ALE手法を用いた運動する車両周りの非圧縮性LES解析*

(第1報, 基本的な流れ場における離散化手法の比較検討)

稲垣 昌英^{*1}, 佐藤 範和^{*1}

LES Analysis of Incompressible Flows around an Automobile in Motion Using ALE Method

(1st Report, Comparative Study on Discretization Methods with Moving and Transformed Grids in Basic Flows)

Masahide INAGAKI^{*2} and Norikazu SATO

^{*2} Toyota Central R & D Labs., Inc.,
Nagakute-cho, Aichi-gun, Aichi, 480-1192 Japan

Our objective is to perform Large Eddy Simulation (LES) of incompressible flows around an automobile with motion using arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) method without decrease in accuracy. For LES of incompressible flows, the discretization method that conserves not only the mass and momentum but also the kinetic energy is preferable, because such conservation properties enable us to conduct computations without any numerical viscosity. We consider a discretization method as a suitable one to LES using ALE method, which is based on colocated grids, and Crank-Nicolson method is employed for the time advancement. Although it does not fully conserve the kinetic energy discretely, the error is estimated $O(\Delta t^2)$, which is expected to be insignificant. On the other hand, we also constructed a fully conservative method of kinetic energy on colocated grids, following the quadratic conservative schemes proposed by Morinishi. Moreover, it is clarified that the conservation properties of the other conventional methods are inferior to the two methods mentioned above. The methods are examined in uniform flow and channel flow calculations with moving and transformed grids. The computational results reveal that both two methods mentioned above give similar results. In addition, the obtained results are better than those with other conventional methods, where the conservation properties somewhat worsen by using Adams-Bashforth method for the time advancement or using the convection velocity vector that does not fully satisfy the divergence-free condition. The present two methods are expected to make it possible to perform LES using ALE method without any numerical viscosity.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Moving Boundary Problem, Large Eddy Simulation, ALE Method, Colocated Grids, Conservation Property, Plane Channel Flow

1. 緒 言

近年, 乗用車の空力特性に関するCFD予測は, 設計段階で頻繁に利用されるようになった。またLES (Large Eddy Simulation) による非定常解析も, その予測精度の高さから利用されるケースが徐々に増加している。また, LESは原理的に非定常現象の予測が可能であるため騒音解析に対して特に有効であり, 風切音⁽¹⁾やウィンドスロップ現象の解析⁽²⁾でも利用されている。

一方, 従来の空力解析は, 定常走行状態に対する解析が殆どであった。すなわち, 乗用車が平坦な地面上を地面に対して平行に一定速度で移動する状態である。しかしながら, 実際の走行状態はこのような理想的な状態ばかりではない。例えば周囲の風の向きや速さに変化するだけでも, 定常走行状態とは異なる過渡的な流れ現象が生じる。さらに, 路面の段差を乗り越えた場合や車線変更時にステアリングをきった場合などは, 車両と地面やタイヤの相対的な位置と相対速度が変化するとともに, 車体構造 (サスペンションやタイヤなど) が変形し, さらに流れと連成する影響も考えられ, 定常走行時とは異なる複雑な流れ現象が生じていると

* 原稿受付 2009年10月2日。

^{*1} 正員, (株)豊田中央研究所(〒480-1192 愛知県愛知郡長久手町)。

E-mail: masa-inagaki@mosk.tytlabs.co.jp

考えられる。

そこで、乗用車の操縦安定性を向上するために、そのような過渡的な走行状態に対する CFD 解析のニーズが高まっている。本研究では、このような解析を高精度に実現するため、非圧縮性 LES 解析において ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 手法を用いることを検討する。ALE 手法に関しては、これまでに特に GCL (Geometric Conservation Law, 幾何学的保存則) を中心に数多くの研究 (例えば Tamura & Fujii⁽³⁾ など) が行われ、ほぼ確立した技術といえる。しかし一方で、非圧縮性 LES の研究で議論されてきた離散化式のレベルでの質量、運動量、および運動エネルギーの保存性という観点からの議論は少ない。LES では、計算精度の点から数値粘性なしで計算することが望ましく、そのためには質量と運動量、さらに運動エネルギーの保存性も優れた離散化スキームを用いることが好ましい。

