簡単な IB 法による三次元任意形状物体周り流れの数値計算*

水谷 恒一郎*¹, 山本 悟*²A Simple Immersed Boundary Method Applied to Flows Over
Arbitrary-Shaped 3D GeometryKoichiro MIZUTANI and Satoru YAMAMOTO*³^{*3} Department of Computer and Math. Sciences, Tohoku University,
6-6-01 Aramaki Aza Aoba, Aoba-ku, Sendai-shi, Miyagi, 980-8579 Japan

A simple computational algorithm for solving flows over an arbitrary-shaped 3D geometry is proposed. This algorithm is based on the Immersed Boundary (IB) Method. A surface mesh for the object is generated by 3DCG software as a set of triangle polygons. A 3D Cartesian grid is used for the flow field. The velocity field near the object is modified by the present IB method along each grid line separately. In this paper, the present method is applied to an incompressible Navier-Stokes solver based on SMAC method using the staggered grid. Some practical flow problems assuming low Reynolds number are calculated and the results are compared with the experimental and the numerical results. Also, the present method is applied to flows over a moving object. Finally, the performance of the simple IB method applied to flows over 3D objects is discussed.

Key Words: Numerical Method, CFD, Immersed Boundary Method, Incompressible Flow, Arbitrary-Shaped 3D Geometry, Moving Object

1. 緒言

複雑形状の物体周り流れを数値計算する手法としては、非構造格子を用いた有限体積法や有限要素法が知られている。しかしながら、その計算精度や計算格子作成の手間などから、さらに簡単に短時間に数値計算する手法が模索されてきた。その中で直交格子を用いて複雑形状周りの流れを解くための Immersed Boundary Method (IB 法) が最近注目されている。この手法は、Peskin⁽¹⁾によって提案され、心臓内の血流計算に用いられた。この IB 法では、直交格子内に組み込んだ心臓表面を外力項によって近似的に表現した。さらに、非粘性流れを計算した Clarke ら⁽²⁾や、非定常粘性流れを計算した Udaykumar ら⁽³⁾の IB 法も知られている。Mittal と Laccarino⁽⁴⁾はこれまで提案された直交格子法をレビューして、新たに IB 法と再定義している。

これまでに提案された代表的な IB 法に共通していることは、物体表面を近似表現する外力項の物体近傍流速を補間する際に、物体内部固体領域 (以下、物体内部) の格子点の一部を使用する。一方では圧力場を求めるポアソン方程式の計算の際には物体内部の点はいらないという基本的な考え方に基づいている。しか

しながら、この計算アルゴリズムを構築するために既存の IB 法では、物体表面の判別や外力項・圧力項の算出に複雑な計算が必要とされているのが現状である。

2005 年 Nishida ら⁽⁵⁾は、既存の IB 法に比べて格段に簡単な IB 法を提案した。Nishida らはコロケート格子を用いて、外力項は物体外部流体領域 (以下、物体外部) の計算格子点のみを用いて計算し、一方、圧力のポアソン方程式は物体内部を含む全ての領域で計算した。これにより、圧力場の計算には、物体内外判定は必要なくなる。また、速度場は、物体外部のみに存在することから実際の物理に即している (ただし、物体が移動する場合には、物体内部には移動速度が与えられる)。

本論文では Nishida らが提案した手法に基づき、新たにスタガード格子を用いて簡単に計算することができる IB 法を提案する。スタガード格子は、MAC 型解法で速度と圧力の定義点をずらすことで数値振動を抑えることができる格子系であるが、その計算の面倒さから、物理量を同一点で定義するコロケート格子系が好まれる傾向にある。一方、著者らはスタガード格子を用いることで、むしろ IB 法の流速補間が簡単になることを見出した。本論文では、SMAC 法⁽⁶⁾と Fractional Step 法による非圧縮性ナビエ・ストークス方程式の差分解法に著者らが考案した IB 法を適用して、その妥当性について検証する。

一方、本 IB 法においては、物体形状は市販の 3 次元コンピュータグラフィックス (以下、3DCG) ソフトで作成する。物体表面は三角形ポリゴンにより形成

* 原稿受付 2007 年 11 月 30 日。

^{*1} 東北大学大学院情報科学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01)。^{*2} 正員、東北大学大学院情報科学研究科。

