鉛直角管路内の層流片側冷却における非定常凝固特性*
(浮力の効果による速度分布の変化と凝固に与える影響)山本 洋民^{*1} 木村 繁男^{*2}, 木綿 隆弘^{*3}
小松 信義^{*3}, 小林 正弘^{*4}Time-Dependent Solidification of Water in
Laminar Forced Convection Flows Inside a Square Duct
(Transition of Velocity Profile and Influence of Buoyancy on Ice-Growth)Hirotami YAMAMOTO^{*5}, Shigeo KIMURA, Takahiro KIWATA,
Nobuyoshi KOMATSU and Masahiro KOBAYASHI^{*5} Mitsubishi Heavy Industries Environment Engineering Co., Ltd.,
12 Nishikicho, Naka-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 231-0812 Japan

Numerical and experimental studies on forced and mixed convection heat transfer and freezing for low Reynolds numbers in a vertical duct with asymmetric side-wall cooling at a subzero temperature have been conducted. Numerical results on the ice-layer thickness at steady state were compared with experimental measurements, and a qualitative agreement was observed. It is found that, after the cooling is initiated, a new velocity profile of the main stream, which is formed under the influence of buoyancy, develops in a short time. As the ice-layer grows thicker, however, the parabolic velocity profile is recovered again. The experimental measurements are also in fair agreement with the analytical predictions based on Graetz theory. However, in the experiment, the super cooling always takes place over the entire cooling surface, and it delays the ice formation significantly. The same super cooling was observed at high Reynolds numbers. Consequently, in the growth limit of solidification, the average thickness of ice-layer is found to be proportional to about $-1/3$ power of the Reynolds number.

Key Words: Solidification, Freezing, Convective Heat Transfer, Laminar Flow, Buoyancy, Natural Convection, Vertical Duct

1. 結 言

様々なプロセス配管内凍結または凝固閉塞による破損防止の問題, 反応容器や溶解炉における内壁面または溶融物流路の保護溶損防止の問題などに関連して, 凝固融解を伴う管路内層流熱伝達については, これまで数多くの研究が報告されている。

管路内での凝固に関する研究では, 円管の定常層流熱伝達について, Zerkle and Sunderland⁽¹⁾の先駆的研究があり, 智田⁽²⁾, 戸田と杉山⁽³⁾が放物線状速度分布の変化に着目し, 冷却領域入口付近での熱伝達増加を報告し, 平行平板間を対象に Zerkle and Lee⁽⁴⁾, Kikuchi 他⁽⁵⁾

や Weigand and Beer⁽⁶⁾が固液界面付近の増速と凝固層厚さの局所的減少を報告している。その後, 非定常特性に関しては, Weigand 他⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾が平行平板間において管閉塞に至る凝固相成長を非定常解析し閉塞発生条件を整理し, 千葉と泉⁽¹⁰⁾は円管の管閉塞条件を非定常解析している。また, Weigand and Henze⁽¹¹⁾は先細り円管ノズル内の凍結閉塞を非定常数値解析している。

垂直平行平板間での混合対流熱伝達に関する研究では, 木村他⁽¹²⁾が上昇流による対流消滅と断熱層形成を報告し, Weigand 他⁽¹³⁾は逆流領域の形成と凝固相厚さの局所変化を報告している。また, 密閉容器内での自然対流熱伝達による凝固特性について, 木村他⁽¹⁴⁾が周期的温度変化に対する固液界面応答を報告し, Scanlon and Stickland⁽¹⁵⁾は密度と粘性の温度変化まで考慮した数値解析を報告している。

一方, 高温融液の生成過程では, 炉内壁面に安定した凝固相を保持することが炉壁を保護する上で極めて

* 原稿受付 2008 年 12 月 19 日。

^{*1} 正員, 三菱重工環境エンジニアリング(株)(〒231-0812 横浜市中区錦町 12)。^{*2} 正員, フェロー, 金沢大学理工学域機械工学類(〒920-1192 金沢市角間町)。^{*3} 正員, 金沢大学理工学域機械工学類。^{*4} 金沢大学大学院自然科学研究科。

E-mail: hirotami.yamamoto@mjk.mhi.co.jp

重要な課題である。そのため、壁面冷却度合や液相平均流速の周期的変化などの外乱に対する固相厚さの追従性を把握し、その特性を解明することが装置設計あるいは制御設計上有効であるが、そのような流路での非定常凝固特性に関する報告はほとんどない。