本研究では、非圧縮性 LES 解析において ALE 手法を用いた場合の上記物理量の保存性について検討し、一様流問題とチャネル乱流場において保存性の低い離散化スキームを用いた場合の問題点を明らかにする。また、近年森西⁽⁴⁾により提案された圧縮性流れに対する自乗量保存型スキームを、ALE 座標系での非圧縮性流れ解析において実用的に利用するための離散化式を構成し、その有効性もあわせて評価する。

2. ALE 座標系での保存則

2.1 非圧縮性流れの基礎方程式 ALE 座標系での非圧縮性流れの連続の式および Navier-Stokes 方程式は、保存形で記述すると次のように表される。

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_j} (JU_j) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (Ju_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_j} \{ (JU_j - JV_j) u_i \} \\ = - \frac{\partial (J\alpha_{ij}) p}{\partial \xi_j} + \frac{\partial}{\partial \xi_j} \{ (J\alpha_{mj}) \tau_{im} \} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、

$$\tau_{ij} = \left(\frac{1}{Re} + \nu_t \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial \xi_k} \alpha_{jk} + \frac{\partial u_j}{\partial \xi_k} \alpha_{ik} \right) \quad (3)$$

$$J = \frac{1}{|\alpha_{ji}|}, \quad \alpha_{ij} = \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \quad (4)$$

$$JU_i = (J\alpha_{ji}) u_j, \quad JV_i = (J\alpha_{ji}) v_j \quad (5)$$

であり、 u_j は流速ベクトル、 v_j は格子の移動速度ベクトルである。LES での利用を考慮し、 ν_t で表現される SGS 乱流粘性を導入している。

2.2 運動エネルギー保存則 式 (2) において粘性項を省略した場合、運動エネルギー保存則は ALE 座標系において次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial (Ju_k^2/2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_j} \{ (JU_j - JV_j) u_k^2/2 \} \\ = - \frac{\partial (JU_j) p}{\partial \xi_j} \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) は、式 (2) に速度ベクトル u_k を乗じ、式 (1) および次の GCL 条件

$$\frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial JV_j}{\partial \xi_j} \quad (7)$$

を用いて解析的に導出でき、非圧縮非粘性の条件の下で満足されるべき保存則である。

しかしながら、数値計算において式 (1), (2) および GCL 条件を個々に離散化して解く場合、この保存則が満足される保証はない。運動エネルギーが保存されない場合、運動エネルギーが徐々に増加して計算が発散する、あるいは計算が不安定になり非物理的な変動を生じることが考えられる。通常の流体解析では、数値粘性 (風上法) を導入して運動エネルギーを散逸することにより計算の安定化を図るため大きな問題にならないが、LES における数値粘性の利用は計算精度を大きく低下させる原因となり得る⁽¹⁾⁽⁵⁾ため、その利用は極力避けるべきであり、数値粘性なしでも安定な計算を可能とするために、離散化式のレベルで運動エネルギー保存則もできる限り満足することが望まれる。

3. 保存形表現に基づく離散化

3.1 離散化式 空間の離散化には、複雑形状への適用も可能となるようにコロケーション格子法の利用を前提とする。基本変数 u_i, p をセル中心で定義し (図 1), セル界面で質量流束 $JU_j = (JU1, JU2, JU3)$ を別途定義する。また ALE 手法で現われる格子移動速度ベクトル $JV_j = (JV1, JV2, JV3)$ は JU_j と同じ

Fig. 1 The variables arrangement on collocated grids

ようにセル界面で定義する。また、複雑形状に対する実用解析を念頭に置き、離散化は 2 次精度とする。一方、これまでの GCL に関する議論⁽³⁾⁽⁶⁾に従うと、時間積分には Crank-Nicolson 法が適していると考えられる。式 (1), (2), (7) にそのような離散化を施すと、次のようになる (粘性項は簡略表示)。

$$\frac{\delta}{\delta \xi_j} (JU_j^{n+1}) = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{J^{n+1}u_i^{n+1} - J^n u_i^n}{\Delta t} \\ & + \frac{\delta}{\delta \xi_j} \left\{ \left(\frac{JU_j^n + JU_j^{n+1}}{2} - JV_j^{n+1/2} \right) \frac{u_i^n + u_i^{n+1}}{2} \right\} \\ & = -\frac{\delta}{\delta \xi_j} \left(J\alpha_{ij}^{n+1/2} p^{n+1/2} \right) + (VIS.) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{J^{n+1} - J^n}{\Delta t} = \frac{\delta JV_j^{n+1/2}}{\delta \xi_j} \quad (10)$$

