周囲に周期変動が与えられた球に負荷する流体力*

武藤 昌也^{*1}, 坪倉 誠^{*1}
大島 まり^{*2}, 大島 伸行^{*1}

Fluid Force on a Sphere Exposed to Periodic Fluctuation

Masaya MUTO^{*3}, Makoto TSUBOKURA,
Marie OSHIMA and Nobuyuki OSHIMA^{*3} Division of Space and Mechanical Engineering, Hokkaido University,
W 8 N 13, Kita-ku, Sapporo-shi, Hokkaido, 060-8628 Japan

Flow aspects near a particle are observed using a numerical simulation of periodically rotating spherical particle in a uniform flow or static particle in a periodically oscillating flow, to investigate a modulation of drag force. As a result, a reduction of drag force is found and it depends on period and amplitude of the rotation or the oscillation. A reason of the reduction of drag force is caused by a reduction of friction force on the particle. And the reduction of the friction force is induced by a concentration of the fluctuation energy of the flow by the rotation or the oscillation on the vicinity of the particle in case Stokes layer thickness, which is estimated using a frequency of the rotation or the oscillation, is comparable or smaller than the thickness of boundary layer of the particle that is estimated in a laminar flow.

Key Words: Gas-Solid Two-Phase Flow, Turbulent Flow, Drag Reduction

1. 緒 言

分散固体粒子を含む固気二相流において、式(1)で示すような、粒子の緩和時間 τ_p と流れ場のコルモゴロフ時間スケール τ_η の比で定義されるストークス数 St がおよそ 10^3 となる場合の粒子運動に関する研究は多くない。式(1)中の ρ_p , ρ , D_p , η はそれぞれ粒子と流体の密度、粒子直径、流れ場のコルモゴロフスケールである。

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_\eta} = \frac{\rho_p / \rho \left(\frac{D_p}{\eta} \right)}{18} \quad (1)$$

ストークス数が 10^3 となるような流れ場では、分散粒子の径に対して乱流場の最小渦が小さくなるため、例えば、より強い乱流場生成の必要性という実験的な制約や、流れ場の高空間解像度が必要であるという数値解析上の制約などから、そのような状況の再現が容易ではない。そのため、従来は、粒子の終端速度や抵抗係数が St の変化に伴って減少や増加を生じることが示されているものの^(1,2)、二相間の干渉機構は十分明らかにされているとは言えない。著者らは、一様で等

方的な性質を持つ気流乱流場において、自由落下する直径 2 mm の固体粒子 ($\rho_p/\rho \sim 10^3$) の速度計測から、ストークス数が 10^3 となる流れ場では流体抵抗力が減少することを指摘した⁽³⁾。しかし、物理的な機構については計測の困難さから示されていない。

固気二相流中の個々の粒子運動は、乱流場の渦スケールの大きさに関わらず、式(2)に示されるように、流体抵抗力和重力に支配される粒子の運動方程式⁽⁴⁾および粒子レイノルズ数のみの関数である式(3)の Schiller and Naumann の抵抗係数⁽⁵⁾によって記述される。

$$m_p \frac{du_{pi}}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \pi \left(\frac{D_p^2}{4} \right) \rho |u_{pi} - u_i| (u_{pi} - u_i) + m_p g \delta_{3i} \quad (2)$$

$$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) \quad (3)$$

式中の添字 i は方向を表し、 m_p , u_{pi} , u_i , δ , Re_p はそれぞれ粒子の質量、速度、流体の速度、クロネッカーのデルタ (3 を鉛直方向とした)、粒子レイノルズ数である。式(2), (3)は、一様流中で計測された流体抵抗力を基にした式である。しかし、粒子周囲の気流が乱流状態である場合は、式(2), (3)における二相間の相対速度に、 $u_{pi} - \bar{u}_i - u'_i$ で表される変動流速 u'_i の考慮が必要であると考えられる。式(3)の抵抗係数 C_D は、 Re_p に

