新衝突法を適用した超音速不足膨張噴流の三次元 DSMC 解析*

(平行噴流の相互干渉と矩形孔からの自由噴流)

宇佐美 勝^{*1}, 井村 隆^{*2}

Three Dimensional Analysis of Supersonic Underexpanded Jet by the DSMC Method with a New Collision Scheme (Free Jet from a Rectangular Orifice and Plume-Plume Interaction of Parallel Jets)

Masaru USAMI^{*3} and Takashi IMURA

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Faculty of Science and Technology, Meijo University;
1-501 Shiogamaguchi, Tempaku-ku, Nagoya-shi, Aichi, 468-8502 Japan

A supersonic free jet through a multi-aperture circular orifice that induces plume-plume interaction or through a rectangular orifice is investigated by the DSMC method with an improved new collision scheme. When the DSMC method⁽¹⁾ is applied to a continuum or a near continuum fluid, the most serious problem is that it is necessary to divide the flow-field into a network of cells the dimension of which is smaller than the local mean free path. At the meeting of the RGD23 and RGD24, Usami et al.⁽²⁾⁽³⁾ has proposed a new intermolecular collision scheme (U-system) in which velocity components of a molecule are modified according to positions of a collision pair and it enables a large cell dimension. The collision scheme (U-system 3) proposed in the present paper conserves the total energy of each collision pair precisely during an intermolecular collision and improves the stability of the scheme.

Key Words: Rarefied Gas, Molecular Flow, Free Jet, DSMC, Intermolecular Collision, Plume-Plume Interaction, Rectangular Orifice, Shock Wave

1. 緒 論

直接シミュレーションモンテカルロ法 (DSMC 法)⁽¹⁾ は希薄気体流の解析法として開発されたが, 計算機技術の発展に伴って, その適用範囲は, 連続流状態まで広がる傾向にある。DSMC 法は, 計算の発散といった不安定要素がなく, また, 境界条件も比較的与え易い。一方, DSMC 法で最も問題となるのは, 流れ場のセル分割を, 平均自由行程と同程度の細かさで行う必要があるという点である。従来の衝突計算法では, 同一セルに含まれる任意の分子 2 個は, その相対位置に関係なく衝突ペアとして選択されるため, セルを大きくすることはできなかった。宇佐美ら^{(2)~(4)} は, 衝突する分子の位置に応じて分子速度の補正を行った上で分子間衝突を行うという算法 (新衝突法 U-system) で, セル長が大きくとも良好な結果を得る方法を考案した。この新衝突法では, 分子速度の補正の過程で,

衝突分子ペアの持つエネルギーを衝突前後で厳密に保存することは難しく, これが計算を不安定にする要因ともなっていた。この不安定性を回避するために, これまでは, エネルギー不釣り合いが極端に大きい衝突については, 新衝突法を適用しないという方法を用いてきた (U-system 2⁽³⁾⁽⁴⁾)。しかし, この方法は, その物理的意味が明確に示せない。そこで本報告では, エネルギー保存を可能にする計算手順を新たに考案することによって, その意味を明確にし, 新衝突法をより安定にする手法を提案した (U-system 3)。

比較的高い圧力比においてオリフィスやノズルから流出する超音速不足膨張噴流は, 各種真空装置における気体導入あるいはロケット推進におけるジェット等に関連して重要で, 詳細な流れ場構造の解明が求められている。著者らは, これまでに DSMC 法を用いた噴流構造解析を行って, 圧力比 p_0/p_1 (上流よみ点圧力 p_0 と下流側背圧 p_1 の比) 20 ~ 16000 までの単一噴流の構造^{(5)~(7)} と, 圧力比 20 ~ 100 における平行噴流の干渉構造⁽⁸⁾ を明らかにしている。これらはいずれも従来の衝突計算法 (Bird による No-time-counter

