自由落下タンブリング平板の空力特性*

平田 勝哉^{*1}, 清水 康介^{*2}, 福原 憲典^{*2}
山内 一樹^{*2}, 川口 大輔^{*2}, 舟木 治郎^{*1}

Aerodynamic Characteristics of a Tumbling Plate under Free Flight

Katsuya HIRATA^{*3}, Kosuke SHIMIZU, Kensuke FUKUHARA,
Kazuki YAMAUCHI, Daisuke KAWAGUCHI and Jiro FUNAKI^{*3} Department of Mechanical Engineering, Doshisha University,
1-3 Tataramiyakodani, Kyotanabe-shi, Kyoto, 610-0321 Japan

In this study, we deal with the tumbling, which is rotating motion with the axis perpendicular to the falling direction. Our purpose is to reveal the fundamental aerodynamic characteristics of the tumbling, experimentally. Regarding a test plate, we consider a prism with a rectangular cross section with a depth-to-width ratio λ of 0.3. The results are as follows. The reduced terminal rotating rate Ω^* , the lift coefficient C_L , the drag coefficient C_D and the lift-to-drag ratio C_L/C_D are independent of the aspect ratio AR , when AR is greater than 10. As the inertia momen ratio I^* increases from zero to 50, Ω^* , C_L and C_D increase. However, Ω^* , C_L and C_D become almost constant, at I^* greater than 50. We propose the empirical formulae to predict them. At low I^* , the tumbling shows a dominant periodicity of 360 deg.

Key Words: Autorotation, Flat Plate, Free Flight, Free Fall, Tumbling

1. はじめに

我々は、日常、木の葉や薄い紙片が空中を回転しながら落下するのを、よく目にする。物体は流体中を落下する際に様々な運動をするが、この例のように、内部動力源を持たない物体が流体力の作用により持続回転することを、オートローテーションと呼ぶ。

オートローテーションには様々なものが知られているが^{例として}⁽¹⁾⁽²⁾、本研究では、落下方向と回転軸が垂直であるタンブリングを取り扱う。タンブリングは、木の葉や薄い紙片の落下運動についての純粋な学問的関心事としてのみでなく、落下したロケット破片の飛散範囲の予測など、航空宇宙工学や弾道学において重要な現象であり、その現象の解明は工学的にも有益である。

タンブリングについて、これまでに、いくつかの研究がなされてきた。1949年、Dupleich⁽³⁾は、アスペクト比 AR が比較的小さい矩形薄板について、水中と空中での実験を報告している。1953年、Smith⁽⁴⁾は、航空機ノーズのタンブリングの実験を行っている。Bustamante & Stone⁽⁵⁾は、600–3000[m]の高高度から平板等の自由落下

実験を行い、初期姿勢とはほぼ無関係に平板等がタンブリングに到るとの知見を得ている。また、亜音速風洞と超音速風洞でのベアリング支持実験と、圧縮空気銃による超音速飛行実験とを行い、平板および円板、三角板、円柱がタンブリングすることを確認し、それらの角変位と角速度を測定している。Smith⁽⁶⁾は、レイノルズ数 $Re = 1.3 \times 10^3 - 2.8 \times 10^5$ の範囲において平板および精円柱について風洞実験を行い、揚力、抗力、回転速度などを測定している。その結果、慣性モーメント比 I^* が1以上で AR が3より大きければ、それらは無次元回転数 Ω に影響を与えないこと、 Re と Ω には正の相関があることなどを報告している。また、回転1周期間の各瞬間での流れ場を考察し、タンブリングでは失速の遅れが重要な役割を果たしているとして述べている。Iversen⁽⁷⁾は、過去の研究者による実験結果を比較検討している。彼は、研究者間で異なる無次元量を統一し、各パラメータ間の関係式を整理している。そして、 Re と Ω に正の相関が見られるというSmithの結論が間違っていると指摘している。つまり、ベアリング摩擦により、見かけ上 Re の増加につれて Ω が増加しているだけであり、本来は Ω は Re に影響を受けずに一定値を示すというのが、Iversenの結論である。Poreh & Wray⁽⁸⁾は、矩形断面平板において、空中と水中での自由落下実験を実施し、 Ω や揚力係数 C_L 、抗力係数 C_D についての I^* 効果と AR 効果を調べている。Yoshinaga et al.⁽⁹⁾は、位相平面法を用いてトラジェクトリ解析を行い、

* 原稿受付 2008年6月26日。

^{*1} 正員、同志社大学理工学部(〒610-0321 京田辺市多々羅郡谷1-3)。^{*2} 同志社大学大学院工学研究科機械工学専攻。
E-mail: khirata@mail.doshisha.ac.jp

タンブリング物体と気流間のエネルギー授受関係を議論している。なお、数値解析によるアプローチも試みられており（離散渦法^{(10),(11)}、有限差分法^{(12)~(14)}）、特に流れの空間構造の把握に貢献している。