* 原稿受付 2009年7月21日。

^{*1} 正員、北海道大学大学院工学研究科(〒060-8628 札幌市北区北13条西8)。^{*2} 正員、フェロー、東京大学大学院情報学環・学際情報学府(〒153-8505 東京都目黒区駒場4-6-1)。

E-mail: masayam@eng.hokudai.ac.jp

ついで非線形な関数であり、変動流速 u_i' を考慮した場合には、その時間平均値は式(3)と同じにならない。そのため、乱流場における粒子運動解析では、変動速度によって、流体抵抗力がどのような影響を受けるかを考慮する必要があると考えられる。

本研究では、武藤ら⁽³⁾によって行われたストークス数がおよそ 10^3 となる流れ場における実験計測を想定し、球の周囲気流の乱流変動（球周囲の境界層厚さ程度の長さスケールを持つ）が球周囲の流れ場および球の流体抵抗力を変化させる物理機構を調べることを目的とする。本研究では気流の乱流変動を、単一周波数の周期変動としてモデル化し、流体抵抗力の変化に対して影響が顕著な周期を明らかにする。

また、粒子周囲が乱流場であっても、時間平均的な粒子レイノルズ数が大きくない現象は、例えば内燃機関の噴霧過程（ここでは噴霧液滴が微小であるため固体粒子と仮定して考える）などに見られ、工学的に重要である。そこで、本研究では、粒子周りの流れ場が定常な軸対称流れ場となるような⁽⁶⁾、粒子レイノルズ数が 200 となる場合を解析対象とする。

2. 記号

St	: ストークス数 [-]
Re _p	: 粒子レイノルズ数 [-]
C _D	: 抵抗係数 [-]
C _p	: 圧力係数 [-]
u'	: 周期変動速度 [m/s]
U	: 球周りの一様流速 [m/s]
f	: 周期変動の振動数 [Hz]
δ	: 周期変動の振幅 [mm]
δ_b	: 境界層厚さ [mm]
δ_s	: ストークス層厚さ [mm]
x, y, z	: 流れ場の座標 [m]
$u_{RMS}, v_{RMS}, w_{RMS}$	: 変動速度の RMS 値 [m/s]
k	: 変動流速エネルギー [m ² /s ²]

3. 基礎理論と解析対象

3・1 基礎方程式 本研究で対象とする球周りの非圧縮性気流解析における支配方程式は、式(4)の連続の式と式(5)の Navier-Stokes 方程式である。 p , ν はそれぞれ流体の圧力、動粘性係数である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (5)$$

(a) Rotating oscillation (b) Longitudinal oscillation

Fig. 1 Schematic view of oscillation imposed to particle

3・2 球への変動付加方法 本研究では、球周囲の流れ場に影響する乱流変動を、単一周波数の周期変動としてモデル化し、球周りに付加する。ところが、このモデル化による周期変動の付加では、変動方向に依存した結果を得ることが懸念される。そこで、図1に示す二種類の変動を用いることで、球表面の各位置における気流との相対速度に差異を設け、周期変動の付加方法に対する依存性を調べる。第一の方法は一様流中で球を流れに対して垂直な方向を軸とした周期回転をさせるものであり（図1(a)）、第二の方法は一様流と同じ方向の、周期的な変動速度を付加した流れを静止した球に与えるものである（図1(b)）。球に与える周期回転速度および一様流に付加する周期変動速度は式(6)によって速度 u' として与える。ここで、 f , δ , t はそれぞれ周期変動の振動数、振幅および時刻である。

$$u' = 2\pi f \delta \sin(2\pi f t) \quad (6)$$

3・3 境界層厚さとストークス層厚さ 本数値解析では、球周囲の境界層厚さに相当する変動を球周囲へ付与したことによる球の流体抵抗力への影響を調べるため、境界層厚さとストークス層厚さの比較を行う。ここでは、ストークス層厚さとして平板上の流れに適用される式を用い、 $\delta_s = \sqrt{2\nu/f}$ と見積もる。また、