* 原稿受付 2008 年 6 月 3 日。

^{*1} 正員, 名城大学理工学部機械システム工学科 (〒468-8502 名古屋市中白区塩釜口 1-501)。

^{*2} 正員, 永年会員, 名城大学理工学部機械システム工学科。
E-mail: usamim@ccmfs.meijo-u.ac.jp

法⁽¹⁾を用いて行ったものであるが、特に平行噴流の干渉においては三次元の構造解析となるため、局所的な平均自由行程よりもかなり大きなセルを用いざるをえない状況にあった。その論文⁽⁸⁾の中で述べているように、DSMC法では、大きなセルを用いた場合、物理量の変化が急峻な場所で若干緩慢な結果を導くことがあるものの、流れ場の構造そのものが全く無意味なものになることはないという特徴がある。そのためこれまで、例えばマッハディスクの厚さやマッハディスクと樽形衝撃波の干渉により生ずる反射衝撃波の密度の山といった変化の激しい部分の構造については、必ずしも定量的に厳密な結果を期待しないで解析を進めてきた（例えば、上流よどみ点の密度を1としたとき、下流密度の値に0.01（1%）程度の差異が出てもやむをえないと考えること）。実験は数多く行われているが^{(9)~(11)}、圧力比が50程度で噴流干渉の全体構造を正確に数値化した結果は見当たらない。連続流体による数値計算（CFD）にしても、格子分割をあまり細かくしなければそれなりの結果は得られるが、格子を十分微細にして精密な結果を得ようとすると途中で発散したり、明らかに不合理な結果を導く。まして希薄度が問題となる場合や、マッハディスク直後に代表される非平衡現象をCFDで再現するのは至難の技であると思われる。しかし、その一方、流体解析に占めるシミュレーションの役割がますます重要になってきている現状を考えれば、少しでも正確な結果を導くための手法の改善は大きな意味を持つ。本研究では、平行噴流の干渉場における三次元構造について、新たに開発した新衝突法による計算を行い、以前に行われた従来法（以下、「従来法」あるいは「従来の」という記述はNo-time-counter(NTC)法⁽¹⁾を指す）による結果と比較することによって、手法の改良が流れ場予測をどのように変更することになったかを示し、次いで、これまで、主に実験^{(12)~(14)}ではその構造が定性的には知られている矩形オリフィスから流出する超音速自由噴流について、DSMC法で三次元解析して、その流れ場構造を定量的に表現することを試みる。

2. 新分子間衝突法（新衝突法）^{(2)~(4)}

従来の衝突計算法では、セルが大きくなるとそれに比例して二つの衝突分子の位置は離れるため、シミュレーションが忠実に実行されなくなる。本来、衝突する2つの分子は同じ位置で選ばれるのが最も好ましいが、有限個の分子しか用いないシミュレーションでは、たとえセルを小さくしたとしても全く同じ位置で2つの分子を見つけるのは困難である。従来のDSMC法で

は、この問題を解決するために、セルの大きさを平均自由行程以下に保つことを必要な条件とした。さて、衝突する2つの分子の位置座標を一致させるため、片方はシミュレーション上の分子から実際に選び、もう片方の分子は、その速度を、1つ目の分子の位置の速度分布関数から仮想的に作り出すという方法が考えられる。ただし、この方法は、任意の場所の速度分布関数を正確に表現する必要があるし、仮想的に作り出した分子は衝突後に削除されるので、運動量やエネルギーの保存が困難になり、得られる結果に不規則で大きな変動が含まれてしまう。その不利益を極力小さくするために、本新衝突法は、なるべく近くに存在する分子の速度を修正して仮想分子を作り出すという考えに立ち、これを発展させた（宇佐美⁽⁴⁾の補遺参照）。最終的に考案された新衝突法では、衝突計算直前に一方の分子Pを、あたかも、もう一方の分子Qの位置に一致させたかのように分子速度の補正を行う。いま、流れ場中の分子は、全て、ある温度と流れ速度を持つ局所平衡状態の速度分布関数（Maxwell分布）に従うものと仮定する。なお、以下では、2つの分子位置における速度分布関数をマクスウェル分布で仮定して補正式を導いているが、得られた補正式自体は、2つの位置の分布関数が必ずしもマクスウェル分布でなくとも有効である。唯一必要な条件は、「2つの分布関数が、流速に応じて左右に移動し、温度の平方根に逆比例して確率に変化するような同一の分布形」というものである。大きいセルであるといっても同じセル内にある2つの分子であるから、マクスウェル分布でなくとも、上記の条件を満たすのはそれほど困難なことではないと考える。さて、分子Pの位置の分布関数を f_1 、分子Qの位置の分布関数を f_2 とし、分子Pの速度が f_1 上の一点Aにあるものとしよう（図1）。衝突計算に際して、このA点を分布関数 f_2 上のどこかに移せばよいことになるが、最も自然な方法は、 f_1 上のA点位置と f_2 上の位置が相対的に同じになるよう移