上記のように、これまで、タンブリングに関するいくつかの研究が行われてきた。しかし、未だに、終端状態でのタンブリング回転数や空気力学特性のような最も基本的物理量と、支配パラメータとの間の関係すら、十分に明らかになっていない（後に示す様に、過去の経験式は、小さい AR （ $=0.25\sim6.0$ ）の結果に基づいて近似されており、本来2次元現象であるタンブリングに対し現象の本質的理解を損ないやすい。さらに、多くの過去の研究は、力学状態の規定にあいまいな部分（例えば、 f^* のみの指定など）を残している）。基本的物理量の内でも、特にタンブリング回転数は、周辺の流れ場や空気力に大きな影響を及ぼすが、終端状態でのタンブリング回転数を求めることは、風洞実験（支持方法等の為）や数値計算（剥離流による強非線形性や流れの3次元性等の為）では、難しい。

そこで、本研究では、系統立てて規定した力学状態のもと、空気中で自由落下実験を実施し、終端状態におけるタンブリング平板の回転数や空力特性を測定する。そして、それらへの各種無次元パラメータ個々の影響を独立して明らかにする。さらに、水中での自由落下実験により、運動の詳細を調べる。

2. 記号

AR	: アスペクト比 ($=l/w$)	[—]
C_D	: 抗力係数	[—]
C_L	: 揚力係数	[—]
d	: 平板厚さ	[m]
D	: 抗力	[N]
g	: 重力加速度	[m/s ²]
I	: 慣性モーメント	[kg·m ²]
f^*	: 慣性モーメント比	[—]
l	: 平板スパン長	[m]
L	: 揚力	[N]
n	: 平板の終端回転数	[s ⁻¹]
$Re, Re(V)$	: レイノルズ数	[—]
t	: 時間	[s]
U_∞	: 平板並進速度	[m/s]
w	: 平板幅 ($=$ 代表長さ)	[m]

x	: 水平方向座標 (タンブリング軸直角方向)	[m]
y	: 鉛直方向座標	[m]
z	: 水平方向座標 (タンブリング軸方向)	[m]
λ	: 平板断面の縦横比 ($=d/w$)	[—]
ν	: 動粘度	[m ² /s]
ρ	: 流体密度	[kg/m ³]
ρ_s	: 平板密度	[kg/m ³]
Ω	: 無次元終端回転数 (終端平板端速度比)	[—]

3. 実験方法

3・1 モデル 図1に、使用した平板の形状を示す。平板の材質は、発泡スチロール、バalsa材、アクリル、アルミニウム、銅、鉛であり、材質の違いにより慣性モーメント I の値を調整している。平板寸法は、スパン長 $l=0.3\times10^1\sim3.0\times10^1$ m（空気中実験）、 2.0×10^1 m（水中実験）、幅 $w=1.5\times10^2$ m（空気中実験）、 2.0×10^2 m（水中実験）、厚さ $d=4.5\times10^3$ m（空気中実験）、 6.0×10^3 m（水中実験）、アスペクト比 $AR=2\sim20$ （空気中実験）、10（水中実験）、断面縦横比 $\lambda=0.3$ である。

平板端部の処理は、端部での3次元流れに影響を及ぼすので、考慮すべき事項の一つである。本研究では、特に、端部に端板を設置する等の処理を行っていないが、後述する様に、アスペクト比 AR を充分大きな値（ $AR=20$ ）まで考えることにより、アスペクト比効果の検討を行っている。なお、予備実験により、 $AR=10$ の平板端部に端板を設置した平板も調べた。しかし、結論から言うと、端板の有無は、端部の流れに差異を生じさせ、その解釈は簡単ではなさそうである。つまり、大きすぎる端板は、タンブリング回転数 n を小さくする効果を持ち、さらに大きな端板では、タンブリングが発生しにくくなることを確認した。

Fig. 1 Tumbling plate; a prism with a rectangular cross section.

3・2 座標系 図2に、座標系を示す。水平かつタンプリング軸直角方向を x 軸、鉛直方向を y 軸、水平かつタンプリング軸平行方向を z 軸とする。

3次元ステレオ撮影を行う際に、カメラの焦点は、予想される平板落下軌道近くに固定する。撮影領域は、終端状態が研究対象であるので、なるべく下方が望ましいが、地面効果の影響を避ける為、地表面近くは避ける。落下前、軌道付近に3次元位置決定の為の透明アクリル製立方体を設置し、キャリブレーションを実施する。

3・3 パラメータ 支配パラメータには形状パラメータと力学パラメータとがあるが、まず、形状パラメータを示す。図1の様な平板を考えているので、形状パラメータは、縦横比 λ とアスペクト比 AR の2つである。それらの定義を、以下に示す。

$$\lambda \equiv \frac{d}{w}. \quad (1)$$

$$AR \equiv \frac{l}{w}. \quad (2)$$

支配パラメータの内、力学パラメータは、本現象を規定する為に、2つ必要である。慣例的に、この2つの力学パラメータは、慣性モーメント比 I^* とレイノルズ数 Re とすることが多い(例えば、Smith⁽⁶⁾)。 I^* と Re の定義は、以下の通りである。

$$I^* \equiv \frac{32I}{\pi \rho_f w^4 l}. \quad (3)$$

$$Re \equiv \frac{U_\infty w}{\nu}. \quad (4)$$

ここに、 I は平板慣性モーメントであり、

$$I \equiv \frac{\rho_s w d l (w^2 + d^2)}{12}. \quad (5)$$

ρ_f は流体密度、 ρ_s は平板素材密度、 U_∞ は平板並進速度、 ν は動粘度である。

我々は、 Re の代わりに、別のレイノルズ数 $Re(V)$ を考えることもできる。 $Re(V)$ の定義を、以下に与える。

$$Re(V) \equiv \frac{V w}{\nu}. \quad (6)$$

ここに、 V は、理論終端速度

$$V \equiv \sqrt{2 \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) w g} \quad (7)$$

