静電場モデルによる針対平板電極系での液滴挙動の安定性解析*

多田 一幸^{*1}, 西浦 雅登^{*2}, 川本 広行^{*3}

Stability Analysis of a Drop in a Pin-to-Plate Electrohydrostatic System

Kazuyuki TADA^{*4}, Masato NISHIURA and Hiroyuki KAWAMOTO^{*4} Department of Mechanical Engineering, Waseda University,
3-4-1 Okubo, Shinjuku-ku, Tokyo, 169-8555 Japan

Stability of a drop in a pin-to-plate electrohydrostatic system was examined both theoretically and experimentally. With this static model, the mechanism of electrostatic ink jetting process was estimated. The basic equations are the augmented Young-Laplace equation for drop shape and the Laplace equation for electric field. These coupled equations were solved by the Finite Element Method. By the initial condition of its shape, a drop could be deformed into anomalous shapes, such as "nipple" and "dog bone," as well as conical shape, often referred as Taylor cone with the increment of non-dimensional electric field. The concentration of electric field around the corner of a nozzle was the cause of these anomalous shapes. By this stability analysis, it was demonstrated that the electrostatic ink jetting modes, dripping mode and the onset of cone-jet mode, were governed by the force balance between forces from surface tension, pressure and electrostatic field.

Key Words: Electrostatic Inkjet, Droplet, Nozzle, Stability, Finite Element Method, Young-Laplace Equation, Laplace Equation

1. 緒 言

今日、写真画質や高速化により家庭や小規模オフィスのみならず比較的大規模な職場でもインクジェットプリンタが用いられるようになった。しかしインクジェットプリンタの歴史は浅く最初の商用プリンタが登場したのは1951年のことであった(Seimens 社製品名 "Mingograph")⁽¹⁾⁽²⁾。1878年にReyleigh⁽³⁾⁽⁴⁾により液滴分裂現象の理論的考察がなされた後100年近くの歳月を要した。

インクジェットプリンタの液滴噴射法にはサーマル式やピエゾ式などが実用化されているが、静電インクジェット法による商用プリンタへの適用は未だ例を見ない。しかし、条件によってドロップオンデマンド状⁽⁵⁾、マイクロスプレー状、または繊維状⁽⁶⁾に前駆体となる液を「射ち分ける」ことができ、さらにフェムトリットル単位の小液滴を噴射できる⁽⁵⁾、高粘度液を噴射できる⁽⁷⁾など産業用途には魅力的な技術であ

る。一方見方を変えれば噴射制御が難しいとも言え、実際に産業用途へ適用するには基礎的な現象の理解が不可欠である。そこで本研究では、動的な現象である噴射過程に定常状態の安定性解析を適用し現象把握を試みた。

電界中の平板上や針先の液滴は電界強度に応じてTaylor Coneと呼ばれる円錐形状となることが知られている⁽⁴⁾⁽⁸⁾。Taylor Coneなど電場中に置かれた液滴の定常状態の形状は粘性が無視できる場合、表面張力、重力、電氣的応力のつりあいを表す拡張されたYoung-Laplaceの式で求められる⁽⁴⁾⁽⁹⁾。コロナ放電を考慮しない場合電界は線形方程式であるLaplaceの式が適用できるが、電界により液滴の形状が変化することから解析対象は上記二つの方程式からなる非線型の連成問題となる。

HarrisやBasaranら⁽⁴⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾は上記の連成問題を解き、静電場での液滴の安定性解析を行った。しかし平板-平板電極間の一方の平板電極にノズルを配置した特殊な構成であり、通常の静電インクジェットの構成とは異なる。Tsukadaら⁽¹²⁾は針(ノズル)対平板電極系で、圧力一定という制約の下液滴の体積変化に対する安定性解析を行った。しかし静電インクジェットの噴射

* 原稿受付 2008年10月8日。

^{*1} 正員、早稲田大学理工学術院(☎ 169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1)。^{*2} 早稲田大学理工学術院。^{*3} 正員、フェロー、早稲田大学理工学術院。