E-mail: yamamoto@caero.mech.tohoku.ac.jp

され、その三角形ポリゴンと流れ場を計算する直交格子とが交叉する点を正確に求めることにより、物体内外の判定を行う。また、物体近傍の速度は、この交叉点を基準にして各座標方向で独立して計算することができるため、速度場補間の計算アルゴリズムは極めて単純である。圧力場については、Nishida ら同様に、物体内外を区別することなく物体内部も含めた全流れ場において一様に計算する。

数値計算例として、まず低レイノルズ数における球周りの定常流れを計算して、既存の実験ならびに計算結果と比較する。次に、3DCG ソフトにより作成した任意形状物体周り流れを計算して、本 IB 法の拡張性について検証する。さらに、球周りの非定常流れを数値計算して、既存の実験ならびに計算結果と比較することで非定常流れへの適用性を検証する。最後に、周期移動する球周りの流れを計算して、移動する物体周り流れへの拡張性についても検証する。

2. 支配方程式

本論文では、以下に示す三次元の連続の式と非圧縮性ナビエ・ストークス方程式が解かれる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_t + \nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ は速度ベクトル $\mathbf{u}=(u \ v \ w)$ 、 p は圧力、 Re はレイノルズ数である。

3. 数値解法

3・1 MAC 型差分解法 式(1)と式(2)は、SMAC 法ならびに Fractional Step 法に基づく差分解法により数値計算される⁷⁾。これらの計算手順は以下の通りである。

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^n - \Delta t \left(\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} - \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \right)^n \quad (3)$$

$$\nabla \phi = \nabla \cdot \mathbf{u}^* / \Delta t$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \Delta t \nabla \phi^n$$

$$p^{n+1} = p^n + \phi$$

ここで、 ϕ は各時間ステップにおける圧力の増分、速度ベクトル $\mathbf{u}$ 及び圧力 p は未知変数であり、スタガード格子上で解かれる。

3・2 物体表面形状の作成と検出 本 IB 法では、まず 3DCG ソフトを用いて、三角形ポリゴンメッシュにより構成された物体の表面格子を作成する。データ形式には広く一般的に知られている DXF 形式を採用した。したがって、市販されているほとんどの

3DCG ソフトで物体形状を作成することができる。次に物体形状を流れ場の直交格子内に埋め込む。例として、図 1(a)に球の表面格子を埋め込んだ直交格子の様子を示す。図 1(b)の様に、物体表面の三角形ポリゴンに格子線が交叉していることが確認できる。本 IB 法では物体表面を構成する三角形ポリゴンと格子線との

(a) Perspective view

(b) Local view

Fig.1 Cartesian grid and an immersed surface mesh

交叉点を検出することで、直交格子の格子点が、物体の内外どちらに存在しているかを判定する。

3・3 物体表面の外力項 本 IB 法では IB 法の一つである Discrete Forcing 法に基づいて物体表面を近似する外力項を求める。いま、式(3)の流速予測式に外力項を付加した式は、たとえば x 方向速度 u については次のように定義される。

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^n - \Delta t \mathbf{F}^n + \Delta t \mathbf{G}^n \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{F}^n$ は対流、圧力、粘性の各項をまとめた流束項であり、次式で表される。

$$\mathbf{F}^n = \left[(u\mathbf{u})_x + (v\mathbf{u})_y + (w\mathbf{u})_z + p_x - \frac{1}{\text{Re}} (u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) \right]^n \quad (5)$$

一方、 $\mathbf{G}^n$ は外力項であり、本 IB 法では、以下のように定義する。

$$\mathbf{G}^n = \frac{\mathbf{u}^{IB} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \mathbf{F}^n \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{u}^{IB}$ は本 IB 法により補間される物体近傍における x 方向の流速であるが、計算アルゴリズムについ