ここで、 $\delta/\delta \xi_j$ はコントロール・ボリュームに基づいた 2 次中心差分による離散化を意味する。また、式 (9) の対流項は厳密には Crank-Nicolson 法ではなく陰的中点則による離散化となっているが、本研究では後述する運動エネルギーの保存性の観点からこのように離散化する。 JV_j は時刻 $n+1/2$ で定義し、計算格子の座標は時刻 $n, n+1$ で与えられるものとする。

3.2 保存特性 式 (8), (9) が離散化式のレベルでも、連続条件および運動量保存則を満足することは明らかである。ただし、 u_i は静止座標系におけるコロケーション格子と同様に、連続条件を満足しない。その誤差は通常の 2 次精度コロケーション格子では $O(\Delta t, \Delta x^2)$ 、改良型コロケーション格子⁽⁷⁾では $O(\Delta t, \Delta x^4)$ である。

運動エネルギーの保存特性を考える。離散化式 (9) において粘性項を除き、速度ベクトル $(u_k^n + u_k^{n+1})/2$ を乗じ、さらに全方向周期条件を仮定して全格子セル (セル数 $nmax$) で総和をとると、

$$\text{時間項: } \sum_{n=1}^{nmax} \left\{ \frac{\delta (Ju_k^2/2)}{\delta t} + \frac{u^n u^{n+1}}{2} \frac{J^{n+1} - J^n}{\Delta t} \right\} \quad (11)$$

$$\text{対流項: } \sum_{n=1}^{nmax} \left\{ \frac{(u_k^n + u_k^{n+1})^2}{8} \frac{J^{n+1} - J^n}{\Delta t} \right\} \quad (12)$$

となる。一方、右辺の圧力項は、コロケーション格子では u_i は厳密には連続条件を満たさないため、零とはならない。その大きさは前述した u_i の連続条件に対する誤差のオーダーであり、離散化式レベルでの誤差を生じる。しかしこの誤差は、通常の静止したコロケーション格子においても同様に生じるものであり、

ALE 法に由来するものではないため、実際の計算では大きな問題にはならないと期待できる。

したがって、運動エネルギーの保存に対する離散化式レベルでの主要な誤差は、式 (11), (12) より、

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{nmax} \frac{\delta (Ju_k^2/2)}{\delta t} \\ & = \sum_{n=1}^{nmax} \frac{1}{\Delta t} \frac{(u_k^{n+1} - u_k^n)^2}{8} (J^{n+1} - J^n) \\ & \approx \sum_{n=1}^{nmax} \frac{\Delta t^2}{8} \left(\frac{\partial u_k}{\partial t} \right)^2 \frac{\partial J}{\partial t} \end{aligned} \quad (13)$$

となる。つまり、全計算領域における運動エネルギーの総和は単位時間あたりに式 (13) だけ変化し、完全には保存されない。ただし、格子セル体積の時間変化率に比例するため、体積変化がなければ誤差は生じない。また、時間に関して 2 次のオーダーであり、本研究で想定する解析対象では格子セルの体積変化が比較的小さいことも考慮すると、その影響は小さいことが期待できる。

一方、例えばピストンの上下運動に伴って解析領域の体積が時間的に大きく変化し、それに伴い格子セルの体積も大きく変化する場合などには、この誤差項の影響が顕在化する可能性が考えられる。その場合、格子セルの体積が増加する条件で運動エネルギーが増加し、体積が減少する条件で運動エネルギーは減少することから、発散を抑えるという意味では格子セルの体積が増加する条件で何らかの数値粘性を導入する必要があるかもしれない。

3.3 運動エネルギーを完全保存する離散化式 近年、森西⁽⁴⁾は圧縮性流れにおいて自乗量を完全保存するスキームを提案するとともに、非圧縮性流れにおける ALE 座標系への拡張⁽⁸⁾も行っている。しかし、直交スタガード格子に対するものであり、また圧縮性流れに対するスキームをベースに拡張しているため、格子移動に関して時間方向に 1/2 時刻ずらした配置となっており、時間および空間方向の平均操作が頻繁に現れ、使いづらい。

そこで、本研究で扱う非圧縮性流れとコロケーション格子の利用を前提とし、格子移動に関する定義も前述した本報のものと同一とした上で、森西の手法の本質といえる部分のみを導入すると、複雑な平均操作を用いずとも運動エネルギーを完全に保存する離散化式