である⁽¹³⁾。 g は重力加速度である。実務的側面からは、 U_∞ の代わりに V を使用する利点は自明である。すなわち、 V の値は事前に与える事ができるが、 U_∞ の値は実際の計測を必要とする。 U_∞ の代わりに V を使用することによる情報量の喪失は、当然、危惧すべき事項であるが、後に示す様に、本実験範囲内で確認した所、 V と U_∞ との対応関係は近似的に一意に与えることができ、現象の概略の把握には V の方がむしろ適している。さらに本論の後半には、 $Re(V)$ の代わりに Re を用いて、喪失した情報についても議論している。

原理的には、2つの支配力学パラメータの影響を、個別に評価する必要があるが、自由落下実験に際して I^* と $Re(V)$ (あるいは I^* と Re)をその2つとして選ぶと、各影響の個別評価には、技術的困難が生じる。そして、この2つの力学パラメータの個別評価の困難さが、現象の把握を混乱させてきた主な原因の1つであった(例えば、Iversen⁽⁷⁾などでも、ある力学パラメータの影響を評価する際、もう1つの力学パラメータを同じ値にして比較していた訳ではない)。本研究では、現象の支配パラメータ依存関係の徹底した解明を考えつつも、上記の困難さを避ける為、2つの支配力学パラメータの内の1つに、以下の無次元量を考える。

Fig. 2 Schematic diagram of the tumbling rectangular plate and forces.

$$C \equiv \frac{\sqrt{gw^3}}{v}. \quad (8)$$

C は、力学的には(慣性力 $\times$ 重力)^{1/2}の粘性力との比に対応し、実験では支配パラメータを完全にコントロールすることを容易にする、そして、本実験を通して(水中実験を除く)、 C を一定値(3.86×10^2)に固定し、他の力学パラメータの影響のみを考える。

2つの力学パラメータのうち1つには、 I^* あるいは $Re(V)$ を選ぶ。なお、 C と I^* 、 $Re(V)$ の関係は、以下に与えられる。

$$\frac{Re(V)}{C} = \sqrt{2 \left(\frac{3\pi}{8} \cdot \frac{I^*}{\lambda + \lambda^3} - 1 \right)}. \quad (9)$$

図3には、本実験($\lambda = 0.3$, $C = 3.86 \times 10^2$)での、 I^* と $Re(V)$ との関係を示す。

本論で考える従属パラメータは、終端状態での、平板のタンプリング回転数 n と平板の空力特性(揚力 L と抗力 D)である。それらは、それぞれ、無次元回転数 Ω^* 、揚力係数 C_L 、抗力係数 C_D として、以下のように定義する。

$$\Omega^* \equiv \frac{\pi n w}{U_\infty}. \quad (10)$$

$$C_L \equiv \frac{L}{\frac{1}{2} \rho_f U_\infty^2 w l}. \quad (11)$$

$$C_D \equiv \frac{D}{\frac{1}{2} \rho_f U_\infty^2 w l}. \quad (12)$$

Ω^* は、定義式(10)からも分かる様に、終端平板端速度比に該当する。以上の3つに加えて、重要な空力特性として、揚抗比 C_L/C_D も考える。

3・4 実験装置 空气中実験での装置の概略を図4に、水中実験での装置の概略を図5に示す。空气中実験では、平板を、地上約7mの高さから、初期回転を与えて落下させる。平板落下軌道付近は極力外乱を避けた状態にし、同期を取った2台のハイスピードカメラ(2000

frames/s)によってステレオ撮影を行う。水中実験では、水深約7.5 $\times$ 10¹mの水槽へ平板を自由落下させる。実験ごとに充分な時間を取り、水槽内の外乱が減衰した状態で、同期した3台のハイスピードカメラ(500 frames/s)によってステレオ撮影を行う。平板の並進速度 U_∞ および L 、 D の測定は、平板側面の中心に設けたマーカの移動距離を画像解析することにより求める。平板回転数 n の測定は、平板側面の中心線上に設けた2点のマーカを測定することにより求める。

Fig. 3 Relation between inertia-moment ratio I^* and Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, $C = 3.86 \times 10^2$.

Fig. 4 Experimental apparatus in air.

Fig. 5 Experimental apparatus in water.

Table 1 Symbols and corresponding parameters, in Figs. 7–10.