ては後ほど説明する．さらに，式(3)における流速修正式についても同様に，

$$u^{n+1} = u^* - \Delta t \nabla \phi^n + \Delta t H^n \quad (7)$$

ただし， H^n は外力項であり，以下のように定義する．

$$H^n = \frac{u^{IB} - u^*}{\Delta t} + \nabla \phi^n \quad (8)$$

y 方向ならびに z 方向の速度 v と w に関しても同様に計算する．

3・4 流速 u^{IB} の補間方法 Nishida ら⁽⁶⁾によって提案された IB 法は，物体内部の流速を強制的に物体の移動速度に設定する．一方，物体外部で物体境界に最も近い格子点における流速は，その点の近傍にある物体側から反対方向の流速から補間する．ただし，Nishida らの手法では，コロケート格子系を使用しているため速度 u, v, w は同一格子点上で同時に補間される．この際，補間に用いる流速が定義されている格子点は，周りの x, y, z 方向格子線上の複数の格子点における速度から三次元的に補間される．本 IB 法は，物体外部の格子点のみにより速度を補間する点では，基本的に Nishida らの手法に基づいているが，スタガード格子を用いるところが異なる．スタガード格子系では，流速 u, v, w が x, y, z 方向の各格子線上でそれぞれ独立に定義されている．スタガード格子は，もともと圧力のポアソン方程式を数値振動させずに解くために考案された方法であるが，反面プログラム上の配列の定義や境界条件の処理が面倒になることが知られている．ところが，速度 u, v, w が， x, y, z 方向の格子線上に独立に定義されている点が，むしろ IB 法の流速補間には都合が良い．

図 2 に本 IB 法における u^{IB} の補間方法の模式図を示す．速度 u_j は x 軸上の格子点の中間点に定義されている j 格子点における x 方向速度 u である．図中の白と黒の矢印は，いずれも速度の大きさを表している．また，三角形は物体表面格子の一部を意味し，三角形の頂点は x, y, z 方向の各格子線が表面格子と交叉する点を意味する． x 方向において，物体外部の表面格子に

Fig.2 Interpolation of u^{IB} along x -direction

最も近い点で定義される流速 u_j は，さらに一つ外側の点で定義される流速 u_{j+1} と物体の表面速度 u_s から線形補間される．最後に，補間された流速 u_j は u^{IB} として再定義される． y, z 方向の速度 v, w に対しても u_j と同様のアルゴリズムが適用される．表面格子と格子線が交叉している点が各格子線上にそれぞれ独立に存在しているため， u^{IB}, v^{IB}, w^{IB} はそれぞれの座標方向で独立に求めることができる．

4. 数値計算例

4・1 球周りの低レイノルズ数流れ 本 IB 法の妥当性を検証するために，低レイノルズ数における球周りの定常流れを計算する．計算領域は，球の直径を D として $10D \times 7.5D \times 7.5D$ とする．また，球の中心は領域上流側から 40% に位置する．流速の境界条件は，入口では流入境界条件として流速一定，その他は流出境界条件としてゾンマーフェルト放射条件を与える．計算には格子密度の異なる 4 種類の直交格子を用いて，解の格子依存性について検証する．各格子の格子点数を表 1 に示す．

Table 1 Properties of computational grids

	Number of grid points	Minimum of grid space
Grid1	62x53x53	0.1 D
Grid2	92x81x81	0.05 D
Grid3	121x109x109	0.025 D
Grid4	151x147x147	0.02 D

Grid1, Grid2, Grid3, Grid4 の順に球周りの格子解像度が高く，球近傍に格子が集まった計算格子である．なお，球近傍に格子点を寄せるため不規則格子になっている．一方，球表面三角形ポリゴン数は，3968 個に統一した．これら 4 種類の計算格子を用いて，レイノルズ数 50, 100, 150 における球周り流れを計算し，球後方に生じる三次元渦の x 方向長さを既存の計算結果及び実験値と比較した．図 3 には，これら 4 種類の計算格子によるそれぞれのレイノルズ数における計算により得られた値を示す．同時に，Taneda⁽⁸⁾による実験結果，Tomboulides⁽⁹⁾，Magnaude⁽¹⁰⁾，Johnson and Patel⁽¹¹⁾による計算結果もプロットした．Taneda らの実験結果から，レイノルズ数が高くなるにつれ三次元渦の x 方向長さも長くなっているのがわかる．本 IB 法による結果は， $Re=50, 100$ について格子点数を増やすにつれてより実験結果に近い値が得られており，Grid4 の場合が最も実験値に近い値が得られた．また， $Re=150$ については，実験値がないものの既存の計算結果との比較では，Grid4 の場合が最も近い値となった．ただし，いずれのレイノルズ数においても，Grid4 と Grid3 における計算結果はほとんど同じであ

ることがわかり、格子点数は Grid4 で十分であると判断される。したがって、以降では Grid4 を用いる。

図 4, 5, 6 に、 $Re=50, 100, 150$ における球周り流れの流線を、(a) xy 面ならびに(b)球背後から可視化した図をそれぞれ示す。図 4, 5, 6 の図(a)いずれにおいても、三次元渦断面の双子渦がはっきりと捉えられており、レイノルズ数が増加すると共に三次元渦の x 方向長さが長くなっているのが示されている。また、球背後からの可視化図には、いずれにおいても、ドーナツ状の三次元渦が形成されているのが示されている。