本報告では、その基礎的研究として、鉛直配置した角管路内の層流で片面を急冷した直後の冷却開始端付近において、浮力の影響が無視できない低レイノルズ数領域に着目し、移動境界を考慮した二次元数値解と実験結果を比較検討し、流れ場、温度場の特徴的挙動と関連付けて非定常凝固特性を明らかにした。また、管内流定常熱伝達に関する Graetz 理論解を用いた近似解法の工学的有用性も検討した。

記 号

c	: 比熱 J/(kg・K)
f	: 固液界面位置(液相厚さ) m
F	: 無次元固液界面位置(液相厚さ)
k	: 熱伝導率 W/(m・K)
H	: 冷却面長さ m
L	: 潜熱 J/kg
Pr	: プラントル数 $=\nu/\alpha$
Re	: レイノルズ数 $=V_m W/\nu$
Ste	: ステファン数 $=(c\rho)_L(T_I - T_0)/(\rho_L L)$
t	: 時間 s
T	: 温度 °C
T_∞	: 主流温度 °C ($=T_I$)
u	: 水平方向速度成分 m/s
U	: 水平方向無次元速度
v	: 鉛直方向速度成分 m/s
V	: 鉛直方向無次元速度
V_m	: 冷却入口部の管内層流平均流速 m/s
W	: 流路幅 m
x, y	: 水平(軸直), 鉛直(管軸)方向座標 m
X, Y	: 無次元水平(軸直), 鉛直(管軸)方向座標
α	: 温度伝導率 m^2/s
δ	: 固相厚さ m
δ_m	: 平均固相厚さ m
θ	: 無次元温度
ρ	: 密度 kg/m^3
τ	: 無次元時間
ν	: 動粘度 m^2/s
ω	: 渦度 s^{-1}
Ω	: 無次元渦度
ψ	: 流れ関数 m^2/s
Ψ	: 無次元流れ関数

添 字

0	: 固液界面
C	: 冷却面
I	: 入口
L	: 液相
m	: 平均
S	: 固相

2. 問題の定式化

2・1 二次元数値解法 二次元計算モデルを図1に示す。幅 W の平行平板間を十分発達した層流が鉛直下降する途中に、温度 T_c 、高さ H の冷却面を片側(図中左側)に設け、そこから固相が成長する場合を考える。速度場は流量一定、温度場は冷却面温度一定の条件で、十分に発達した層流速度分布を入口条件として数値解析を行った。その際、相変化による体積変化を無視し、流体は非圧縮性ニュートン流体で、浮力項中の密度以外の物性値は温度に依存しない(Boussinesq 近似)ものとした。流れ関数と渦度を用いた無次元支配方程式は次のようになる。

Fig. 1 Physical model and coordinate system

液相

$$\Omega = -\nabla^2 \Psi$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial \tau} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + U \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + V \left\{ \frac{\partial \Omega}{\partial Y} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right\}$$

$$= \frac{1}{Re} \nabla^2 \Omega + \frac{1}{Re^2} \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \frac{gW^3}{\nu^2} \left(1 - \frac{\rho_m}{\rho} \right) \right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_L}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial \tau} \right) \frac{\partial \theta_L}{\partial \xi} + U \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial \theta_L}{\partial \xi} + V \left\{ \frac{\partial \theta_L}{\partial Y} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) \frac{\partial \theta_L}{\partial \xi} \right\}$$

$$= \frac{1}{Pr \cdot Re} \nabla^2 \theta_L \quad (2)$$

固相

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \tau} \right) \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} = \frac{\alpha_s}{\alpha_L} \frac{1}{Pr \cdot Re} \nabla^2 \theta_s \quad (3)$$

固液界面

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \tau} = \frac{Ste}{Pr \cdot Re} & \left\{ \left(\frac{k_s}{k_L} \frac{T_0 - T_C}{T_l - T_0} \right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial X} \right) \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} - \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial \theta_L}{\partial \xi} \right\} \\ & \times \left[1 + \left(\frac{\partial F}{\partial Y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4)$$

