $7^{\circ}\text{C}/10^{\circ}\text{C}$ 、 $24^{\circ}\text{C}/22^{\circ}\text{C}$ の 3 条件とし、さらにそれぞれの条件において給湯温度を、 85°C 、 65°C 、 45°C とした場合の評価を行った。結果を給湯温度毎に図 6 に示す。

Fig. 6 Upper limit COP of each refrigerant, seasonal condition

いずれの条件においても CO_2 の COP が最も大きく、理想サイクルの値に近いことがわかる。

なお、給湯温度の設定は、ヒートポンプで高温の湯を作りタンクに貯めて利用する条件を想定して 85°C 、及び 65°C とし、実際に利用される給湯温度を想定した条件として 45°C とした。

3・2・2 高温給水条件での評価 給湯用ヒートポンプの場合、実際のシステムでは、貯湯槽との組み合わせで利用される。この場合、放熱ロスや混合ロスにより 40°C 程度の中温になった水をヒートポンプで再び沸き上げる必要が生じる。そこで、低温側熱源温度は前項と同じとし、給水温度はいずれも中温度の 40°C とし、給湯温度を 85°C 、及び 65°C とした評価を行った。

結果を給湯温度毎に図 7 に示す。本条件では、各冷媒の COP が理想サイクルの値に近いため、理想サイクルに対する相対値で示した。図には理想サイクルの COP を () 内に記載した。

Fig. 7 Upper limit COP of each refrigerant, high temperature water condition, ratio of COP for the ideal cycle

図から、高温給水条件においても、 CO_2 冷媒の上限 COP が最も理想サイクルの値に近く、特に、熱源温度が高い場合には、ほぼ理想サイクル並みの COP になることが分かる。なお、熱源温度 20°C 、給湯温度 65°C の場合には、全ての冷媒でほぼ同じ COP となっている。

3・3 まとめ 以上、想定される範囲内で各種条件を変えて、各冷媒の上限 COP を評価した結果、 CO_2 が最も高い COP を達成できるポテンシャルを持っている冷媒であることが明らかになった。

検討した全ての条件の中で、理想サイクルの COP に対する CO_2 冷媒の COP の比が最も大きい場合 (図 7 の給湯温度 85°C 、給水温度 40°C 、熱源温度 24°C の場合、理想サイクルの COP に対する比 : 0.986、図 7 に明示) と最も小さい場合 (図 6 の給湯温度 45°C 、給水温度 22°C 、熱源温度 24°C の場合、理想サイクルに対する COP の比 : 0.767、図 6 に明示) の T-S 線図を図 8 及び図 9 に示す。図には、加熱量を CO_2 冷媒の場合と同じにした理想サイクルの T-S 線図も併記した。

Fig. 8 T-S diagram, ratio of COP for the ideal cycle is the largest (ratio : 0.986)

図 8 の条件では、T-S 線図からみて明らかなように、ほぼ理想サイクルと同じサイクルが実現できていることが分かる。これに対し、図 9 の条件では、給湯加熱の様子が比熱一定からかけはなれていること、及び、等エントロピ膨張後の状態が単相域になり低温側の変化が等温変化になっていないことにより、理想サイクルからずれてしまっていることがみてとれる。

Fig. 9 T-S diagram, ratio of COP for the ideal cycle is the smallest (ratio : 0.767)

4. 結 言

本稿では、給湯用理想ヒートポンプサイクルについて検討を行うとともに、給湯用に高い COP が期待できる冷媒の評価を行い、以下の結論を得た。

- (1) 給湯用理想サイクルを逆カルノーサイクルとの比較から定義し、その COP が逆カルノーサイクルと同様に絶対温度の関数として表現できることを明らかにした。
- (2) 給湯用理想サイクルの COP は無限個の逆カルノーサイクルから導出できることを明らかにした。
- (3) 給湯用理想サイクルの COP に対し、各種冷媒による損失のないサイクルの COP を求めた結果、給湯用にもっとも高い COP となる冷媒は CO_2 であることを明らかにし、その理由を示した。

謝 辞

本研究の遂行にあたって、元電力中央研究所主任研究員、現在、姫路獨協大学准教授の吉井範行氏には、貴重な議論をしていただいた。ここに記して感謝の意を表す。

文 献

- (1) NIST Standard Reference Database 23 : REFPROP V7.0, (2002)
- (2) JRALA, Residential heat pump water heaters, JRA4050 : 2005, (2005), pp. 8.