Symbol	References	λ	AR	I^*	Ω^*	C	Experimental method
●	present	0.3	2.0–20	7.73	0.27–0.50	380	free flight
○	present	0.3	2.0–20	24.4	0.15–0.23	380	free flight
□	Dupleich (1949)	unknown (0.003–0.01)	1.0–2.5	1.60	0.46–0.80	6500	free flight
◇	Dupleich (1949)	unknown (0.003–0.01)	2.0–2.5	2.70	0.53–0.63	3000	free flight
△	Dupleich (1949)	unknown (0.003–0.01)	2.5–5.0	3.50	0.60–0.75	1100	free flight
■	Dupleich (1949)	unknown (0.003–0.01)	2.5–5.0	4.50	0.53–0.70	1400	free flight
----	Bustamante & Stone (1969)	unknown (thin)	1.7–6.0	unknown	Eq. (13)	unknown	wind tunnel
—	Iversen (1979)	unknown (0.0054–0.5)	0.25–4.0	more than about 10	Eq. (14)	unknown	wind tunnel (Glaser & Northup, 1971) free flight (Bustamante & Stone, 1969)

4. 結果と考察

4・1 落下運動の一例 図6に撮影結果の一例, すなわち, タンブリング平板の約1回転あたりの運動を示す. 矢印は平板断面の方向を, 点線は平板中心の軌跡を示す. 平板は, 図の右上から左下方向に, 時計回りに回転しながら, 落下する. 通常の撮影領域は, 図6よりも一桁程度広く ($x/w, y/w$ ともに50程度の範囲), 3回転程度の軌道を十分に視野に納める. 今回は, 終端状態のみを対象としているので, 撮影領域内の運動 (具体的には, 平板中心の並進速度の1周期間平均値) が3周期とも同じであることが確認できた実験結果のみを解析対象とする.

4・2 アスペクト比 AR の影響 タンブリングは, 回転軸に垂直な面内の二次元的な運動である. Smith⁽⁶⁾は, $Re=1.3 \times 10^3 - 2.8 \times 10^5$ での風洞実験より, AR が3より大きければ, AR は Ω に影響を与えないと述べている. Iversen⁽⁷⁾は, $AR < 4$ の風洞実験結果から, AR の増加に伴い Ω も増加することを示している. なお, SmithとIversenとは共に λ が小さい平板を考えており, その点は本研究 ($\lambda=0.3$)と同じである.

本研究では, $AR=2-20$ の範囲での AR の Ω と $C_L, C_D, C_L/C_D$ への影響を調べる. 図7–10に, その結果をまとめる. 詳しく述べると, 図7には, Ω への AR の影響を示す. 図8–10には, それぞれ, $C_L, C_D, C_L/C_D$ への AR の影響を示す. 表1には, 図7–10で調査した平板の各種パラメータ値をまとめる. 各図とも, $I^*=7.73$ と24.4とで調べている. $Re(V)=2.83 \times 10^3, 5.08 \times 10^3$ であり, 結果として, $Re=2.0 \times 10^3 - 3.4 \times 10^3$ が調査対象となる.

図7より, $I^*=7.73, 24.4$ とも, データのばらつきはあるが, 同じ傾向を示すことが分かる. すなわち, AR が約10までは, AR の増加に伴い, Ω が増加する. AR が約10以上であれば, Ω は, ほぼ一定値を示し, ほとんど AR の影響を受けない. また, 図からは, Ω への I^* の影響が大きいことも分かる.

更に, 図7には, 他の研究者の結果も示している. 彼らの各種パラメータ値も, 表1にまとめている. AR の増加につれて Ω が増加する傾向こそすべての研究者で見られるが, 定量的には研究者間で大きな隔たりが存在する. この隔たりは, AR が大きい状態ほど, すなわち, AR 効果が無視できる程度に2次元性が良好な状態ほど, 顕著になる. そして, 過去の研究の重大な問題点は, 正に, この十分に大きな AR での実験結果を欠いていることにある (表1を参照).

Fig. 6 Locus of a falling plate ($\lambda=0.3, AR=10, I^*=3.29, Re(V)=1.79 \times 10^3, (Re=1.8 \times 10^3 - 2.3 \times 10^3), C=3.86 \times 10^3$). Arrows and a dotted line denote the cross-section direction of a plate and the trajectory of a plate's centre, respectively.

補足として、以下に、この問題点以外の些細な問題点を指摘する。Dupleich⁹⁾の実験は、各種パラメータ値がよく管理された条件下で実施されているが、 λ の値は小さいが不明である。Bustamante & Stone⁹⁾は、自由落下や風洞などの様々な実験を実施している。しかし、 Ω^* の経験式

$$\Omega^* = 1 - e^{-0.2AR} \quad (13)$$

には、風洞の結果を用いている。更に λ は“thin”であるが、 I^* の値も λ の値も不明である。Iversen⁷⁾は、 AR 以外のパラメータについては、広い範囲のデータを用いて次の経験式を導いている。

$$\Omega^* = \left(0.329 \ln \lambda^{-1} - 0.0246 \ln \lambda^{-1}\right)^2 \times \left\{ \frac{AR}{2 + (4 + AR^2)^{\frac{1}{2}}} \left[2 - \left(\frac{AR}{AR + 0.595} \right)^{0.76} \right] \right\}^{\frac{2}{3}} \quad (14)$$

しかし、他の研究者の結果を利用している為、パラメータ値の独立したコントロールはなされていない。

次に、図8-10を考える。図8より、 C_L は、 Ω^* と同じ傾向を示すことが分かる。すなわち、 AR が10までは、 AR の増加に伴い、 C_L が増加する。 AR が10以上では、 C_L への AR の影響は小さい。 I^* の値により、 C_L の値は大きく変わる。ただし、データのばらつきは、図7よりもはるかに小さい。図9は、図7や図8と異なる傾向を示す。すなわち、 C_D は、 AR に影響されず、ほぼ一定値をとる。図10は、再び、図8と同じ傾向を示す。すなわち、 $AR \leq 10$ で、 AR の増加に伴い、 C_L/C_D は増加する。 $AR \geq 10$ では、 C_L/C_D は AR によらず、ほぼ一定値を示す。この傾向は、図8と図9の両結果と、よく整合している。ただし、 I^* の影響は Ω^* や C_L 、 C_D と異なり、かなり小さい。