が次のように構成できる.

$$\frac{J^{n+1}u_i^{n+1} - J^n u_i^n}{\Delta t} + \frac{\delta}{\delta \xi_j} \left\{ \left(\frac{JU_j^n + JU_j^{n+1}}{2} - JV_j^{n+1/2} \right) \hat{u}_i \right\} = -\frac{\delta}{\delta \xi_j} \left(J\alpha_{ij}^{n+1/2} p^{n+1/2} \right) + (VIS.) \quad (14)$$

$$\hat{u}_i = \frac{\sqrt{J^{n+1}}u_i^{n+1} + \sqrt{J^n}u_i^n}{\sqrt{J^{n+1}} + \sqrt{J^n}} \quad (15)$$

式 (8), (10) はそのままであり, 式 (9) を式 (14) に置き換えるだけである. 式 (14) に $\hat{u}_k$ を乗じることにより, 運動エネルギーを保存することがわかる. ただし, 圧力項の部分で運動エネルギーを保存しないが, これは静止格子の場合でも同様である. 式 (9) と式 (14) を比較すると, 対流項中の u_i の時間方向の平均操作が, ヤコビアン J の $1/2$ 乗の重み付け平均に変更するだけの違いであることがわかる.

4. 従来手法との比較

非圧縮性解析に対する ALE 手法の研究としては, 濱口・松野⁽⁹⁾, 泉ら⁽¹⁰⁾, 中塚ら⁽¹¹⁾が挙げられる. 濱口・松野⁽⁹⁾は, 圧縮性解析手法の直接的な拡張として, 擬似圧縮性法を用いている. 一方, 泉ら⁽¹⁰⁾や中塚ら⁽¹¹⁾は, 非保存形で表現した非圧縮性方程式の対流速度に対して, 格子の移動速度を加えた方程式を基礎方程式とすることによって, ALE 座標系における計算を行っている. 以下では, 本手法とこれらの手法を, 前述した離散化式レベルでの保存性の観点から比較する.

4.1 擬似圧縮性法 擬似圧縮性法では, 擬似的な圧縮性を導入するため, 連続条件を満たさない. これは, 次のような問題点を生じる.

- (1) 式 (9) において JU_i が連続条件を満たさない場合, 速度ベクトル u_i^n に一様流条件を入れても u^{n+1} が一様流条件からずれた解として得られる. つまり, 一様流を保持することができず, 非物理的な速度変動の原因となり得る. 数値粘性を用いない LES では, GCL 条件と同様に, 連続条件を満足する対流速度を用いることは重要と考えられる.
- (2) 前述した離散化式レベルでの運動エネルギーの保存性の議論は, JU_i が連続条件を満足することを前提としており, 連続条件を満足する対流速度を与えることができない場合には, それに由来する誤差が加わり, 運動エネルギーの保存性は悪化する.

4.2 非保存形の非圧縮性方程式の利用 泉ら⁽¹⁰⁾や中塚ら⁽¹¹⁾は, 対流項を非保存形表示した Navier-Stokes 方程式において, 対流速度に格子の移動速度を

加えたものを支配方程式として用いており, 一般座標系では例えば次のように記述される (簡単のため粘性項は省略).

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{(JU_j - JV_j)}{J} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_j} = -\frac{(J\alpha_{ij})}{J} \frac{\partial p}{\partial \xi_j} \quad (16)$$

泉ら⁽¹⁰⁾の計算ではレギュラー格子による差分法を用いており, 保存性は全般に低いと考えられる. 一方, 中塚ら⁽¹¹⁾の計算ではコロケーション格子が用いられ, 保存性はより高いと考えられるが, 離散化のし方に十分な配慮をしないと, 運動量や運動エネルギーの保存性に問題が生じる. これについて以下で説明する.

式 (16) は非保存形で書かれた式であり, 一般的には特別な離散化をしない限り保存則を満足しない. ただし, 中塚ら⁽¹¹⁾の計算では梶島の補間法⁽¹²⁾を用いていると考えられ, この場合は式 (16) は次のように離散化されたことと同じとなる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\delta}{\delta \xi_j} \{ (JU_j - JV_j) u_i \} + \frac{u_i}{J} \frac{\delta}{\delta \xi_j} (JV_j) \\ = -\frac{(J\alpha_{ij})}{J} \frac{\delta p}{\delta \xi_j} \end{aligned} \quad (17)$$

ここで, $\delta JU_j / \delta \xi_j = 0$ を前提としている.