E-mail: tada-kazuyuki@kurenai.waseda.jp

現象を解析する上で重要なギャップやノズル長さの効果が示されていない。本研究ではこのような因子の効果を提示し、実験結果と比較することにより静電インクジェットの噴射過程の特性を把握することを目的としている。

2. 記号の説明

a/b	: 液滴のアスペクト比 [-]
d	: ノズル中心—液滴中心間距離 [m]
D	: 液滴形状係数($\equiv d/R$) [-]
E_n	: 液滴表面の電界の法線方向成分 [-]
$\tilde{f}$	: ノズル中心—液滴間距離 [m]
f	: $\tilde{f}$ の無次元化変数 ($\equiv \tilde{f}/R$) [-]
G	: 重力ポンド数 ($\equiv gR^2\Delta\rho/\sigma$) [-]
g	: 重力加速度 [m/s^2]
$\tilde{H}_1$	: ノズル—平板電極間ギャップ [m]
H_1	: $\tilde{H}_1$ の無次元化定数 ($\equiv \tilde{H}_1/R$) [-]
$\tilde{H}_2$	: ノズル長 [m]
H_2	: 無次元化されたノズル長($\equiv \tilde{H}_2/R$) [-]
K	: 大気と液滴の圧力差($\equiv R\Delta p_0/\sigma$) [-]
L	: 半径方向の計算領域 ($\equiv \tilde{L}/R$) [-]
Ne	: 電気ポンド数 ($\equiv \epsilon u_0^2/2\sigma R$) [-]
$\underline{n}_{LV}$	: 液滴表面に対する法線ベクトル
$\underline{n}_S$	: ノズル面に対する法線ベクトル
R	: ノズル半径 [m]
$\underline{t}_{LSV}$	: 気液固三相接触線の接線ベクトル
u	: 各位置での電位 [V]
u_0	: 印加電圧 [V]
U	: 各位置での無次元化電位($\equiv u/u_0$) [-]
Δp_0	: 大気と液滴の圧力差 [Pa]
$\Delta\rho$	: 大気と液滴の密度差 [kg/m^3]
ϵ	: 誘電率 [F/m]
σ	: 液滴の表面張力 [N/m]
θ_c	: 接触角 [N/m]

アンダーバー有り : ベクトル
チルダ有り : 有次元数

3. 液滴形状のモデル化

3・1 計算領域 図1のような誘電率 ϵ の絶縁性流体(大気)に囲まれた軸対称かつ完全導体である液滴が長さ H_2 のノズルに垂下されたモデルを考える。電圧 U_0 を印加したノズルの頂点と接地された円板間距離(ギャップ)を H_1 とした。円板の半径方向の計算領域

L は、有限の境界の影響を極力減らすために H_1+H_2 の2倍とした。

座標系として、ノズルの先端面中心を原点とした球座標および円筒座標を領域毎に分けて用いた。図1の領域 $V_1(0 \leq z \leq H_1)$ では、液滴の変形を考慮しノズルの先端面中心を原点とした球座標 (r, θ, ϕ) を用いた。 θ は対称軸を基準とする仰角であり、液滴形状は $f(\theta)\mathbf{e}_r$ と表せる。 f はノズル半径 R にて無次元化されたノズル中心と液滴表面 S_{LV} との間の距離、 $\mathbf{e}_r$ は r 方向の単位ベクトルである。 V_1 以外の領域は全て鉛直下方の重力方向を正方向とした円筒座標 (x, ϕ, z) とした。