上式の無次元量は次のように定義した。

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{\psi}{V_m W}, \Omega = \frac{\omega W}{V_m}, \theta_L = \frac{T_L - T_0}{T_l - T_0}, \theta_s = \frac{T_s - T_0}{T_0 - T_C} \\ (X, Y) &= \left(\frac{x, y}{W} \right), F = \frac{f}{W}, \tau = \frac{V_m t}{W}, Ste = \frac{(c\rho)_L (T_l - T_0)}{\rho_L L} \\ Re &= \frac{V_m W}{\nu}, Pr = \frac{\nu}{\alpha} \\ \xi &= \frac{X}{F}, \eta = \frac{X - F}{1 - F} \end{aligned} \quad (5)$$

また、境界条件は次のようにした。

$$\begin{aligned} \xi = 0: \Psi &= 0, \frac{\partial \theta_L}{\partial X} = 0, \Omega = - \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \\ \xi = 1: \Psi &= 0, \theta_L = 0, \Omega = - \left[1 + \left(\frac{\partial F}{\partial Y} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \\ \eta = 0: \theta_s &= 0 \\ \eta = 1: \theta_s &= -1 \\ Y = 0: \Psi &= -3\xi^2 + 2\xi^3 + 1, \Omega = \frac{6(1-2\xi)}{F_l} \\ Y = \frac{H}{W}: \frac{\partial \theta_L}{\partial Y} &= \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} = \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

固液界面の移動は、境界固定法⁽¹⁷⁾を用いて座標変換することで対応したので、初期条件として、 $\tau=0$ で流路幅 $W=26\text{mm}$ の2%の固相を設定した。液相内温度分布は一樣に T_l である。側面の境界条件は一側面（図中左側）を T_C で一樣冷却とし、他側面は断熱としている。浮力項の密度は次式で表す。 $(0^\circ\text{C} \leq T \leq 20^\circ\text{C})$ ⁽¹⁶⁾

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 (1 + aT + bT^2 + cT^3 + dT^4)^{-1} \\ \rho_0 &= 999.8396 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} a &= -0.678964520 \times 10^{-4} \\ b &= 0.907294338 \times 10^{-5} \\ c &= -0.964568125 \times 10^{-7} \\ d &= 0.873702983 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

また、解法としては、流れ関数-渦度法を用い、液相内の温度分布、渦度、流れ関数、固相内温度分布を求め、その後熱平衡式により固液界面位置を求めると

いうことを繰り返した。式(1)~(4)の離散化については、空間の差分近似に二次精度中心差分、時間の差分近似に Clank-Nicolson 法を用いた。

2.2 近似解法

数値解や実験結果と Graetz 理論解を準定常的に適用した近似解を比較し、簡便に凝固層の二次元形状を計算する上での有用性を検討した。近似解は、軸方向の熱伝達を無視できる一方向性凝固問題化し、熱平衡の式は Stefan 問題の応用として液相からの対流熱伝達項を挿入した式(8)を用いた。式(8)の熱伝達率 h には Graetz 理論解を適用した局所熱伝達率を用いた。

$$\rho_s L \frac{d\delta}{dt} + h(T_\infty - T_0) = k_s \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\delta} \quad (8)$$

この式を個別の鉛直方向位置 $y = y_i$ について解き、局所固相厚さ $\delta(t, y_i)$ を求めた。右辺を準定常解で近似すれば、式(8)は時間 t についての一次の常微分方程式であり、容易に数値解を求めることができる。ここで、固液界面での局所熱伝達率 h は流下方向位置 y と時間 t の関数として与えられる。一般に温度境界層は y の増加と共に発達するから、 t を固定して y を増加させると h は減少することになる。このため固相厚さも流下方向に増加することが直ちに理解できる。また、 y を固定して時間 t を大きくすると、固相の発達により流路が狭まり、平均流速が大きくなる。このため対流熱伝達率 h は次第に大きくなり、最終的には固相側の熱伝導（式(8)右辺）と対流熱伝達（式(8)の左辺第二項）がバランスし、固相の成長が停止する（式(8)の左辺第一項が0となる）こともわかる。ただし、熱伝達率 h に自然対流の効果や粘性の温度変化は考慮していない。