式 (17) は次のように離散化する場合, 保存形で表示される Navier-Stokes 方程式を離散化した式 (9) と一致し, 運動量を保存することがわかる.

$$\begin{aligned} \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{2}{J^n + J^{n+1}} \frac{\delta}{\delta \xi_j} \left\{ \left(\frac{JU_j^n + JU_j^{n+1}}{2} - JV_j^{n+1/2} \right) \frac{u_i^n + u_i^{n+1}}{2} \right\} \\ + \frac{u_i^n + u_i^{n+1}}{J^n + J^{n+1}} \frac{\delta}{\delta \xi_j} (JV_j^{n+1/2}) \\ = -\frac{2}{J^n + J^{n+1}} \frac{\delta}{\delta \xi_j} (J\alpha_{ij}^{n+1/2} p^{n+1/2}) \end{aligned} \quad (18)$$

これは, 時間項以外の各項に乘じられる $1/J$ を $2/(J^n + J^{n+1})$ と与え, Crank-Nicolson 法を適用したものに相当する. 式 (18) に $(J^n + J^{n+1})/2$ を乗じ, GCL 条件 (式 (10)) を用いると, 式 (9) と一致する.

ところが, 中塚ら⁽¹¹⁾の計算では, 時間積分には Adams-Bashforth 法を用いており, 式 (9) とは一致しない. 特に, 式 (17) における左辺第一項と第三項の和は, 保存形表示された Navier-Stokes 方程式の時間項に対応するものであるため, 少なくとも式 (17) の左辺第三項には上記のような Crank-Nicolson 法に基づいた離散化をしないと, 運動量さえ保存しない. 式 (17) 左辺第二項については, Crank-Nicolson 法以外の方法を用いても運動量は保存するが, 前述した運動エネルギーの保存の観点からは, Crank-Nicolson 法の適用が望ましいといえる.

4.3 u_i を基本変数とする基礎方程式の表現と数値

解法 本研究では、式 (14) の離散化式が保存性の観点から最善と考えるが、式 (9) についてもエネルギー保存に対する誤差が小さく、時間方向の $\sqrt{J}$ による重み付き平均操作も不要で簡便なため、両者の比較を従来手法との比較と合わせて行う。それにあたり、通常非圧縮性 LES ソルバへの組み込みを考えると、基本変数は u_i であること、つまり式 (17) の表現の方が好ましい場合が多く、本研究では次の方程式を基礎方程式と考えて、コーディングを行った。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_j} \{ (JU_j - JV_j) u_i \} + \frac{u_i}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_j} (JV_j) \\ = - \frac{(J\alpha_{ij})}{J} \frac{\partial p}{\partial \xi_j} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_j} \{ (J\alpha_{mj}) \tau_{im} \} \end{aligned} \quad (19)$$

この離散化式は式 (18) に準じ、時間項以外の各項に乘じられる $1/J$ を $2/(J^n + J^{n+1})$ で与え、Crank-Nicolson 法を適用したものである。式 (19) の左辺第 2 項中の u_i を $\hat{u}_i$ に変更すれば、式 (14) に相当する。

ただし、以下で示す検証計算では、すべて対流項の線形化を行っている。つまり、式 (19) 中の JU_j は全て時刻 n での値とした。これは時間精度の低下に繋がるが、前述した保存性に関する議論に影響は与えない。圧力項は非保存形表示として、差分法で離散化する。

5. 結果および考察

5.1 一様流計算での検証 基礎検証として、一辺の長さが 1 である正方形の計算領域を考え、時間の進行に伴い計算領域内部の格子が移動・変形する場合に、一様流を正しく捕捉できるかどうかを調べる。格子数は x 方向に 41 点、 y 方向に 18 点、 z 方向に 6 点取り、基準となる初期格子は等間隔配置である。この初期格子座標を $x_o(i)$, $y_o(j)$ とすると、格子の移動は xy 面内で次式のように与えた。