3・2 基礎式と境界条件 液滴形状および電場には、ノズル半径 R および電圧 u_0 で無次元化された、拡張されたYoung-Laplace方程式およびLaplace方程式をそれぞれ用い、式(3)で表される境界条件を適用した。

$$\underline{\nabla}_S \cdot \underline{n}_{LV} = K + Gz + NeE_n^2 \quad \text{on } S_{LV} \quad (1)$$

$$\nabla^2 U = 0 \quad \text{in } V_1 \text{ \& } V_2 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} f_\theta &\equiv df/d\theta = 0 \quad \text{at } \theta = 0 \\ f &= 1 \quad \text{at } \theta = \pi/2 \\ U &= 1 \quad \text{on } S_{LV} \text{ and } S_{NOZZLE} \\ U &= 0 \quad \text{on } S_{BOTTOM} \\ \underline{n} \cdot \underline{\nabla} U &= 0 \quad \text{on } S_{SYM}, S_{ASY} \text{ and } S_{TOP} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで $\underline{n}_{LV}$ は液滴表面の法線ベクトル、 E_n は液滴表面の電界の法線方向成分である。無次元数 $Ne(\equiv \epsilon u_0^2/2\sigma R)$ 、電気ポンド数)の平方根は無次元化ポテンシャルを表す。ノズル径が小さく、重力ポンド数 $G(\equiv gR^2\Delta\rho/\sigma, \Delta\rho$: 大気と液滴の密度差、 σ : 表面張力)が無視できるとした。 $K(\equiv R\Delta p_0/\sigma)$ は $z=0$ での大気と液滴の圧力差で、液滴体積一定という以下の条件より求められる。

$$V = V_0 \quad (4)$$

Fig. 1 Pseudo-electrostatic inkjet model. A drop hanging from a nozzle in an axisymmetric pin-to-plate system.

Fig. 2 Equilibrium drop shapes without electrostatic and gravitational forces ($Ne \rightarrow 0$, $G \rightarrow 0$). All the variables are dimensional.

3・3 電界がない場合の定常状態での液滴形状

電気力、重力が表面張力と比べ無視できる場合、液滴形状は図 2 のように球の一部となる。ノズル中心と液滴間の距離 f は液滴の形状係数 D ($\equiv d/R$) を用いて以下のように表される。

$$f(\theta) = D \cos \theta + \sqrt{1 + D^2 - (D \sin \theta)^2} \quad (5)$$

$D=0$ のとき液滴は半球状, $D=1$ だと液滴が円板に接する状態, $D=-1$ だとまったく液滴がない状態となる. D を一定値とし, そのときの形状を初期条件とした.

4. 数值计算手法

4・1 計算領域と要素分割 図3に実際の計算領域を例示する. 2 次の基底関数を用いたことより, 四角形の頂点のみならず辺の中央および重心にも節点を有する. 対称性より x 軸の正方向のみの 2 次元領域を計算対象とした. 球座標を用いた領域 V_1 では, 液滴の形状変化に合わせて r 方向に限り節点が固定軸 (スパイン) 上を一定の割合で動くとした⁽¹³⁾.

4.2 有限要素法 支配方程式 (1) (2) からなる連成問題を Galerkin 有限要素法により数値解析した. まず微分型である支配方程式を積分型に弱定式化し, さらに部分積分を行って整理した.

$$\begin{aligned}
R_s^{YL} = & \int_{S_{Ll'}} [\underline{\nabla}_s \cdot (\varphi^s \underline{n}_{Ll'}) - (K + NeE_n^2) \varphi^s \underline{e}_r \cdot \underline{n}_{Ll'}] dS_{Ll'} \\
& - \cos \theta_c \oint_{L_{LSl'}} (\varphi^s \underline{t}_{Ll'} \times \underline{n}_s \cdot \underline{e}_r) dL_{LSl'} = 0 \quad s = 1, \dots, S
\end{aligned} \tag{6}$$

$$R_i^L = \int_V \underline{\nabla} \varphi^i \cdot \underline{\nabla} U dV_{LV} - \int_S (\underline{n} \cdot \underline{\nabla} U) \varphi^i = 0 \quad i = 1, \dots, I \quad (7)$$

ここで S および I は節点数である.