図 7 に、 $Re=100$ における球表面の圧力係数分布を Johnson⁽¹²⁾による境界適合格子を用いた計算結果および Kim ら⁽¹³⁾による IB 法を用いた計算結果と比較した図を示す。 θ は球の淀み点からの角度である。本 IB 法で用いた直交格子は、比較された他の計算に用いられた格子よりも格子解像度は必ずしも高くはないが、他の計算結果とほぼ同程度の精度で球表面の圧力係数分布を求めることができています。なお、本計算結果が多少ばらついたように見えるのは、球表面自体の圧力は計算しておらず、その代わりにそれらを球表面に一番近い格子点から外挿しているためであり、外挿方法自体が必ずしも完全ではないことに起因している。

本 IB 法では、Nishida らの手法に基づき、圧力場は、物体の内外を意識することなく、全計算領域で一様に計算している。圧力のポアソン方程式が解かれる際の違いは、速度場として、物体外部の流速を用いるか、物体の移動速度を用いるかの違いだけである。

Fig.3 Calculated length of vortex separation

(a) xy plan (b) behind the sphere
Fig.4 Calculated streamlines at $Re=50$

(a) xy plan (b) behind the sphere
Fig.5 Calculated streamlines at $Re=100$

(a) xy plan (b) behind the sphere
Fig.6 Calculated streamlines at $Re=150$

Fig.7 Comparison of C_p distributions along the sphere surface at $Re=100$

図 8 に、 $Re=100$ の場合の計算により得られた計算領域中央断面における球内外近傍の圧力を示す。若干の数値振動は見られるものの、球内外の圧力分布はなめらかに繋がっていることがわかる。ただし、この場合に得られた球内部の圧力値は、特に物理的な意味は持たない。あくまで、本 IB 法により、物体周りの圧力を計算するためのいわゆるダミー計算である。

Fig.8 Pressure contours in and out the sphere

4・2 任意形状物体周りの低レイノルズ数流れ
次に、本 IB 法を用いて任意形状物体周りの低レイノルズ数流れを数値計算する。前節と対比させて議論するため、図 9 に示すような 2 種類の形状周り流れ場を数値計算した。図(a)は球に流れ方向へ貫通した穴が開いた場合、図(b)は球上面に円柱状の突起がある場合である。いずれも、3DCG ソフトを使用して簡単に生成することができる。レイノルズ数は、 $Re=100$ とした。

図 10 ならびに図 11 に、それぞれ図 9(a)(b)の物体形状周り流れを計算して得られた流線を示す。図(a)(b)は、 xy 面ならびに物体背後からの可視化図である。それぞれの図について、図 5 に示された $Re=100$ における球周りの流れの計算結果と比較すると、まず図 10 の流線の様相はまったく異なっていることがわかる。流れの一部が球の穴を通り抜けるため、その流れによって図 5 で見られた大きな三次元渦は消滅し、穴のエッジ部分に小さな渦が見られるだけになっている。図 5 では、球後方に見られた三次元渦構造も図 10 においては完全に崩壊している。一方、図 11 の流線を見ると、突起により流線の軸対象性が壊れていることが示されている。また、図(b)は物体後方に三次元渦構造

は確認できるが、その軸対象性は崩れ、また突起のある上方にやや偏った部分で密になって下流方向に流れている流線の様子が観察される。本 IB 法では、これらの計算結果が示すように、任意形状物体周りの流れを簡単に数値計算することができる。今回取り扱う形状は、特に複雑な形状ではないが、物体の形状を 3DCG ソフトで作成しさえすれば、どのように複雑な形状でも計算することが可能である。ただし、表面格子は三角形ポリゴンで閉じられていなければならない。

4・3 球周りの非定常流れ 非定常流れに対する本 IB 法の妥当性を検証するため、 $Re=300$ における球周りの流れを数値計算した。本レイノルズ数においては、球後方に時間依存した三次元渦構造が形成されることが知られている。用いた計算格子は、前節の Grid4 と同じである。

図 12 に周期的な非定常解が得られた後に、数周期分の解を時間平均して得られた球後方 x 中心軸上の速度 u を示す。比較のため、境界適合格子を用いた Johnson ら⁽¹¹⁾および IB 法を用いた Kim ら⁽¹³⁾による計算結果も同時に示した。流速は、後方ではなく離により一旦減速し、その後増加に転じている分布が示されている。本 IB 法で得られた結果は、球後方直後での分布に若干の違いはあるものの、Johnson ならびに Kim らの結果と良く一致していることが示されている。