Fig.1 Modification of velocity in the new inter-molecular collision scheme

動させることである (B 点). この B 点位置を求める計算は簡単である. いま, x 方向速度成分 u の分布関数について考えると, f_1 と f_2 は次のように書ける.

$$f_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi RT_{x1}}} \exp \left\{ -\frac{(u_A - U_1)^2}{2RT_{x1}} \right\} \quad (1)$$

$$f_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi RT_{x2}}} \exp \left\{ -\frac{(u_B - U_2)^2}{2RT_{x2}} \right\} \quad (2)$$

ここで, R は気体定数, T_{x1}, T_{x2} および U_1, U_2 は, x 方向温度および流速の x 成分である. f_1 および f_2 をそれぞれ最大値で無次元化し, それらを等しいとくと,

$$\frac{(u_A - U_1)^2}{T_{x1}} = \frac{(u_B - U_2)^2}{T_{x2}} \quad (3)$$

したがって,

$$u_B = U_2 + (u_A - U_1) \sqrt{T_{x2}/T_{x1}} \quad (4)$$

この修正された速度 u_B を用いて, これ以降の計算は一般的な衝突計算法 (No-time-counter 法⁽¹⁾あるいは Null-collision 法⁽¹⁵⁾) で行う. なお, 南部法 (修正南部法)⁽¹⁶⁾ では, 分子間衝突において片方の分子速度しか変化させないので, 本手法の中で用いることは今のところ考えていない. 結果として得られた衝突後の速度 u_C (C 点) は, 分子 P を元の位置に戻すに伴い, 式 (5) を用いて再び修正される (D 点).

$$u_D = U_1 + (u_C - U_2) \sqrt{T_{x1}/T_{x2}} \quad (5)$$

さて, 式 (4)(5) を用いるためには分子 P と Q それぞれの位置における流速と温度のデータが必要である. したがって, 最初は, 従来の計算法でセル中心の流速と温度を仮に求めておく. 隣接するセル中心の値から各セルの四隅 (三次元の場合は八隅) の値を導いた後, セル内の任意位置における値は, セル四隅の値を用いて双線形補間 (三次元の場合なら三線形補間) で求める. 例えば二次元の場合, 長方形セルの四隅の座標を $(x, y), (x+A, y), (x, y+B), (x+A, y+B)$ とし, そこにおける温度をそれぞれ T_1, T_2, T_3, T_4 としたとき, セル内の任意位置 $(x+a, y+b)$ の温度 T は, 式 (6) により求めることができる (双線形補間法).

$$T = \left(1 - \frac{b}{B}\right) \left\{ \left(1 - \frac{a}{A}\right) T_1 + \frac{a}{A} T_2 \right\} + \frac{b}{B} \left\{ \left(1 - \frac{a}{A}\right) T_3 + \frac{a}{A} T_4 \right\} \quad (6)$$

DSMC 法の長い繰返し計算の中で, 従来の方法による計算は最初の 1 回だけでよく, 以降は, 新衝突計算

法によって流速と温度のデータが逐次更新される. なお, 新衝突法の計算 1 回に要する時間は, 従来の計算法より増加するが, セルを大きくできる点を考慮すれば, 計算全体での時間比較では新衝突法が有利となる.