以上より、 $AR \geq 10$ であれば、 Ω^* や C_L 、 C_D 、 C_L/C_D への AR の影響は小さい。よって、以降は、 $AR=10$ の平板の結果のみを考える。

4-3 慣性モーメント比 I^* の影響 Smith⁶⁾は、 $Re=10^4$ での自由落下実験に基づき、 I^* が10以上であれば C_L と C_L/C_D への影響はほとんど無いと述べている。また、Iversen⁷⁾は、 I^* が10よりも大きければ Ω^* への I^* の影響は無いと結論づけている。この結論に対応する具体的データは、 $\lambda=0.0156$ かつ $AR=0.5$ のものと思われる。本研究

では、より広い範囲の I^* ($10^0 - 10^2$ オーダー)を対象として、 I^* が Ω^* 、 C_L 、 C_D 、 C_L/C_D へ与える影響を調べる。すなわち、図11-14には、 $I^*=33-141$ の範囲で、 I^* が Ω^* と C_L 、 C_D 、 C_L/C_D へ与える影響を、それぞれ示す。表2には、図中の各シンボルに対応する力学パラメータの値を示す。なお、鎖線は、図中に記す近似式に対応している。

図11より、データのばらつきはあるが、 $I^* \leq 50$ では、 I^* が増加すれば Ω^* も増加することが分かる。 $I^* \geq 50$ では、 Ω^* は、 I^* によらずほぼ一定値をとり、0.4-0.6間にばらつく。なお、参考のため、図中にIversen⁷⁾の経験式(14)を示している。彼の結論とは異なり、 $I^* \approx 10$ では、 I^* の Ω^* への影響もまだ大きい。更に、彼の経験式の値も、今回の結果とは、大きく異なる。

Fig. 7 Reduced rotating rate Ω^* of a tumbling plate versus aspect ratio AR at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, $C = 3.86 \times 10^2$.

- $I^* = 7.73$, $Re(V) = 2.83 \times 10^3$ ($Re = 2.0 \times 10^3 - 2.7 \times 10^3$).
- $I^* = 24.4$, $Re(V) = 5.08 \times 10^3$ ($Re = 2.6 \times 10^3 - 3.4 \times 10^3$).

Fig. 8 Lift coefficient C_L versus aspect ratio AR at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, $C = 3.86 \times 10^2$.

- $I^* = 7.73$, $Re(V) = 2.83 \times 10^3$ ($Re = 2.0 \times 10^3 - 2.7 \times 10^3$).
- $I^* = 24.4$, $Re(V) = 5.08 \times 10^3$ ($Re = 2.6 \times 10^3 - 3.4 \times 10^3$).

Table 2 Symbols and the corresponding I^* , $Re(V)$ and Re , in Figs. 11 - 20 ($\lambda=0.3$, $AR=10$, $C=3.86 \times 10^3$).

Symbol	I^*	$Re(V)$	Re
●	3.29	1790	$1.8 \times 10^3 - 2.3 \times 10^3$
○	7.73	2830	$2.0 \times 10^3 - 2.7 \times 10^3$
○	24.4	5080	$2.6 \times 10^3 - 3.4 \times 10^3$
■	48.7	7200	$3.0 \times 10^3 - 3.8 \times 10^3$
□	55.9	7720	$3.4 \times 10^3 - 4.2 \times 10^3$
□	61.9	8120	$3.6 \times 10^3 - 4.6 \times 10^3$
▲	65.7	8370	$3.2 \times 10^3 - 3.8 \times 10^3$
△	71.9	8760	$3.7 \times 10^3 - 4.3 \times 10^3$
△	89.5	9780	$4.1 \times 10^3 - 4.7 \times 10^3$
◆	103	10500	$4.9 \times 10^3 - 5.1 \times 10^3$
◇	108	10800	$5.0 \times 10^3 - 5.9 \times 10^3$
◇	120	11300	$5.2 \times 10^3 - 6.2 \times 10^3$
*	141	12300	$4.6 \times 10^3 - 6.4 \times 10^3$

次に、図12-14を考える。図12より、図11と同様、 $I^* \leq 50$ では、 I^* の増加に伴い C_L は増加することが分かる。 $I^* \geq 50$ では、 I^* によらず、 C_L はほぼ一定値0.9となる。図12の図11との著しい違いは、データのばらつきが小さいことである。図13より、 C_D は、 C_L と定性的にも、定量的にも同じ傾向を示すことが分かる。よって、図14では、その傾向を反映して、 C_L/C_D は、 I^* の増加につれて若干の減少傾向は認められるが、 I^* によらずほぼ1に近い値をとる。