3. 実験装置及び方法

3.1 実験装置

実験装置の全体構成を図2に示す。実験装置は試験領域と助走区間、上下水槽、循環ポンプ、恒温冷却装置、データ処理装置等で構成されている。図3に試験領域の詳細を示す。試験領域は内部寸法が幅26mm×高さ440mm×奥行き96mmの角管である。壁面には厚さ15mmの亚克力板を用い、冷却用壁面（図中左側）には幅96mm×高さ150mm×厚さ10mmの銅板を取り付けてある。恒温冷却装置を介して循環しているエチレングリコール水溶液の温度を調節することにより銅板を任意の温度に保持できる。冷却面と流路内部に熱電対を設置し温度を記録する。

供試流体は蒸留水とし、貯水槽からポンプで上部水槽に揚水し、恒温冷却装置を用いて温度を一定に保持しながら循環させる。強制流の流量は、試験領域の下流に設定した渦式流量計とバルブで任意の流速に設定できる。

3・2 実験方法 供試流体の蒸留水が、上部水槽で安定して $T=10^{\circ}\text{C}$ になるまで十分な時間循環させる。その間、もうひとつの恒温冷却装置により、エチレングリコール水溶液を銅板の冷却温度である -10°C 以下になるまで十分冷却する。助走区間で十分発達した管内層流の平均流速を $V_m=0.005\sim 0.05\text{m/sec}$ に調整し、 $Re=87\sim 875$ に設定する。実験は、冷却面銅板につながるバルブを切り替えて、冷却したエチレングリコール水溶液を冷却銅板へ送出して開始する。固相成長を側面からデジタルカメラで撮影し、その写真から固相厚さを計測した。また、助走区間で十分発達した層流速度分布が、数値解析の入口条件とした温度一様の放物線状速度分布に一致していることを確認した。

Fig. 2 Experimental apparatus

Fig. 3 Detail of test section

4. 結果及び考察

4・1 固相成長限界と浮力の影響 主流レイノルズ数と固相成長限界（最大固相厚さの軸方向平均値）との関係を図4に示す。

数値解による固相成長限界はほぼレイノルズ数の $-1/3$ 乗に比例する。高レイノルズ数の場合と同様に、軸方向固相厚さ分布が Graetz 理論を適用した場合の近似解と相似となる関係があるためと考えられる。なお、PIV 計測（粒子画像流速測定）によると、極低流速では実験装置の管路出口形状が、上流の測定部流速分布に影響を与える様子が見られた。このため、レイノルズ数 $Re=87$ の場合は 2 次元ポアズイユ流れの条件が厳密には満たされていない。

図中に液相密度を温度 5°C の値に固定し、密度の温度変化をなくした場合の数値解を破線で示すが、 $Re \leq 175$ の場合には固相厚さ $\delta_m/W \approx 0.02$ 程度の差異を発現する。これは低レイノルズ数では主流速の低下で浮力による自然対流の影響が相対的に増加するためである。

一方、 $Re=175$ の数値解と近似解を比較すると、平均固相厚さの差異は $Re=700$ の場合の差異 $\delta_m/W \approx 0.07$ よりも小さく $\delta_m/W \approx 0.02$ となる。この差異は、主流に対する固液界面の傾斜によって温度境界層の発達が抑制され、固液間熱伝達率が増加したことによるものであり、低レイノルズ数では流速の低下によりその効果が小さくなったものと考えられる。

Fig. 4 Comparison of average maximum thickness of ice-layer among experimental, numerical and analytical results at different Re numbers

Fig.5 Influence of buoyancy on ice-layer developments at 2, 4, 10 and 90 minutes respectively (Numerical results at $Re=175$)

図5に数値解における軸方向固相厚さ分布の浮力作用有無による差異を経過時間毎に示す。液相密度を温度 5°C の値に固定した場合を浮力作用がない場合とした。冷却開始2分後には軸方向全域で固相厚さに差異はほとんどないが、4分後には $\delta/W \approx 0.01$ 程度の差異を発生し、10分後にはそれが $\delta/W \approx 0.02$ に増大する。しかし、固相成長が定常状態に到達する90分後の差異は10分後とほぼ同等の $\delta/W \approx 0.02$ である。このことから、数値解における自然対流の固相成長に対する影響は、冷却開始10分以内の早い段階に、軸方向全域で発生する速度場、温度場の変化に関連すると考えられる。