さて, 分子速度の補正を行うと, 各衝突分子ペアの持つ運動量とエネルギーが衝突前後で厳密には保存されない. もちろん流れ場全体としてあるいは長時間にわたって平均をとれば, 統計的ばらつきの範囲内で保存されるのであるが, 多くの計算例を検討した結果, 一回の衝突において, 衝突前後のエネルギーに大きな差が生じると, それが, 流れ場にひずみを成長させる原因となることが判明した. そこでこれまでは, 衝突の前後でエネルギーが 10% 以上異なる衝突については, 再度, 従来法で計算し直すことによりひずみの発生を回避していたが, その物理的意味もあいまいで条件によっては (例えば大気圧に近い場合) 計算が不安定になることもあった. 今回は, 衝突直前の 2 つの分子が持つエネルギー和と衝突直後のエネルギー和を求め, その比の平方根を用いて衝突後の分子速度成分を修正し, 衝突前後でエネルギーが保存されるような改良を加えた. すなわち, 同じ質量の 2 つの分子 P, Q の衝突前の速度成分を c_{Pi}, c_{Qi} ($i=1\sim 3$) とし, 衝突後の値を c_{Pi}^*, c_{Qi}^* ($i=1\sim 3$) としたとき ($c_{P1} = u_A, c_{P1}^* = u_D$), 式 (7) で得られる値 R を, 衝突後の両分子の各速度成分 c_{Pi}^*, c_{Qi}^* に掛算して, 最終的に修正された衝突後の分子速度とした.

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 \{(c_{Pi})^2 + (c_{Qi})^2\}}{\sum_{i=1}^3 \{(c_{Pi}^*)^2 + (c_{Qi}^*)^2\}}} \quad (7)$$

3. 軸対称噴流で見た新衝突法の効果

新衝突計算法の有効性を簡単に調べるためには, セル格子を細かくできる 1 次元あるいは 2 次元 (軸対称) の流れ場において, 十分微細なセルの従来法 (No-time-counter 法⁽¹⁾) と粗いセルの新衝突法の結果が一致することを確認すればよい. 三次元噴流の解析に先立って, 単一噴流の軸対称計算に関して, 微細セル構造の従来法と粗いセルの新衝突法が同様な結果を導くことを示しておく. 上流よどみ点におけるクヌッセン数 Kn (上流よどみ点の平均自由行程 λ を円形オリフィスの直径 d で割算) $= 3 \times 10^{-4}$, 圧力比 $p_0/p_1 = 50$ について比較計算を行った. その他の計算条件は, 計算領域の大きさを除いて, 基本的に後述の三次元計算で示すものと同様である. 図 2 は, 密度分布 (上流よどみ点密度で無次元化した密度) を示すもので, オリ

フィス孔を流出した噴流がマッハディスクを作り、またパレル衝撃波とマッハディスクが干渉して反射衝撃波の山が作られる様子を、噴流中心部から半径方向に眺めたものである（注：ここでの計算は、オリフィス板より上流側の領域は省略している。そのため、マッハディスクは本来の位置より若干下流に生じている）。

Fig.2 Density profiles in the downstream flowfield ($Kn = 3 \times 10^{-4}$)

Fig.3 Comparison of temperature profiles between a fine cell-network (the conventional scheme) and coarse cell-networks (the conventional scheme and the new collision scheme)

総セル数約 25 万個の従来法の結果を基準にすると、セル数 15600 個の従来法では、マッハディスクもパレル衝撃波も弱く、それらが干渉してできる反射衝撃波の密度の山の高さも低くなっている。一方、新衝突法では、セル数が 15600 であっても、細かいセルの従来法の結果と差異は殆んど見られない。なお、今回の比較では、計算に使用する分子総数にも 16 倍の差があるように設定しているので、定常状態に至るまでの非定常計算部分を考えると、計算時間は、新衝突法の方が明らかに有利である。今回は図に描いていないが、噴流中心から半径方向に変化する密度を比較しても、微細セル従来法と粗セル新衝突法の結果は完全に重なって差異は認められなかった⁽⁴⁾。図 3 は、中心軸上の温度分布（軸に平行な温度と垂直な温度）を比較している。マッハディスクの部分では、温度非平衡が明確に現れている。密度変化に比べるとセルの粗さに起因する差異はわずかであるが、いずれの温度においても、新衝突法が良好な結果を示している。これらの結果は、これまでの新衝突法 (U-system 2) でも今回提案の計算法 (U-system 3) でも同様に再現される。