表 2 に渦の放出周期を表すストローハル数を、既存の実験ならびに計算結果と比較した。なお、本 IB 法により得られたストローハル数は、球の揚力係数の振動数から求めた。Sakamoto と Haniu⁽¹⁴⁾による実験結果、Kim ら⁽¹³⁾による IB 法を用いた計算結果、Johnson ら⁽¹¹⁾による境界適合格子を用いた計算結果、Constantinescu と Squires⁽¹⁵⁾による境界適合格子を用いた結果と、本 IB 法による結果を比較した。その結果、本 IB 法による計算結果は、Kim らの計算結果と一致した。また、他の計算結果とも近い値となった。しかしながら、全ての計算結果は Sakamoto らの実験結果よりも小さな

Fig.12 Comparison of time-averaged stream wise velocity along the x -axis at $Re=300$

Table 2 Comparison of Strouhal number at $Re=300$

Present	0.134
Kim (IB method)	0.134
Johnson and Patel (boundary-fitted grid)	0.137
Constantinescu and Squires (boundary-fitted grid)	0.136
Sakamoto and Haniu (experimental)	0.15-0.16

値となっている。このことについて、数値計算と実験のいずれに問題があるのかは、現時点ではよくわからない。

図 13(a)(b)に、異なった時間における計算により得られた球後方の瞬間的な三次元渦構造を示す。それぞれは、周期的な流れ場における 1 周期内の位相が π だけずれた時間における分布を示している。また、渦構造の可視化には λ_2 法⁽¹⁶⁾を用いた。これらの図から、球後方には、ヘヤピン状の三次元渦が周期的に放出され、それらが一部重なることで、極めて複雑な三次元渦構造を形成している様子が示されている。このような渦構造は、既存の方法⁽¹¹⁾⁽¹⁵⁾により得られているものともほぼ定性的に一致している。したがって、本 IB 法によっても複雑な三次元渦構造を有した球周りの非定常流れが計算できることが示された。このことから、本 IB 法は簡単な計算アルゴリズムであるにもかかわらず、低レイノルズ数における非定常流れの計算に有効な手法であるといえる。

Fig.13 Instantaneous 3D vortex structures

4・4 周期移動する球周り流れ 最後に、本 IB 法のさらなる適用の可能性を示すため、周期移動する球周りの流れ問題に応用する。ここでは、球はコサイン関数で周期的に移動すると仮定する。流れ場のレイノルズ数は $Re=100$ とした。本 IB 法では、一周期分の球の位置情報を記憶し、各タイムステップにおけ

る球の速度と球の位置情報から、本 IB 法の外力項を決定した。ただし、今回は本 IB 法の移動する物体への適用性を示すのが目的であり、物体検出に伴う計算時間を節約するため、前述の球周りの定常・非定常流れの計算に用いた球よりは、粗い表面格子を用いている。

図 14(a)(b)に $y=0$ 断面上における周期移動する球周りの瞬間速度分布を示す。それぞれ、周期的な流れ場における 1 周期内の位相が π だけずれた時間における分布を示している。球が移動するに伴って強制的に発生した後流渦が大きく波打ちながら、下流側へ流れていく様子が示されている。この流れ場は、図 5 に得られている $Re=100$ における定常流れと比較することができ、ドーナツ状の三次元渦が形成される本来定常である流れ場を、球を強制的に移動させることで、この三次元渦が崩壊してしまい、ここで得られているような大きく波打った後流に変化していることが推測される。物体周りにのみ計算格子を生成する従来のほとんどの計算手法では、移動物体周りの流れを計算するために計算格子を時間進行とともに随時修正する必要があった。一方、本 IB 法では直交格子ならびに物体表面格子の形状は一切修正する必要はなく、物体と直交格子の交叉点を物体の位置情報のみから再計算することで、移動する物体周りの流れを簡単に計算することができる。

Fig.14 Velocity contours over an oscillating sphere

5. 結言

スタガード格子に基づく任意形状物体周り流れを数値計算する IB 法を提案した。本 IB 法は、スタガード格子を用いることで物体境界近傍の流速を各座標方向それぞれ独立に補間することができ、既存の IB 法のような複雑で三次元的な速度補間アルゴリズムはまったく必要としない。また、圧力場は物体内外を意識することなく、全計算領域で一様の計算アルゴリズムで計算することができる。物体形状は、市販の 3DCG ソフトで作成した三角形ポリゴンで表現され、各ポリゴンと直交格子との交叉点を検出する。