Fig. 3 An example of tessellated global domain and isoparametrically mapped local domain.

離散化された電場強度 U および液滴半径 f はアイソパラメトリック写像⁽¹⁴⁾により, (ξ, η) ローカルドメインでの 2 次基底関数を用い以下のように表される.

$$U(\theta, r) \text{ or } U(z, x) = \sum_{i=1}^l \alpha_i \varphi^i(\zeta, \eta) \quad (8)$$

$$f(\theta) = \sum_{s=1}^S \beta_s \varphi^s(\zeta, \eta = 0) \quad (9)$$

以上より $N=S+I$ の残差と未知数 (β, α) が定義された.

さらに体積一定という制約条件 (4) より $N+1$ 番目の残差を、さらに液滴の不安定状態を把握するためのパラメータとして $N+2$ 番目の残差を定義する。

$$R_{N+1} \equiv R^{VC} = V - V_0 = 0 \quad (10)$$

$$R_{N+2} = P - P_0 - \Delta P = 0 \quad (11)$$

以上を総合して残差ベクトル $\underline{R}(\underline{\omega}) \equiv (R^I C, R_{N+2}, \underline{R}^{II}, \underline{R}^I)$ と未知数ベクトル $\underline{\omega} \equiv (K, Ne, \underline{\beta}, \underline{\alpha})$ が定義された。パラメータ P_0 は既知の解 $\underline{\omega}^*$ の一成分である。 $P = P_0$ の条件で解を得た後、一次連続法(式(12))により $\underline{\omega}$ および P を更新し演算を繰り返す。増分 ΔP は収束程度と計算速度を考慮し決定される。 $\partial \underline{\omega} / \partial P$ が最大となる $\underline{\omega}$ の成分をパラメータ P とすることにより、解が発散することなく、液滴が安定状態から不安定状態に移行する「変化点 (TP: Turning point)」を求めることができる⁽¹⁵⁾。初期条件では Ne をパラメータ P とした。非線形方程式 $\underline{R}(\underline{\omega}) = 0$ の $k+1$ 番目 ($k = 1, 2, \dots$) の解は、初期値 $\underline{\omega}^{(0)}$ から式 (13) を繰り返し演算により解くことより求められる。

$$\underline{\omega}^{(0)}(P_0 + \Delta P) = \underline{\omega}^*(P_0) + \Delta P \frac{\partial \underline{\omega}}{\partial P} \quad (12)$$

$$\underline{J}(\underline{\omega}^{(k)})(\underline{\omega}^{(k+1)} - \underline{\omega}^{(k)}) = -\underline{R}(\underline{\omega}^{(k)}) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} f^{(0)}(\theta) &= D \cos \theta + \sqrt{1 + D^2 - (D \sin \theta)^2} \\ U^{(0)}(\theta, r) &= \begin{cases} 0, & \text{everywhere in } V_1 \text{ and } V_2 \text{ except on} \\ & S_{LV} \text{ and } S_{NOZZLE} \\ 1, & \text{on } S_{LV} \text{ and } S_{NOZZLE} \end{cases} \quad (14) \\ K^{(0)} &= 2, \quad Ne^{(0)} = 0 \end{aligned}$$

ここで $\underline{J}(\underline{\omega}) \equiv \partial \underline{R} / \partial \underline{\omega}$ はヤコビアン行列である。ヤコビアン行列に式 (3) の境界条件を反映し、ニュートン法で繰り返し演算を行った。残差ベクトルおよびヤコビアン行列成分の積分計算には Gauss-Legendre 求積法 (3 点) を用いた。

ニュートン法では初期値 $\underline{\omega}^{(0)}$ が十分に解に近い必要がある。式 (14) に示された初期条件を用いると、残差の L2 ノルムは 2 次的に減少し、 10^{-10} 以下という条件に対しすべての繰り返し計算は 8 回以内で収束した。