4.2 低レイノルズ数における固相成長過程 冷却開始から固相成長が停止し定常状態となるまでの経過時間(固相成長時間)の軸方向分布について、 $Re=175$ の場合の実験結果と近似解、数値解を比較して図6に示す。測定部側面からの写真撮影による固相厚さの読取り限界が 0.5 mm 程度であるため、僅差で定常状態到達を判断するのに時間的前後差を生じ実験値のばらつきとなる。また、図7に同時間内における最大固相厚さの軸方向分布を示す。固相成長停止は、固相厚さの10分間平均増加率が1%以下に低下した時と定義した。

固相成長時間では、高レイノルズ数(例えば $Re=700$) の場合と同様に、実験結果と数値解は前後端を除いて管軸方向全域でほぼ同時に成長が停止する傾向を示し、平均的に数値解で50分前後、実験結果で70分前後と

20分程度の差異がある。これは、過冷却に伴う固相成長の時間遅れが影響していると考えられる。

$Re=175$ の場合の最大固相厚さは軸方向に平均して $\delta/W \approx 0.03$ 程度実験結果が薄くなり、その値は後端付近 $y/W \approx 4.5$ で $\delta/W \approx 0.35$ に留まる。浮力が作用しない場合の数値解と実験結果の差異はこれより小さくなっている。また、実験では出口における軸方向断熱の境界条件が満足されないため、 $y/W \geq 4.5$ の後端付近で固相厚さが減少している。

次に、軸方向平均固相厚さ δ_m/W の時間変化を、実験結果、数値解及び近似解を重ねて図8に示す。冷却開始10分以降、定常状態に至るまで、実験結果は終始平均固相厚さ $\delta_m/W \approx 0.06$ の乖離をもって近似解と酷似した固相増加傾向を示す。このように実験結果が近似解に酷似することは、低レイノルズ数でも、高レイノルズ数の場合と同様に、主流の速度分布が放物線状を保持し、固液間熱伝達率の軸方向分布と時間変化が、Graetz 理論を適用した場合と相似になる関係があるためと考えられる。

数値解と実験結果の比較では、冷却開始10分後の早い段階で $\delta_m/W \approx 0.12$ の差異を発生し、90分経過後で $\delta_m/W \approx 0.07$ に差異が縮減する。この傾向は数値解の浮力作用有無による固相成長への影響が、冷却開始10分以内の早い段階で発生することと時間的にはほぼ一致する。

Fig. 6 Time required to reach steady state at different vertical positions ($Re=175$)

Fig. 7 Comparison of local ice-layer thickness at steady state among experimental, numerical and analytical results ($Re=175$)

Fig. 8 Comparison of growing average ice-layer thickness among experimental, numerical and analytical results ($Re=175$)

4.3 放物線状速度分布の崩壊と再形成 浮力が速度分布に及ぼす影響と固相成長との関係を検討する。図9に冷却開始2分後、4分後と10分後の軸方向各位

(b) 4 minutes

(c) 10 minutes

Fig. 9 Axial velocity distributions at six different vertical positions for different elapsed times ($Re=175$)

置における流路幅方向の液相内速度分布を示す。また、図10に、軸方向各位置における流路幅方向の液相内温度分布を同様の経過時間毎に示す。

(a) 2 minutes

(a) 2 minutes

Fig. 10 Horizontal temperature distributions in liquid at six different vertical positions for different elapsed times ($Re=175$)

冷却開始直後に放物線状速度分布は崩壊し、冷却開始2分後には図9(a)のような冷却面近傍に大きな速度低下を伴う新たな速度分布と、図10(a)のような軸方向に急速に厚くなる温度境界層を形成するため、この直後から固相が急成長すると考えられる。両図の対比から、この速度低下は液相温度0~4℃の密度逆転層で作用する浮力による影響であることが確認できる。その後、4分経過前後には、図9(b)のように固相成長とともに主流が加速するため、浮力の影響が低下し、図10(b)のように温度境界層は薄くなり熱伝達率の増加とともに固相成長速度は低下する。10分経過後に図9(c)のように放物線状の速度分布が再形成されると、図10(c)のような温度分布となり、Graetz理論による近似解に酷似した固液間熱伝達率分布になり固相成長は継続し、やがて定常状態に達する。このように低レイノルズ数では、放物線状速度分布の崩壊から再形成