なお、図13には、Dupleich^③の実験値も示しているが、今回の結果とは定性的にも著しい差異を示しており、今後のよりパラメータ範囲を広げた更なる研究が求められる。詳しく述べると、Dupleich^③の報告では、実験パラメータの記述が充分でない為、二種類の方法で、 I^* を推定した。すなわち、図中の一印は、 $\lambda=0$ と近似したものである。ここでは、表1に示したデータより多くのデータを用いた為、 AR と C のパラメータ範囲は表1より広い。また、図中の+印は、Poreh & Wray^④の報告より引用したDupleich^③の結果であり、どの原データを使用したかは不明である。しかし、一と同様、 λ や AR 、 C などのパラメータは一定ではないと思われる。よって、現段階で、今回の実験との乖離を議論することは難しい。

4・4 レイノルズ数 $Re(V)$ の影響 前節で、我々は、2つの支配力学パラメータとして I^* と C を考え、 C を一定とした条件下で、緒従属パラメータへの I^* の影響を調べた。その結果、 Ω^* や C_L 、 C_D は、 I^* のごく簡単な経験式により、十分な近似を得られることも示した。

一方、支配パラメータの選択には任意性があり、他の物理量を試みることは、意義がある。ここでは、 I^* の代わりに、 $Re(V)$ を1つのパラメータに選択することを考え

る。ここで補足すると、本研究では、 C を一定としているので、多少のばらつきはあるが、 Re と $Re(V)$ の関係は、ほぼ一意に決まる。(図15を参照。なお図中のシンボルは表2と共通。)

Fig. 9 Drag coefficient C_D versus aspect ratio AR at depth-to-width ratio $\lambda=0.3$, $C=3.86 \times 10^2$.

○ $I^* = 7.73$, $Re(V)=2.83 \times 10^3$ ($Re = 2.0 \times 10^3 - 2.7 \times 10^3$).
○ $I^* = 24.4$, $Re(V)=5.08 \times 10^3$ ($Re = 2.6 \times 10^3 - 3.4 \times 10^3$).

Fig. 10 Lift-to-drag ratio C_L/C_D versus aspect ratio AR at depth-to-width ratio $\lambda=0.3$, $C=3.86 \times 10^2$.

○ $I^* = 7.73$, $Re(V)=2.83 \times 10^3$ ($Re = 2.0 \times 10^3 - 2.7 \times 10^3$).
○ $I^* = 24.4$, $Re(V)=5.08 \times 10^3$ ($Re = 2.6 \times 10^3 - 3.4 \times 10^3$).

Lugt⁽¹⁾には、データは示されていないが、 $Re > 1.5 \times 10^3$ では、 Ω^* はほとんど Re に依存しないこと、さらに、 λ が小さくかつ AR が大きければ $\Omega^* = 0.8 - 1.0$ となるとの記述がある。Iversen⁽⁷⁾も、Smith⁽⁶⁾の結果を評価する際、 Ω^* への Re の影響が小さいことを前提としている。しかし、これらについての具体的なデータは示されておらず、定量的議論ももちろんない。

図16-19には、 $Re(V) = 1.79 \times 10^3 - 1.23 \times 10^4$ の範囲で、 $Re(V)$ が Ω^* と C_L 、 C_D 、 C_L/C_D へ与える影響を、それぞれ示す。なお、図中のシンボルに対応するパラメータ値は、再び、表2と共通である。

図16-18より、 $Re(V) \leq 7 \times 10^3$ で、 $Re(V)$ の増加につれて、 Ω^* 、 C_L 、 C_D は増加することが分かる。 $Re(V) \geq 7 \times 10^3$ では、 Ω^* 、 C_L 、 C_D とも、ほぼ一定値となる。ただし、データのばらつきに関しては、 Ω^* が顕著である。また、図19には、 C_L/C_D への $Re(V)$ の影響を示すが、図17と図18の結果に対応し、 $Re(V)$ によらず、 C_L/C_D は1の周りに分布する。

Fig. 11 Reduced rotating rate Ω^* of a tumbling plate versus inertia-moment ratio I^* , for several values of Reynolds number Re at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

Fig. 12 Lift coefficient C_L versus inertia-moment ratio I^* , for several values of Reynolds number Re at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

なお、図16-19には、それぞれ、鎖線で、近似式を描いている。図11-14と同様、近似式は、非常に単純であるにも関わらず、概ねよい近似を与えている。さらに、図16-18には、それぞれ、点線で、図11-13中の近似式も描いている。図16では、鎖線の方が、近似がより良好に見え、図17と図18では、点線の方がより良好に見える。よって、この結果からは、 Ω^* の予測には $Re(V)$ の使用が、 C_L と C_D の予測には I^* の使用が、より適しているようである。

Fig. 13 Drag coefficient C_D versus inertia-moment ratio I^* , for several values of Reynolds number Re at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

Fig. 14 Lift-to-drag ratio C_L/C_D versus inertia-moment ratio I^* , for several values of Reynolds number Re at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

Fig. 15 Reynolds number Re versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

最後に, Re の代わりに $Re(V)$ を用いることにより喪失する情報を考える. Re と $Re(V)$ との関係は, 概ね一意である (図 15 を参照). また, $Re(V)$ 効果を考えた時の, C_L と C_D のデータのばらつきは小さい (図 17 と図 18 を参照). 一方, Ω は, 同じ $Re(V)$ に対してデータのばらつきが大きく (図 16 を参照), 情報喪失は Ω に対してもっとも顕著となる.