図 4 は、セル分割と圧力比は上記と同じであるが、流れ場全体の圧力を 10 倍にして、 $Kn = 3 \times 10^{-5}$ の条件で計算した自由噴流の密度分布である。図 4(a) は U-system 3 による解析で、予想された結果が得られている。一方、図 4(b) は U-system 2 で求めたもので、結果が大きく歪んでしまっている。U-system では、マッハディスクのように非常に短い距離で急激に変化する現象を、それに比して粗いセルで計算しようとする、計算が不安定になり、結果にひずみの生じる場合がある。今回提案した U-system 3 は、U-system 2 に比べて、この点で安定性が増していると考えられる。ただし、U-system 2 であっても不安定性を示すのはごくまれで、ほとんどの場合、正常に計算できる。

Fig.4 Density profiles in the downstream flowfield ($Kn = 3 \times 10^{-5}$)

4. 平行噴流の相互干渉

4.1 計算領域と計算条件 気体はアルゴン単一ガスとし、VHS 分子モデル⁽¹⁾を用いた。粘性係数の温度指数は一定とし、上流よどみ点温度 288K に相当する値を用いた。代表長さをオリフィス直径 d にとって、上流よどみ点におけるクヌッセン数 $Kn = \lambda/d = 3.1 \times 10^{-4}$ ($1/Kn = 3200$) の条件で解析する。オリフィスの中心間距離 L は $2d$ 、圧力比は $p_0/p_1 = 50$ である。2つのオリフィス中心の中間点を原点にとり、噴流の流出方向に x 軸、2つのオリフィス中心を結ぶ方向に y 軸をとるとして、オリフィスより上流側の計算領域は、 $y-z$ 平面に描いた直径 $3.75d$ の円と x 方向長さ $1.5d$ で形作られる円筒状空間、下流側領域は、直径 $8.5d$ 、長さ $13.9d$ の円筒状空間である。前述の軸対称計算比較の際にも述べたように、噴流形状を正確に求めるには、正確なオリフィス通過流量が必要であるためオリフィスより上流側に計算空間を確保した。以前行った平行噴流干渉の計算では⁽⁸⁾、計算機メモリ量を節約するために、上流側では軸対称を仮定していた。また下流側も、三次元計算ではあっても流れの対称性を利用して計算領域を実際の $1/4$ に小さくしていた。しかし、今回は、完全な三次元空間で計算を行っている。なお、以前の計算では論文上に $1/Kn = 2500$ と記載されて

いるが⁽⁸⁾、平均自由行程 λ を導く際に剛体球モデルを仮定したためにこの値となったもので、実際には、VHS 分子モデルを用いているのでそのモデルで λ を計算し直せば今回と同じ $1/Kn = 3200$ となる。分子間衝突を計算するためのセル数は、上流側 540 万個、下流側 1270 万個、分子数は、約 4000 万個を用いている。以前行った対称性を利用した計算⁽⁸⁾では、今回の約 $1/4$ の計算領域（体積）において約 1300 万個のセルと約 1000 万個の分子を使用している。体積 $1/4$ を考慮すると、分子数はほぼ同じであるがセル分割は今回の方が粗くなっている。境界条件としては、オリフィス壁面では拡散反射（乱反射）とし、上流境界から流入する分子には、境界面に垂直方向に巨視的流速を持つ局所平衡状態を仮定した。この巨視的流速については、オリフィスを通過する流量から算出されるもので、計算の進行につれて自動調整されるようになっており、定常状態に達するまでは時間と共に変化する⁽⁵⁾⁽⁶⁾。下流側の境界から流入する分子については、下流密度における静止平衡状態を仮定した。

4.2 噴流干渉の結果と考察 図 5～8 は、新衝突法で求めた結果で、 $x-y$ 平面 ($z=0$ の面) で眺めた密度分布 ρ (よどみ点密度 ρ_0 で無次元化)、噴流流出方向 (x 軸方向) の流速分布 u (分子最大確率速度 c_{m0} で無次元化)、温度分布 T (よどみ点温度 T_0 で

Fig.5 Density profile of interacting flowfield by the new collision scheme

Fig.6 Axial flow velocity profile of interacting flowfield by the new collision scheme

Fig.7 Temperature profile of interacting flowfield by the new collision scheme

Fig.9 Density profile of interacting flowfield by the conventional collision scheme