の間に短時間ではあるが、浮力の影響が大きく固相成長に関係すると考えられる。

ところで、本報告の二次元数値解法では、浮力項中の密度以外の物性値は温度に依存しない(Boussinesq近似)条件としている。しかし、粘性の温度変化を考慮した場合、冷却開始4分経過前後の過冷却状態が崩壊した時に、冷却面近傍で大きな速度低下を引き起こす浮力による自然対流の影響を、液相の粘度上昇が打消すよう作用する可能性を否定できない。

この自然対流の影響は、短時間であるため固相厚さの増減に大きな影響を及ぼさないが、数値解と実験結果の差異については粘性の温度変化を考慮しないと正確な判断はできないと考えられる。

4.4 固相成長時間と過冷却の影響 図11に $Re=175$ における銅板冷却面内及び近傍の温度変化の計測結果を示す。冷却開始4分前後、冷却面全域でほぼ同時に過冷却崩壊からの熱放出と考えられる一時的な温度上昇が現れ、冷却面全体に白色の凍結面が瞬間的に広がるのを観察した。その後、冷却開始10分後には、固相厚さ $\delta/W \approx 0.15$ ($y/W \geq 3.0$) に急成長する。この成長速度は $Re=700$ の場合の10分後固相厚さ $\delta/W \approx 0.14$ ($y/W \geq 3.0$) とほぼ同等となる。

$87 \leq Re \leq 875$ の範囲内では、他レイノルズ数における実験結果でも冷却開始5~7分後に過冷却に伴う潜熱放出と考えられる温度変化が見られ、10分後の固相厚さは $0.14 \leq \delta/W \leq 0.16$ ($y/W \geq 3.0$) となる。過冷却崩壊に伴う固相成長の遅延と初期固相成長の挙動にはレイノルズ数による影響はなく常に約20分程度の時間遅れが観測される。

主流レイノルズ数と固相成長時間(定常状態に到達する時間)との関係を図12に示す。

固相成長時間でも数値解はほぼレイノルズ数の-1/3乗に比例する。 $Re=175$ では約50分後に、 $Re=875$ では約30分後に定常状態となる。実験結果では、数値解による固相成長時間に、過冷却に伴う時間遅れおよび $y=0$, H における熱伝導の影響により約20分が加算されたものと思われる。近似解も数値解、実験結果と同様に概ねレイノルズ数の-1/3乗に比例する。

本報告の二次元数値解の結果は、この過冷却に伴う固相成長時間の遅延を考慮することで、自然対流の影響を伴う低レイノルズ数範囲に対しても、速度場、温度場と固相厚さが相互干渉する非定常凝固過程について、軸方向固相厚さ分布が10~20%の精度で実験結果と一致する。

Fig. 11 Temperature history recorded by thermocouples after the cooling is initiated ($Re=175$)

Fig. 12 Time to reach steady state obtained from experimental, numerical and analytical results for different Re numbers

5. 結 論

鉛直配置した角管路内の層流について、片面を急冷した直後の冷却開始端付近で、固相成長（固液界面移動）と流れ場、温度場が相互干渉する非定常凝固特性を、特に、浮力の影響を無視できない低レイノルズ数領域に着目して検討を行った。本報告では、二次元数値解析解と Graetz 理論解を準定常的に適用した近似解を実験結果と比較検討し、以下の結論を得た。

(1) 浮力の影響を伴う低レイノルズ数領域において、移動境界を考慮した二次元数値解の結果は、定常状態での軸方向固相厚さ分布に関して 10~20%の精度で実験結果と一致する。

(2) 低レイノルズ数では、冷却開始初期に、自然対流の作用によって放物線状速度分布と異なる速度分布が形成され固相成長を一時的に促進させるが、短時間のため固相成長全体に大きな影響を与えない。その後固相成長とともに主流が増速すると放物線状速度分布が再形成され、軸方向固相厚さ分布は Graetz 理論を準定常的に適用した近似解の分布と相似となる。

(3) 本実験条件における平均の固相成長限界厚さ（定常状態と考えられる時点での固相厚さの平均値）は、ほぼレイノルズ数の-1/3 乗に比例する。高レイノルズ数では、固相厚さ増加に伴う主流の増速と、主流に対する固液界面の傾斜が影響し温度境界層の発達を抑制する特徴があるが、低レイノルズ数ではその効果は小さい。