5. 実験装置と手法

計算結果と比較するため、図 4 に例示した実験装置を構成した。ノズルとしてディスペンサ用金属ノズルを使い、シリンジ (10 ml) に平板金属電極に対して垂下するよう取り付けした。シリンジにノズル先端から液位 70 mm まで水道水を満たした状態、および金属ノズル先端を封止し液滴をノズル先端に付与した状態を観察対象とした。電極間ギャップはメカニカルステージで平板電極を上下させて調整した。高電圧電源に松定プレジジョン社製高電圧アンプ HVR-10P (0–10 kV) を、バックライトに三永電気製作所製ライト XEF-501S を利用し、フォトロン社製高速度顕微鏡カメラ FASTCAM-MAX 120K model 1 でノズル先端の液滴挙動を観察した。

6. 計算結果による解析

6・1 液滴の安定性解析 ノズル—円板間ギャップを因子とし、無次元化された電圧に対する液滴形状のアスペクト比 a/b ($\equiv$ (原点 $z=0$ から液滴頂点までの距離) / (ノズル半径)) の変化を図 5 に示す。いずれのギャップ長に対してもアスペクト比が安定領域 (STABLE) から不安定領域 (UNSTABLE) まで発散せずに単調に増加し、安定性解析より変化点 (TP) を把握できた。変化点での電圧強度 $\sqrt{Ne}$ はギャップ長と正の

相関があるが、これは電圧が極大となると電界強度が弱まることによる。ギャップ長が大きくなる変化点 (TP) でのアスペクト比はいずれのギャップ長でも 1.30 であり、図 6 に示したように液滴の形状に差は見られなかった。

Fig. 4 Experimental set-up of electrostatic inkjet. (1: pin electrode, a metal nozzle filled with water, inner/outer diameter = 100/230 μm , 2: plate electrode)

Fig. 5 The effect of a gap (H_1) between pin and plate on the aspect ratio of electrified drops. $G=0$, $H_2=100$, $D=0$.

Fig. 6 Drop shapes at their turning points at several gaps (H_1). $G=0$, $H_2=100$, $D=0$.

Fig. 7 The effect of a gap (H_1) between pin and plate on the total surface charge. $G = 0$, $H_2 = 100$, $D = 0$.

図7に図5の条件での液滴表面上の電荷の総和を示す。電荷は変化点までほぼ一定であるが、変化点以降大きく増大する。不安定状態は電荷が異常に蓄積した状態であることがわかる。また電荷は液滴形状同様液滴ピーク部に多く分布する(図8)。6・4節では液滴の噴射を蓄積した電荷を吐き出すことと考え、液滴ピーク部が噴射サイトであり、変化点での電圧で液滴が噴射されると仮定し実験結果と比較した。

Fig. 8 Surface charge distribution on drops at their turning points and gaps. $G = 0$, $H_2 = 100$, $D = 0$.

Fig. 9 The effect of a nozzle length H_2 on the aspect ratio. $G = 0$, $H_1 = 10$, $D = 0$.

図9にノズル長の液滴のアスペクト比に及ぼす効果を示す。ノズル長 50 と 100 では電場に対する液滴の形状変化に差は見られず、この範囲ではノズル長は形状変化に影響を及ぼさないことがわかる。

6・2 液滴形状 図10から12にギャップ長 $H_1 = 10$ 、ノズル長 $H_2 = 100$ での液滴形状変化を示す。液滴形状係数 D は各々 0, -0.58, -0.75 である。図10では初期に半球状 ($Ne^{1/2} = 0$, 実線) であった液滴が、電位の上昇に伴い、変化点 TP ($Ne^{1/2} = 1.59$, 破線) まで鉛直下方に引っ張られていることがわかる。液滴は変化点を越えた不安定領域でもさらに変形を続け、いわゆる Taylor-cone のような円錐形状に近づくことがわかる。

液滴体積が小さい (D が負) 場合、図11, 12 のような特異形状を示す。Harris ら⁽¹⁰⁾ にならい、それぞれ "Nipple," "Dog-bone" と呼ぶこととする。Nipple は円錐状と Dog-bone 形状の間の遷移的な状態で、狭い範囲の形状係数で表れる。

Fig. 10 Evolution of drop shapes with effective potential at $G = 0$, $H_1 = 10$, $H_2 = 100$, $D = 0$.