$$x_{i,j} = x_o(i) + 0.2\Delta x \cos \theta \quad (20)$$

$$y_{i,j} = y_o(j) + 0.2\Delta y \sin \theta \quad (21)$$

$$\theta = 2\pi(x_o(i) + y_o(j)) \frac{3}{Nr} (kt - kt_0)$$

ここで、 $4 \leq i \leq nx - 4$, $4 \leq j \leq ny - 4$ の範囲のみ移動させている。 kt は計算ステップ、 kt_0 は格子移動開始ステップ (無次元時刻で 30) である。また Nr は各格子点の回転角速度 $d\theta/dt$ を決定するパラメータであり、今回は $Nr = 40$ に設定し、計算時間刻みを $\Delta t = 0.0025$ とした。境界条件は、流入及び流出境界以外では、周期条件を課している。レイノルズ数は 10^{10} とし、SGS (Sub-Grid-Scale) モデルは用いない。また、改良型コロケーション格子⁽⁷⁾を用いる。

Fig. 2 Time history of the deviation from the uniform flow condition

用いる離散化手法は、式 (9) に相当する Scheme A と式 (14) に相当する Scheme B、および式 (19) に対して粘性項と圧力項以外に対する時間積分を Adams-Bashforth 法に変更して保存性を低下させたもの (以下、Scheme C) を取り上げる。Scheme C において時間積分以外は Scheme A と同一であり、離散化式を以下に記す。

$$\begin{aligned} \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{3}{2J^n} \left[\frac{\delta}{\delta \xi_j} \{ (JU_j^n - JV_j^n) u_i^n \} + u_i^n \frac{\delta JV_j^n}{\delta \xi_j} \right] \\ - \frac{1}{2J^{n-1}} \left[\frac{\delta}{\delta \xi_j} \{ (JU_j^{n-1} - JV_j^{n-1}) u_i^{n-1} \} + u_i^{n-1} \frac{\delta JV_j^{n-1}}{\delta \xi_j} \right] \\ = - \frac{J\alpha_{ij}^{n+1/2}}{(J^n + J^{n+1})/2} \frac{\delta p^{n+1/2}}{\delta \xi_j} + (VIS.) \end{aligned} \quad (22)$$

さらに、非保存形表示の式 (16) において、対流項に梶島の補間法を用いず、そのまま通常の 2 次精度差分法により離散化したもの (Scheme D) も比較のため用いた。なお、この場合でもセル界面での質量流束 JU_i は連続条件を満たすように圧力のポアソン方程式を解く。

なお全ての Scheme において、対流項も含めて 2 次中心差分で離散化し、数値粘性は一切用いない。

各点で算出される主流方向速度 u の一様流速度からのずれの総和を格子点数 N で除した値について、その時間履歴を図 2 に示す。Scheme C では、格子の移動に伴って一様流速度からのずれは増大し、 10^{-3} を越える値にまで達している。一方、Scheme A および B ではそのような増幅はみられず、 10^{-10} 以下の値を維持できている。Scheme A と Scheme C の結果から、

Fig. 3 Mean streamwise velocity in channel flow (upper: Case 1, middle: Case 2, lower: Case 3)

時間積分の変更による保存性の低下の影響が確認できる。一方, Scheme D の結果は, Scheme C と比べても一樣流速度からのずれは急速に増大し, 途中で計算は発散した。対流項に対する通常の差分法の適用が保存性を大きく低下させているといえる。

Scheme A と Scheme B の結果を比較すると, 僅かに Scheme B の方が一樣流からのずれの減少が速いものの, 大きな差異は見られない。Scheme A では式 (13) で表現される運動エネルギーの保存に対する誤差が生じるが, その影響は大きくはないといえる。Scheme A と Scheme B で大きな違いが見られなかった理由としては, 森西⁽⁴⁾⁽⁸⁾による評価条件 (非粘性) と異なり僅かながら分子粘性が作用する条件であること, Scheme B を用いた場合でもコロケーション格子では圧力項から運動エネルギーの誤差が生じること, また圧力のポアソン方程式を解いた後に行われる速度の圧力補正が運動エネルギーの誤差を生じること (対

流項中の u_i^{n+1} が圧力補正する前の値 u_i^* のままであるため) が考えられる。後者の誤差はサブイタレーションの導入により低減することも考えられるが, 計算コストを考慮すると実用的ではない。