ここで補足すると, Ω のばらつきは, 条件が終端状態であるにも拘らず, 原データがばらつくことを反映している. Andersen et al.⁽¹³⁾ は, 終端状態は, 初期条件の影響も強く受けると報告している. 本実験は, 彼らと比べ, I^* も Re もともにかなり大きいので, 彼らの報告に対応するかどうかは断言できないが, 先に述べた様に, 示した全てのデータは, 十分な終端状態にあることが確認できたもののみであることも付記しておく.

図 20 には, Re に対する Ω を示す. 結果は, 図 11 中あるいは図 16 中の近似式 (図中, 点線で示す) と概ね一致する. しかし, 各 I^* に注目すると, データは, 近似式の周りに, 不規則に分布するのではなく, かなり規則的に, 1 つの曲線上に落ちる. すなわち, I^* が一定の条件下では, Ω は Re の増加につれて減少する.

結果から言うと, 各 I^* のデータが, 同一曲線上に落ちる事実は, C_L が Ω に強く影響を受けていることを反映していると思われる. 今, 自由落下平板の力のつり合いを考えると,

$$L^2 + D^2 = (\rho_s l d w g)^2 \quad (15)$$

である. Magnus 効果を想定し,

$$L \propto \rho_f U_\infty n w^2 l. \quad (16)$$

また,

$$D \propto \frac{1}{2} \rho_f U_\infty^2 w l. \quad (17)$$

(15)–(17)式より,

$$\frac{n^2 w^2}{U_\infty^2} = \frac{1}{C_1^2} \frac{g^2 d^2 (\rho_s / \rho_f)^2}{U_\infty^4} - \frac{C_2^2}{C_1^2} \quad (18)$$

を得る. ここに, C_1 と C_2 は, それぞれ, 式(16)と(17)に対応する比例乗数である. 次に

$$\frac{1}{C_1} = \frac{64 v^2 (1 + d^2 / w^2)^2}{9 \pi^4 g^2 w^6} A, \quad (19)$$

$$\frac{C_2^2}{C_1^2} = \frac{1}{\pi^2} B \quad (20)$$

と置き, 式(3)–(5), (10)を用いて無次元化して,

$$\Omega^* = \sqrt{A \frac{I^{*2}}{Re^4} - B} \quad (21)$$

Fig. 16 Reduced rotating rate Ω^* of a tumbling plate versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda=0.3$, aspect ratio $AR=10$, $C=3.86 \times 10^2$.

Fig. 17 Lift coefficient C_L versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda=0.3$, aspect ratio $AR=10$, $C=3.86 \times 10^2$.

を得る。 A, B を実験値より与えて、描写したものが図中の鎖線であり、それらと実験値はよい対応を示す。

なお、式(21)に、図15の近似した Re と $Re(V)$ との関係を用いると、我々は、 Re と Ω との関係を得、更に、 I^* あるいは $Re(V)$ より Ω の予測も可能になる。図20には、実験線で、その関係式を描く。残念ながら、他の近似式と比べると、若干、その精度は劣るようである。

4・5 タンブリングの卓越周期 図21と22に、水中を自由落下タンブリングする $I^* = 2.5$ と 0.75 の平板の約3回転分の角速度変動の結果を、それぞれ示す。いずれの図も、縦軸は角速度 ω を平均角速度 ω_{ave} ($= 2\pi n$) で無次元化した値であり、横軸は時間 t を回転数 n で無次元化した値である。なお、本節の水中実験では、 $C = 8.86 \times 10^3$ である。

Fig. 18 Drag coefficient C_D versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

Fig. 19 Lift-to-drag ratio C_L/C_D versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

まず、図21では、 180° (半回転すなわち $m = 0.5$) の周期性が卓越する典型的なタンブリングを、確認できる。すなわち、平板が3回転する間に、6回の明瞭な周期変動が現れる。しかし、図をよく見ると、 180° 周期の卓越成分の他に 360° (一回転すなわち $m = 1$) 周期の成分も見られる。例えば、 ω/ω_{ave} のピーク値は、約1.3のものと約1.1のものが交互に一回転ごとに現れている。

この 360° の周期性は、図22では、更に顕著になる。他の実験からは、 I^* が減少すると、たとえ Re が大きくても、半回転で1変動の周期性 (180° の周期性) の他に、1回転で1変動の周期性 (360° の周期性) の卓越成分も顕著になることも観察した。図23には、図22と同条件下での平板の軌道と姿勢を共に示しているが、2つの卓越周期成分は、軌跡からも認められる。つまり、半回転間に長距離移動する区間と半回転に短距離移動する区間とが交互に現れている。

Fig. 20 Reduced rotating rate Ω of a tumbling plate versus Reynolds number Re , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

Fig. 21 Dimensionless angular velocity ω/ω_{ave} of rectangular plate versus reduced time tn for inertia-moment ratio $I^* = 2.5$, $Re(V) = 3.54 \times 10^4$ ($Re = 1.4 \times 10^3 - 1.6 \times 10^3$), at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$.