Fig. 11 Evolution of drop shapes with effective potential at $G = 0$, $H_1 = 10$, $H_2 = 100$, $D = -0.58$.

Fig. 12 Evolution of drop shapes with effective potential at $G = 0$, $H_1 = 10$, $H_2 = 100$, $D = -0.75$.

Fig. 13 Magnified image of electrostatic field and potential contour surrounding a drop. $G = 0$, $H_1 = 10$, $H_2 = 100$, $D = -0.75$, $Ne^{1/2} = 2.53$.

液滴形状は表面張力、圧力、静電気力に起因する力のつりあいによる。図 13 に図 12 で Dog-bone となる時 ($Ne^{1/2} = 2.46$) の液滴近傍の電界分布を示す。図に示したように、ノズル側面やノズル角部や液滴ピーク部が強い不平等電界分布になり、これが特異形状の原因と考えられる。

6.3 実験結果との比較 Cloupeau と Prunet-Foch は静電スプレーが多様な噴射モードを示すことを報告した⁽¹⁷⁾。図 10 の円錐形状は彼らの分類によるコーンジェットに、図 12 の Dog-bone 形状は複数位置から液滴が噴射するマルチジェットに似ている。動的な噴射モード類似の形状が静的安定性解析により求められたことから、静的な安定性変化を表す変化点と実験より求めた動的な噴射電圧との比較を試みた。

図 4 に示した装置で水道水を噴射した場合の噴射形態変化を図 14 に示す。既報⁽¹⁸⁾のように印加電圧に応じて、数 mm 程度の大きな液滴が噴射するモード 1、ノズル先端に Taylor Cone が形成されその先端から微小液滴が噴射するモード 2、ノズル径と同程度の液滴が噴射するモード 3 と変化した。モード 2 はさらにコーンジェット類似のモード 2-1 とマルチジェット類似のモード 2-2 に分類した。

図 15 に、形状係数 $D = 0.5, 0$ および Nipple における有次元化された変化点での電圧とギャップの関係を示す。円錐状となる $D = 0$ でのプロットは図 14 のモード 1 と 2-1 の境界に近く、この付近のモードでは表面張力、静電気力と圧力による力のつりあいによることを示唆している。一方モード 2-1 と 2-2 の境界と Nipple 位置とは相関がまったく見られない。この領域でのモード変化ではコロナ放電など今回含まない要因効果を考慮すべきかもしれない。

Fig. 14 Jetting diagram of electrostatic inkjet system. The air gap is between nozzle tip and plate electrode.

Fig. 15 Plot of turning points and gaps with several D s at $G = 0$, $H_2 = 50$. The data were converted to dimensional.

Dog-bone 形状の実際の撮影像はいまだ見られないことより、強制的に封止したノズル先端にジエチレングリコールを付与し可視化を試みた。図 16 に示したように、液滴中央部の形状は不明だが、電圧の印加により液滴が横方向に引き伸ばされ Dog-bone 類似の形状となることがわかる。ジエチレングリコールは粘性流体であり本モデルの有効性を議論することはできないが、静的な力のつりあいにより液滴が Dog-bone 状の形状を示すことができた。

Fig. 16 Electrostatic shape of DEG (diethylene glycol) with a capped metal nozzle. Gap(H_1)=0.5mm. Left figure: no voltage applied. Right figure: 1.8kV applied on the nozzle.