(4) 本実験条件での固相成長限界厚さに到達する時間（固相成長時間）も、ほぼレイノルズ数の-1/3 乗に比例する。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、数値計算と実験の両面で貴重な御助言を数多く頂いた技術職員の倉谷知宏氏、卒業論文及び修士論文として本研究に協力してくれた石田和也氏、日高慎吾氏に謝意を表する。

文 献

- (1) Zerkle, R.D. and Sunderland, J.E., The Effect of Liquid Solidification in a Tube Upon Laminar-Flow Heat Transfer and Pressure Drop, *Journal of Heat Transfer*, 90 (1968), pp. 183-190.
- (2) Chida, K., Laminar Flow Heat Transfer in a Tube with Internal Solidification (in Japanese), *Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers*, 49-438, B (1983), pp. 433-438.
- (3) Toda, S. and Sugiyama, K., Laminar Flow Heat Transfer in a Tube with Internal Solidification (in Japanese), *Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers*, 51-470, B (1985), pp. 3411-3420.
- (4) Lee, D.G. and Zerkle, R.D., The Effect of Liquid Solidification in a Parallel Plate Channel Upon Laminar-Flow Heat Transfer and Pressure Drop, *Journal of Heat Transfer*, 91 (1969), pp. 583-585.
- (5) Kikuchi, Y., Shigemasa, Y., Oe, A. and Ogata, T., Steady-State Freezing of Liquids in Laminar Flow between Two Parallel Plates, *Journal of Nuclear Science and Technology*, 23 (1986), pp. 43-55.
- (6) Weigand, B. and Beer, H., Heat transfer and solidification of a laminar liquid flow in a cooled parallel plate channel: The stationary case, *Wärme und Stoffübertragung*, 26 (1991), pp. 233-240.
- (7) Weigand, B. and Beer, H., Transient freezing of liquids in forced laminar flow inside a parallel plate channel., *Wärme und Stoffübertragung*, 27 (1992), pp. 77-84.

- (8) Weigand,B. and Höhn,W. and Beer,H., A Perturbation Analysis of Transient Freezing in Laminar Liquid Flow in a Cooled Two-Dimensional Channel, *Journal of Heat Transfer*, 115 (1993), pp. 294-301.
- (9) Weigand,B. and Russ,G., The freeze shut of convectively cooled parallel plate channel subjected to laminar liquid flow, *Wärme und Stoffübertragung*, 28 (1993), pp. 17-25.
- (10) Chiba,R. and Izumi,M., A Numerical Analysis on Freezing Behavior of Flowing Water inside a Pipe Cooled from Surroundings(in Japanese), *Trans. of the Japan Society of Refrigerating and Air Conditioning Engineers*, 23-1 (2006), pp. 25-32
- (11) Weigand,B. and Henze,M., The time dependent growth of a solid crust and the freeze-shut inside a cooled cylindrical nozzle subjected to laminar internal liquid flow, *Heat and Mass Transfer*, 40(2004), pp.347-354.
- (12) Kimura,S., Emanuel,D., Okajima,A., Kiwata,T. and Mizushima,M., Mixed Convection Heat Transfer in a Vertical Duct with Different Side-Wall Temperatures (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.68, No.665(2002), pp.169-174.
- (13) Weigand,B., Neuman,O. and Strohmayer,T., Combined free and forced convection flow in a cooled vertical duct with internal solidification, *Heat and Mass Transfer*, 30(1995), pp.349-359
- (14) Kimura,S., Okajima,A., Kiwata,T. and Nakamura,T., Characteristics of Solidification and Melt in the Water Tank Cooled from the Top (Response of Ice-Layer Growth due to Time-Varying Cooling Temperature) (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.67, No.663 (2001), pp.2762-2767.
- (15) Scanlon,T.J. and Stickland,M.T., A numerical analysis of buoyancy-driven melting and freezing, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(2004), pp.429-436.
- (16) Fujii, T., Fujii, M., About Grashof Number (Second Report) In the Case of Free Convection of the Water nearby 4 degrees Celsius (in Japanese), *Proceedings of the 11th Japan Heat Transfer Symposium*, C101 (1974), pp.369-372.
- (17) J.L.Duda, Michael,F.Malone, and Robert,H.Notter, Analysis of Two-Dimensional Diffusion-Controlled Moving Boundary Problems, *International Journal of Heat Mass Transfer*, 18(1975), pp.901-910.