5.2 チャネル乱流での検証 乱流場での検証のため, チャネル流れを対象として基準格子を矩形格子で作成し, 時間進行に伴って計算領域内部の格子が移動・変形する条件での精度を調べる。チャネル半幅 δ を基準長さ, 平均壁面摩擦速度 u_τ を基準速度として, レイノルズ数 Re_τ を 395 とする。格子セル数は主流 (x) およびスパン (z) 方向に 32, 壁面垂直 (y) 方向に 62 であり, y 方向は壁面近傍に格子を集中させている。無次元格子間隔は, $\Delta x^+ = 79$, $\Delta y^+ = 1.1 - 30.9$, $\Delta z^+ = 19.8$ である。境界条件は, 主流およびスパン方向に周期条件, 壁面上では no-slip 条件を課す。SGS モデルには, 著者の一人が開発した混合時間スケール SGS モデル⁽¹³⁾を用いる。

Fig. 4 Turbulent intensities in channel flow (upper: Case 1, middle: Case 2, lower: Case 3)

基準格子座標を $x_o(i)$, $y_o(j)$ とすると, 格子の移動は xy 面内で次式のように与えた.

$$x_{i,j} = x_o(i) + 0.2\Delta x_{i,j} \cos \theta \quad (23)$$

$$y_{i,j} = y_o(j) + 0.2\Delta y_{i,j} \sin \theta \quad (24)$$

$$\theta = 2\pi(x_o(i)/Lx + y_o(j)/Ly) \frac{3}{Nr} (kt - kt_0)$$

$$Lx = |x_o(nx - 3) - x_o(3)|$$

$$Ly = |y_o(js) - y_o(ny - js)|$$

ただし, $4 \leq i \leq nx - 4$, $js + 1 \leq j \leq ny - (js + 1)$ の範囲のみ移動させる. y 方向の格子移動範囲を規定する js は $js = 6$ (Case 1), 13 (Case 2), 24 (Case 3) の3通りとした. なお, $Nr = 40$, $\Delta t = 0.0005$ である.

比較する計算方法としては, Scheme A, B および Scheme C においてさらに対流速度 JU_j^n の部分を u_i^n をセル界面に補間して算出される値に置き換えたもの (以下, Scheme C') を取り上げる. 前述したように,

このようにして算出した対流速度は連続条件を満たさず, 保存性はより低下する. なお, 圧力のポアソン方程式の構成に変更はなく, JU_j^{n+1} が連続条件を満たすように解く.

図3, 4に, 計算で得られた主流方向平均速度分布と各方向の乱流強度分布を各々示す. 格子を移動させる領域がチャンネル中央部 ($y^+ > 200$) に限られる Case 3 では, どの Scheme を用いても格子を移動させた場合の結果 (Moving) と格子を移動させない場合 (Stationary) の結果に大きな違いは見られない. 一方, 格子を移動させる領域をより壁近くまで拡大 ($y^+ > 40$) した Case 2 では, Scheme C' を用いると速度を過大予測する. 一般にチャンネル乱流の LES においては, 格子解像度が低下するに従って対数則領域での速度が上昇するとともに, 主流方向の乱れが増加し, 壁面垂直およびスパン方向の乱れが減少する傾向をもつことはよく知られているが, Scheme C' の結果

はそれに類似した結果となっている。一方, Scheme A および B の結果には有意な精度の低下は見られない。

さらに格子移動領域を壁近くまで拡大した Case 1 は, 乱れの生成が最も活発なバッファ層を含む $y^+ > 10$ の領域でも格子が動く条件であり, Scheme A や B を用いても速度を大きく予測する傾向が現れる。この時, Scheme A と Scheme B の各々の誤差は同程度であり, 両者に有意な違いはないことがわかる。一方, Scheme C' の結果と比べるとその誤差は小さい。Scheme C' の場合, 速度だけでなく乱流強度にも比較的大きな誤差が生じており, 特に壁面垂直方向とスパン方向の成分の減少が大きい。

6. 結 言

運動する車両に対する高精度かつ実用的な空力解析を可能とする目的で, ALE 手法を用いた非圧縮性 LES 解析における離散化手法を検討した。数値粘性なしでも安定な計算を可能とするために, 離散化式のレベルでの質量, 運動量, および運動エネルギーの保存性について議論と評価を行い, 以下のことが明らかとなった。