Fig.8 Mach number profile of interacting flowfield by the new collision scheme

Fig.10 Density profiles of interacting flowfield published in 1999

Fig.11 LIF flow visualization of interacting flow-field

Fig.12 Density profile along x axis ($y=0, z=0$)

Fig.13 Local maximum of density for constant x in the x - y plane ($z=0$)

Fig.14 Local maximum of density for constant y in the x - y plane ($z=0$)

無次元化), マッハ数分布 M である. 一方, 図 9 は, 従来法 (No-time-counter 法⁽¹⁾) で求めた密度分布の結果である. また, 図 10 に, 以前求めた 1/4 領域での密度分布結果を示す (ただし対称部分は複写して全体分布に直してある). さらに図 11 は, $L/d=1.8$ であるものの, 他の条件は計算と同じにして求めた LIF 可視化法による実験結果である ($L/d=1.8$ と $L/d=2$ では結果にほとんど差は生じない). 密度等値線の 3 つの計算結果を比較すると, 等値線の間隔の粗密においては, 定性的にいずれもほぼ同じ結果となっている. また, 以前の 1/4 領域の結果と今回の従来法の結果については数値的にもほぼ一致している. このことから, 1999 年に求めた結果⁽⁸⁾ は, 当時の計算機環境では十分に満足できる結果であったと考えられる.

一方, 今回の新衝突法と従来法あるいは以前の結果を比較すると, 定量的には明らかに差異が生じており, 例えば, 密度分布の山の高さや変化の勾配は, 新衝突法の方が大きな値を示しており, 予想されたように, 従来法では, セルが大き過ぎることによる起伏の鈍化が生じている. 流速分布, 温度分布, マッハ数分布についても, 密度分布ほどではないものの, 従来法では局所的に変化の鈍くなっている箇所が認められた (従来法のそれら図は省略). 図 12 ~ 図 14 は, 密度分布の差異を単純な一次元分布で比較したものである. 三次元構造を持つ噴流干渉場を一次元分布で比較するときには注意が必要である. 例えば, y 座標と z 座標を一定にし, x 方向のみの変化を比較した場合, その図では大きな変化が現れていたとしても, y 座標あるいは z 座標を少しずつただで差異がなくなってしまうことも起こり得る. 今回は, 図 12 については, 対称線である x 軸上 ($y=0, z=0$) での比較をするものの, 図 13 では, $z=0$ 面上で, x = 一定の条件で y だけを変化させて求めた密度の最大値が, x の変化に伴ってどう変化するかを比較し, また図 14 では, $z=0$ 面上で, y = 一定の条件で x 方向に求めた最大値が, y の変化に伴ってどう変化するかを比較した (図を見やすくするために部分的に最大値でない線も描いてある). 図 12 の対称線上の比較では, それほど大きな差異は生じていないが, 図 13 と図 14 における最大値の比較では, x 方向変化も y 方向変化も, 共に, 新衝突法で得られた密度分布には, 従来法より大きな変化が認められる.

実験結果との比較については, 先の論文⁽⁸⁾ の中でも述べているように, 1/4 領域で求めた以前の結果では, 二次的噴流セルの垂直衝撃波の位置が実験より若干上流側へずれていたが, 今回の計算では, 実験によ

り近い結果となっている。本計算では、複数の衝撃波が互いに干渉し合って複雑な流れ場を出現させているが、新衝突法で得られた密度変化には、例えば図 15(a) の円形枠内に示すように、従来法 (図 15(b)) では検知できない微かな密度の突起も忠実に再現できており注目に値する。この結果については、実験でこれだけ詳細な噴流構造を求めた例は見当たらないので、今のところ本 DSMC 計算の正確さを証明する術を持たないが、将来、正確な実験が可能になった際、この DSMC 結果の正しいことが判明するものと確信する。

さて、従来法でセル分割が粗くなると密度の起伏が弱くなることを確認するために、今回、全体のセル数を約 1/2 に減少させた計算も試みた。図 16(a) ~ (d) は、 x - y 平面上 ($z=0$) の密度変化を、 $y=0$ の線から y の正の方向に眺めたもので (図 15 と見比べると分かりやすい)、従来法と新衝突法をそれぞれ 2 つのセル構造について比較したものである。なお、この中には図 12 および図 13 に示した情報も含まれているがこちらの方が密度変化の全体を比較できる。セルを粗くすることによって、従来法では、密度の起伏がさ