7. 結 語

本報告では静電場モデルによる針対平板電極系の液滴挙動の安定性解析を行い以下の結果を得た。

- 1) 不安定状態となる電圧はギャップと正の相関があるが、液滴形状はギャップに関わらず同等である。
- 2) ノズル長がある程度大きければノズル長は液滴形状に影響を及ぼさなくなる。
- 3) 形状係数の値により、液滴は"Nipple"や"Dog bone"形状を示す。このような特異形状は電界がノズル角部付近に集中することによって考えられる。
- 4) 静的安定性解析による安定状態と不安定状態の変化点を把握することにより、静電インクジェットの動的なモード1と2間の噴射状態変化を予測できる。

文 献

- (1) Webster Edward et al., INK JET PRINTING – Its Role in Word Processing and Future Printer Markets, (1980), DATEK of New England.
- (2) Le, Hue P., Progress and Trends in ink-jet Printing Technology. *J. Imaging Sci. Technol.*, Vol.42, No.1 (1998) pp.49-62.
- (3) J. W. S., On the instability of jet. *Proc. London Math Soc.*, Vol.10 (1878) pp.4-13.
- (4) Basaran, O. A., Electrohydrodynamics of Drops and Bubbles. Ph.D. Thesis, University of Minnesota (1984).
- (5) Murata, K., Super Fine Patterning by Using Inkjet Technology. *J. J. Inst. Electronic Packaging*, Vol.7, No.6 (2004) pp.487-490.
- (6) Yamagata, Y., Matsumoto, H., Fabrication Technology of Nanofiber by Electrospray Deposition. *High Polymers*, Japan, Vol. 52, No.11 (2003) pp.829-832.
- (7) Kawamoto, H., Electronic Circuit Printing, 3D printing and Film Formation Utilizing Electrostatic Inkjet Technology, *DF2007: Digital Fabrication Processes Conference*, Anchorage (2007) pp.961-964.
- (8) Taylor, G. I., Disintegration of water drops in an electric field. *Proc. R. Soc. London Ser. A*, vol.280 (1964) pp.383-395.
- (9) Basaran, O. A., and Scriven L. E., Axisymmetric shapes and stability of pendant and sessile drops in an electric field. *J. Colloid Interface Sci.*, Vol.140 (1990) pp.10-30.
- (10) Harris M. T., and Basaran, O. A., Capillary electrohydrostatics of conducting drops hanging from a nozzle in an electric field. *J. Colloid Interface Sci.*, Vol.161 (1993) pp.389-413.
- (11) Harris M. T., and Basaran, O. A., Equilibrium shapes and stability of nonconducting pendant drops surrounded by a conducting fluid in an electric field. *J. Colloid Interface Sci.*, Vol.170 (1995) pp.308-319.
- (12) Tsukada, T., Sato, M., Imaishi, N., Hozawa, M., and Fujinawa, K., Static drop formation in an electrostatic field. *J. Chem. Eng. Jpn.*, Vol.19, No.6 (1986) pp.537-542.
- (13) Kistler, S. F., The Fluid Mechanics of Curtain Coating and Related Viscous Free Surface Flows with Contact Lines, Ph.D. Thesis, University of Minnesota (1983).
- (14) Strang, G., and Fix, G. J., An analysis of the Finite Element Method, (1973), Prentice-Hall.
- (15) Abott, J. P., An efficient algorithm for the determination of certain bifurcation points. *J. Comput. Appl. Math.*, Vol.4 (1978) pp.19-27.
- (16) Joffre, G., Prunet-Foch, B., Berthomme, S., and Cloupeau, M., Deformation of liquid menisci under the action of an electric field. *J. Electrostat.*, Vol.13 (1982) pp.151-165.
- (17) Cloupeau, M., and Prunet-Foch, B., Electrostatic spraying of liquids: Main functioning modes. *J. Electrostat.*, Vol.25 (1990) pp.165-184.
- (18) Kawamoto, H., Umezu, S., and Koizumi, R., Fundamental investigation on electrostatic ink jet phenomena in pin-to-plate discharge system. *J. Imaging Sci. Technol.*, Vol.49, No.1 (2005) pp.19-27.