Smith⁽⁶⁾はタンブリング回転の1周期が 180° と述べており、その後の研究者の解釈も同一である。これはタンブリング平板が対称断面形状であることを考えると自然に思われる。しかし、図22に示す様に、1周期が 180° の現象に加えて、1周期が 360° の現象も卓越することもある(例えば、Andersen et al.⁽¹³⁾)。著者らは、風洞実験においても、この現象を観察している。そこでは、 Re が大きくても、 I^* が小さければ、この 360° 周期の現象が顕著になりがちな傾向を示すので、Andersen et al.の様なカオスに見られる周期倍化との単純な同一視は難しいかもしれない。

5. おわりに

空气中でタンブリング平板の自由落下実験を行った。実験条件は、 $\lambda=0.3$, $AR=2-20$, $I^*=33-141$ である。実験を通して一方の力学パラメータ $C=3.86 \times 10^2$ と固定して、他の力学パラメータの純粋な影響を調べた。結果を以下にまとめる。

- (1) $AR \geq 10$ であれば、 $\mathcal{L}$, C_L , C_D , C_L/C_D への AR の影響は小さい。
- (2) $I^* \geq 50$ 以上であれば、 $\mathcal{L}$, C_L , C_D , C_L/C_D への I^* の影響は小さい。
- (3) $Re(V) \geq 7 \times 10^3$ であれば、 $\mathcal{L}$, C_L , C_D , C_L/C_D への $Re(V)$ の影響は小さい。
- (4) $\mathcal{L}$, C_L , C_D , C_L/C_D の経験式を提案した。
- (5) Re の代わりに $Re(V)$ を考えることにより喪失する情報については、 L がMagnus効果にほぼ支配されていると見なし、説明できることを示した。

Fig. 22 Dimensionless angular velocity ω/ω_{ave} of rectangular plate versus reduced time tn for inertia-moment ratio $I^*=0.75$, $Re(V)=1.63 \times 10^4$ ($Re=7.1 \times 10^3-7.7 \times 10^3$), at depth-to-width ratio $\lambda=0.3$, aspect ratio $AR=10$.

以上の結果は、2つの支配力学パラメータが完全にコントロールされた実験に基づくものであり、今回調べたパラメータ範囲内では、得られた結論の信頼性は高い。一方で、 C の影響を明らかにするなど、試験範囲を広げることにより、過去の研究結果との整合性や、より広いパラメータ範囲での精度の高いタンブリング予測などが期待できよう。

更に、水中実験により、運動を解析した。その結果、 I^* が小さくなるほど、タンブリングは、 180° 周期の卓越成分の他に、 360° 周期の卓越成分が顕著になることを確認した。

謝辞

本研究は、一部、文部科学省学術フロンティア推進事業「次世代ゼロエミッション・エネルギー変換システム」の支援を受けた。

文献

- (1) H. J. Lugt, Autorotation, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 15, 1983, pp.123-147.
- (2) T. Yoshinaga and A. Tate, Autorotation of slender bodies, *Transactions of Japanese Society for Aeronautical and Space Sciences*, 33, 1985, pp. 367-373 (in Japanese).
- (3) P. Dupleich, Rotation in free fall of rectangular wings of elongated shape, *NACA Technical Memorandum*, 1201, 1949, pp. 1-99.
- (4) A. M. O. Smith, On the motion of a tumbling body, *Journal of The Aeronautical Sciences*, 20, 1953, pp.73-84.

Fig. 23 Locus of a falling plate ($\lambda=0.3$, $AR=10$, $I^*=0.75$, $Re(V)=1.63 \times 10^4$, ($Re=7.1 \times 10^3-7.7 \times 10^3$)). Arrows and a dotted line denote the cross-section direction of a plate and the trajectory of a plate's centre, respectively.

- (5) A. C. Bustamante and G. W. Stone, The autorotation characteristics of various shapes for subsonic and hypersonic flows, *AIAA Paper.*, 1969, No.69-132.
- (6) E. H. Smith, Autorotating wings, an experimental investigation, *J. Fluid Mech.*, 50, 1971, pp.513-534.
- (7) J. D. Iversen, Autorotating flat-plate wings, the effect of the moment of inertia, geometry and Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, 92, 1979, pp.327-348.
- (8) M. Poreh and R. N. Wray, On the motion of rectangular prismatic bodies, *Journal of Fluids Engineering*, 101, 1979, pp. 193-199.
- (9) T. Yoshinaga, K. Inoue and A. Tate, Determination of the pitching characteristics of tumbling bodies by the free-rotation method, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 21, No. 1, 1984, pp.21-28.
- (10) Y. Ishida, A Numerical Study of flow past a rotating flat plate by the discrete vortex method, *Transactions of Japanese Society for Aeronautical and Space Sciences*, 25, 1982, pp. 114-125.
- (11) Y. Oshima, N. Izutsu, K. Oshima and K. Kuwahara, Autorotation of elliptic airfoil, *AIAA Paper*, 83 - 0130, 1983, pp. 1-8.
- (12) H. J. Lugt, Autorotation of an elliptic cylinder about an axis perpendicular to the flow, *J. Fluid Mech.*, 99, 1980, pp. 817-840.
- (13) A. Andersen, U. Pesavento and Z. J. Wang, Unsteady aerodynamics of fluttering and tumbling plates, *J. Fluid Mech.*, 541, 2005, pp. 65-90.
- (14) T. Yasuda and Y. Takano, Studies of flow pattern and fluid dynamic forces around an rotating elliptic cylinder (1st report, comparison between wind-tunnel experiment and numerical analysis based on finite volume method), *Transactions of Japanese Society of Mechanical Engineers, Series B*, 72, No. 718, 2006, pp. 1404-1409 (in Japanese).