らに弱くなっている。一方、新衝突法でも、粗いセルによる結果は、細かいセルに比べると密度ピークに低下が見られるが、細かいセルの従来法よりは鋭い起伏を保っている。ただし、セル分割よりも細かくは結果表示できないので、そのことによって結果の鈍化が生じるのはやむをえない。すなわち $x/d=1.5$ 付近の密度ピークは y 方向厚さが極めて薄く、新衝突法であっても粗いセルでは表現しきれない。

5. 矩形孔から流出する自由噴流

矩形孔 (アスペクト比 8 の長方形オリフィス) から流出する超音速自由噴流の噴流構造を、新衝突法による DSMC 解析で再現した。長方形断面オリフィスから流出する噴流の形状は、実験によって多くの研究者が報告しており、その噴流断面は、流れの進行とともに、オリフィス短辺方向には広がり長辺方向には収縮

Fig.15 Density profile with a small local peak by the new collision scheme and density profile without it by the conventional collision scheme

Fig.16 Comparison of density profiles; (a) fine cells by the new scheme, (b) fine cells by the conventional scheme, (c) coarse cells by the new scheme, (d) coarse cells by the conventional scheme

して、あたかも長方形断面の位相が 90° 回転したかのようになることが知られている^{(12)~(14)}。本研究では、圧力比 $p_0/p_1 = 50$ の不足膨張噴流を対象としているが、数値解析については三次元となるため、この種の計算はこれまでほとんど行われていない。計算は、アルゴン単一気体について行い、矩形オリフィスの水力学的な等価直径 d を代表長さとして定めると、クヌッセン数は $Kn = \lambda/d = 3.1 \times 10^{-4}$ ($1/Kn = 3200$) である。分子数は約 3500 万個、セル数は約 1440 万個、上流側領域は、直径 $5.6d$ 、長さ $2.8d$ の円筒状空間、下流側領域は、直径 $10.5d$ 、長さ $28.8d$ の円筒状空間である。他の条件は先の平行噴流の場合と同じである。なお、噴流流出方向を x 軸にとり、長方形オリフィスの長辺方向を y 軸、短辺方向を z 軸にとった。

図 17 に、新衝突法による噴流断面の密度変化 (ρ/ρ_0) の様子を示す。初めは長方形オリフィスに近い断面形状であるが、下流に進むにつれて徐々に長辺側が縮まり短辺側が広がって、 $x/d = 2 \sim 3$ で長辺側と短辺側がほぼ同じ幅になる。その後、同様な変化の傾向を続けて、結局、オリフィス断面の長辺と短辺が入り代ったような噴流断面となる。このような断面変化の生じ

Fig.17 Density contours ρ/ρ_0 in planes normal to the flow direction of the jet (y - z planes)

る理由は、筆者らが行った星型オリフィスからの噴流の断面変化の場合に考察したと同じように⁽¹⁷⁾、長辺に沿った側からの流出量が短辺側からのものより大きく、その豊富な流量がまとまって短辺を広げながら下流へ流れるので、長・短が逆転した断面になると考えられる。図 18(a)(b) は密度変化の x - y 断面図、図 19(a)(b) は x - z 断面図で、新衝突法と従来の衝突法の結果比較である。 x - y 断面では、いずれも下流に進むほど噴流幅が狭くなっていくが、密度変化の起伏は、新衝突法の方が鋭く明確に再現されている。 x - z 断面では逆に、流れが下流に進むほど噴流幅が広がっていくが、こちらも新衝突法の方が、複雑な起伏模様を再現できている。

6. 結 論

1. セルを大きくできる DSMC 新衝突計算法に、エネルギー保存を可能にする手順を追加して、これまでより計算が安定して実行できる手法を提案した。
2. 新衝突法を不足膨張平行噴流の干渉構造の解析に適用し、従来法で求めたものに比べて、密度変化等が顕著で微細に表現された結果を得ることができた。