1. Ju_i を基本変数とする保存形で表現された離散化式に対して, 通常考えられる離散化 (Scheme A) を行った場合に対流項から生じる運動エネルギーの誤差は $O(\Delta t^2)$ と見積もられ, 速度の時間変化の 2 乗と格子セル体積の時間変化に比例する。
2. 森西の自乗量完全保存スキームの本質となる特性は, 上記離散化式の対流項中の速度の時間方向の平均操作を格子セル体積の $1/2$ 乗の重み付き平均に変更するだけで導入でき, これにより対流項は運動エネルギーを完全に保存する (Scheme B)。
3. u_i を基本変数とする基礎方程式の表現を用いた場合でも, 適切な離散化を行えば上記 Ju_i を基本変数とする離散化式と同一となる。
4. 一様流およびチャネル流れにおいて, 移動・変形する計算格子を用いて数値粘性なしで計算を行った結果, Scheme A と Scheme B の結果の違いは非常に小さく, 特にチャネル流れにおいては有意な差異はみられなかった。
5. 一方, 従来しばしば用いられた離散化手法を模擬した Scheme C, Scheme C', Scheme D は保存性がより劣るため, その予測精度は Scheme A, B と比べて低く, 計算が発散に至る場合も確認された。
6. チャネル流れにおいて Scheme A や Scheme B を用いた計算では, 移動する格子をバッファ層の外側だけに限れば, 予測精度の低下は殆どみられ

なかった。

以上より, Scheme A あるいは Scheme B を用いれば, 運動する車両周りの LES 解析を数値粘性を用いずに, また ALE 座標系の導入による予測精度の低下を出来る限り回避して実行できると期待できる。今後は, より実際の条件に近い流れ場での検証を行う。

文 献

- (1) Inagaki, M., Horinouchi, N., Ichinose, K. and Nagano, Y., Predictions of wall-pressure fluctuation in separated complex flows with improved LES and quasi-DNS, *Proc. 3rd International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, Sendai, Japan, (2003), pp. 941-946.
- (2) Inagaki, M., Murata, O., Horinouchi, N., Takeda, I. and Kakamu, T., Numerical Prediction of Wind-Throb Noise in Vehicle Cabin, *Proc. 6th World Congress on Computational Mechanics*, MS15, 105, Sep. 5-10, 2004, Beijing, China.
- (3) Tamura, Y. and Fujii, K. Conservation Law for Moving and Transformed Grids, *AIAA Paper*, AIAA-93-3365-CP.
- (4) Morinishi, Y., Forms of Convection and Quadratic Conservation Finite Difference Schemes for Low-Mach Number Compressible Flow Simulations, *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs: Ser. B*, 73-726 (2007), pp. 451-458.
- (5) Inagaki, M., Nagaoka, M., Horinouchi, N. and Suga, K., LES analysis of engine steady intake flows using a mixed-time-scale SGS model, *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs: Ser. B*, 73-725 (2007), pp. 58-66.
- (6) Matsuno, K., Numerical Method for Unsteady Flow, I. Metric Evaluation of Moving Grids (in Japanese), *J. Japan Soc. of Computational Fluid Dynamics*, 3-2, (1995), pp. 103-114.
- (7) Inagaki, M. and Abe, K., An improvement of prediction accuracy of large eddy simulation on colocated grids, *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs: Ser. B*, 64-623 (1998), pp. 1981-1988.
- (8) Numata, M. and Morinishi, Y., Quadratic conservative finite difference scheme for moving grid, *Proc. 21th Symposium on Computational Fluid Dynamics*, D6-4, (2007).
- (9) Hamaguchi, A. and Matsuno, K., Numerical Simulation of Incompressible Fluid-Structure Interaction with Moving-Grid Finite-Volume Method, *Proc. 18th Symposium on Computational Fluid Dynamics*, E5-4, (2004).
- (10) Izumi, H., Taniguchi, N., Kawata, H., Adachi, T. and Kobayashi T., Numerical Simulation of Flow Fields with Woving Boundaries (1st Report, Comparison of Numerical Methods), *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs: Ser. B*, 60-572 (1994), pp. 1218-1225.
- (11) Nakatsuka, K., Kajishima, T. and Takeuchi, S., Flow analysis of a deformable hydrofoil in a stationaly fluid, *Proc. of 18th Symposium on Computational Fluid Dynamics*, E6-1, (2004).

- (12) Kajishima, T., *Numerical Simulation of Turbulent Flows* (in Japanese), (1999), Yokendo Ltd.
 - (13) Inagaki, M., Kondoh, T. and Nagano, Y., A mixed-time-scale SGS model with fixed model-parameters for practical LES, *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, 127 (2005), pp. 1-13.
-