本 IB 法の妥当性を検証するため、まず低レイノルズ数における球周りの流れを数値計算した。球後方に生じるドーナツ状の三次元渦の長さや球表面の圧力係数分布を既存の実験ならびに計算結果と比較した。その結果、得られた計算結果はそれらの結果と良く一致し、本手法が低レイノルズ数の流れ場を数値計算する有効な手法であることが示された。

次に、本 IB 法を任意形状周りの流れに適用した。穴の開いた球ならびに突起のある球周りの流れを数値計算して、単純球周り流れの計算結果と比較したところ、形状変化に伴う流れ場への影響を鮮明に捉えることができた。物体形状は 3DCG ソフトで容易に作成できるため、物体の形状を変更することは簡単である。

さらに、本 IB 法を球周りの非定常流れの計算に応用した。流れ場の時間平均流速やストローハル数を既存の実験および計算結果と比較したところ、良い一致を示すことができ、非定常流れ問題に対しても有効であることが示された。

最後に、周期的に移動する球周り流れを数値計算した。その結果、計算アルゴリズムを特に変更することなく、移動する球周りの流れを容易に計算できることが示された。

今回示されたいくつかの数値計算結果から、本 IB 法は、低レイノルズ数流れではあるものの、定常・非定常流れ、任意形状物体周り流れ、そして移動する物体周り流れ問題にきわめて有効な CFD 手法であることが示された。今後は、さらに具体的な流れ場や、高レイノルズ数問題への応用を検討する。

参考文献

- (1) Peskin, C.S., The Fluid Dynamics of Heart Valves: Experimental, Theoretical and Computational Methods, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 14(1981), 235-259.
- (2) Clarke, D., Salas, M., and Hassan, H., Euler Calculations for Multi-element Airfoils using Cartesian Grids, *AIAA Journal*, 24(1986), 1128-1135.
- (3) Udaykumar, H.S., Shvy, W., and Rao, M.M., Elafint: A Mixed Eulerian-Lagrangian Method for Fluid Flows with

- Complex and Moving Boundaries, *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, 22(1996), 691-705.
- (4) Mittal, R. and Laccarino, G., Immersed Boundary Methods, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 37(2005), 239-261.
- (5) Nishida, H. and Sasao, K., Incompressible Flow Simulations Using Virtual Boundary Method with New Direct Forcing Terms Estimation, *Proc. 4th Int. Conf. of Computational Fluid Dynamics-Ghent*, (2006), Springer(in press).
- (6) Amsden, A.A. and Harlow, F.H., A Simplified MAC technique for Incompressible Fluid Flow Calculations, *J. Comp. Phys.*, 6(1970), 322-325.
- (7) Kajishima, T., Private Communication, (1997).
- (8) Taneda, S., Experimental Investigation of the Wake behind a Sphere at Low Reynolds numbers, *J. Phys. Soc. Japan*, 11(1956), 1104-1108.
- (9) Tomboulides, A.G., Direct and Large-Eddy Simulation of Wake Flows: Flow past a Sphere, *PhD Thesis, Princeton University*, (1993).
- (10) Magnaudet, J., Rivero, M. and Fabre, J., Accelerated Flows past a Rigid Sphere or a Spherical Bubble, Part 1. Steady Straining Flow, *J. Fluid Mech.*, 284(1995), 97-135.
- (11) Johnson, T.A. and Patel, V.C., Flow past a Sphere up to a Reynolds Number of 300, *J. Fluid. Mech.*, 378(1999), 19-70.
- (12) Johnson, T.A., Numerical and Experimental Investigation of Flow past a Sphere up to a Reynolds Number of 300, Ph.D dissertation, University of Iowa, 1996.
- (13) Kim, J., Kim, D. and Choi, H., An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries, *J. Comp. Phys.*, 171(2001), 132-150.
- (14) Sakamoto, H. and Haniu, H., A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow, *J. Fluid Eng.*, 112(1990), 386.
- (15) Constantinescu, G. S., and Squires K. D., LES and DES Investigations of Turbulent Flow over a Sphere, *AIAA Paper 2000-0540* (AIAA Press, Washington, DC, 2000).
- (16) Jeong J., Hussian F., Schoppa W. and Kim J., Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.*, 332(1997), 185.