Fig.18 Density profiles ρ/ρ_0 in x - y plane ($z=0$)

3. アスペクト比 8 の長方形オリフィスから流出する超音速自由噴流 (圧力比 50) を DSMC 新衝突計算法で解析し, これまでは実験で定性的にしか知られていなかった噴流構造の変化を定量的に表現することができた。

謝 辞

本論文に示した LIF 実験データは, 京都教育大学名誉教授手島光司先生との共同研究時に提供を受けたものである。ここにあらためて深く感謝を申し上げる。

Fig.19 Density profiles ρ/ρ_0 in x - z plane ($y=0$)

文 献

- (1) Bird, G. A., *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*, (1994), Clarendon.
- (2) Usami, M. and Nakayama T., Intermolecular Collision Scheme of DSMC Taking Molecular Locations within a Cell into Account, *Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings*, Vol. 663 (2003), pp. 374-381.
- (3) Usami, M. and Mizuguchi, K., DSMC Calculation of Vortex Shedding behind a Flat Plate with a New Intermolecular Collision Scheme, *Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings*, Vol. 762 (2005), pp. 686-691.
- (4) Usami, M., Application of the DSMC method with an improved collision scheme to compressible fluid (in Japanese), *Nagare (Journal of the Japan Society of Fluid Mechanics)*, Vol. 26, No. 4 (2007), pp. 273-282.
- (5) Usami, M. and Teshima K., DSMC Calculation of Free Jets through a Circular Orifice (Mach Disk and Barrel Shock by the DSMC Method) (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 62, No. 598 (1996), pp. 2215-2222.
- (6) Usami, M. and Teshima K., Molecular Simulation of Rarefied Supersonic Free Jets by DSMC Method (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 64, No. 620 (1998), pp. 1112-1119.
- (7) Usami, M. and Teshima K., DSMC Calculation of Rarefied Supersonic Free Jets for High Pressure Ratios (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 68, No. 666 (2002), pp. 344-351.
- (8) Usami, M. and Teshima K., Three Dimensional DSMC Calculation for Plume-Plume Interaction of Parallel Supersonic Jets (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 65, No. 630 (1999), pp. 444-450.
- (9) Soga, T., Takanishi, M. and Yasuhara, M., Experimental Study of Interaction of Underexpanded Free Jets, *Rarefied Gas Dynamics, Oguchi, H. ed.*, Vol. 1 (1984), pp. 485-492.
- (10) Dankert, C., Flow in the Interaction Region of Two Parallel Free Jets, *Rarefied Gas Dynamics, Boffi, V. and Cercignani, C. ed.*, Vol. 2 (1986), pp. 486-494.
- (11) Niimi, T., Fujimoto, T. and Taoi, N., Analysis of Flow Fields of Interacting Parallel Supersonic Free Jets (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 59, No. 567 (1993), pp. 3325-3330.
- (12) Hirose, N., Ikegawa, M., Tosaka, N., Kubota, H., and Honma, H., *Analysis of Compressible Flows (Computational Fluid Dynamics Series 2; Ed. by Tosaka, N.)* (in Japanese), (1995), pp. 213-214, University of Tokyo Press.
- (13) Zaman, K. B. M. Q., Spreading characteristics of compressible jets from nozzles of various geometries, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 383 (1999), pp. 197-228.
- (14) Neely, A. J., Ireland, P. T. and Mullender, A. J., Flow Field Studies of Axisymmetric and Rectangular Supersonic Under-Expanded Jets Using a Gun Tunnel, *Proceedings of International Conference on Jets, Wakes and Separated Flows, ICJWSF-2005*, (2005), pp. 677-682.
- (15) Koura, K., Null Collision Monte Carlo Method: Gas Mixtures with Internal Degrees of Freedom and Chemical Reactions, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 117 (1989), pp. 25-39, AIAA.
- (16) Nanbu, K., Theoretical Basis of the Direct Simulation Monte Carlo Method, *Proc. 15th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics*, Vol. 1 (1986), pp. 369-383.
- (17) Usami, M. and Teshima K., DSMC Calculation of Supersonic Free Jets from an Orifice with Convex and Concave Corners, *Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings*, Vol. 585 (2001), pp. 825-832.