境界層厚さは $\delta_b = 3\sqrt{D_p \nu/U}$ で見積もられる⁽⁷⁾。武藤らの実験計測⁽³⁾にて用いられた、直径が 2 mm の球の、上流端から 90 度下流における境界層厚さは、粒子レイノルズ数が 200 のとき、0.26 mm となる。

4. 数値計算

4・1 計算格子 解析対象とした、球を含む流れ場の解析格子概略図を図2に示す。解析格子は直径 2 mm の球を中心に据えた三次元円筒形状をしており、流入、流出口および円筒壁面から構成される。解析格子は、球表面近傍および壁面近傍においてプリズム要素、その他は四面体要素で構成され、全要素数は 522,740 で

Fig. 2 Geometry of computational grid

Fig. 3 Drag coefficient of a sphere in a uniform flow

ある。特に、3.3 節にて見積もられた球周囲の境界層厚さは、19 層のプリズム要素で空間解像している。

4・2 計算手法 数値解析コードには、文部科学省 IT プログラム“革新的シミュレーションソフトウェアの研究開発”において開発された非構造有限体積法による非定常乱流解析コード FrontFlow/red⁽⁸⁾を用いた。FrontFlow/red では、時間進行アルゴリズムに SMAC 法を用いている。時間積分法には運動量に対して一次精度 Euler 陰解法を用いた。また、運動量の対流項評価には二次精度中心差分スキームを用いた。

4・3 境界条件 本解析における境界条件として、流入側には一様な流速を与え、出口側では速度勾配のない自由流出条件を用いた。また、円筒形状側面には滑り条件を与えた。球の表面には、球が周期回転する場合には速度分布を与え、一様流が変動する場合には滑りなし条件を与えた。

4・4 数値コードおよび計算格子の検証 本数値解析における精度検証として、流体抵抗力の時間的な離

Table 1 Physical condition

Density ρ [kg/m ³]	1.205
Kinematic viscosity ν [m ² /s]	1.5×10^{-5}
Averaged inlet velocity U [m/s]	1.5
Reynolds number Re_p [-]	200

Table 2 Calculation condition

	Case 1	Case 2	Case 3
Amplitude δ [mm]	0.108/5	0.108 ($=\eta$)	0.108×5
Frequency f [Hz]	125/10, 125/5, 125 ($=f_\eta$), 125 $\times$ 5, 125 $\times$ 10		

散間隔依存性および従来の計測値との比較について述べる。粒子レイノルズ数が 200 のとき、従来の経験式から求められる流体抵抗力 F_{DSN} は式(2)の右辺第一項および Schiller & Naumann の経験式から、3.431 N と算出される。これに対して、本数値解析における図 2 の計算格子、4.2 節の計算手法を用いて得られた流体抵抗力 F_D は、時間刻みを $\Delta t = 10^{-5}$ s とすることにより、時間解像度への依存性は十分小さくなる。一方、従来の経験式に基づく値に対して本研究の値は 5% 程度の過大評価をしている。しかし、図 3 に示すように、過去の研究による値と比較すると、この予測は十分な精度を持っていると考えられる。

4・5 計算条件 本解析における物理的諸条件を表 1 に示す。また、計算条件として球周り、あるいは一様流に付加した変動流速 u' の算出に用いる f と δ の条件を表 2 に示す。表 2 における f と δ の値は、武藤らの実験計測結果⁽³⁾を参考にしてコルモゴロフスケール ($\eta = 0.108$ mm, $\tau_\eta = 8$ ms) を基準に設定した。

5. 計算結果と考察

5・1 流体抵抗力の統計平均値 解析は球内部を除く解析領域全体において、初期条件として一様流 $U = 1.5$ m/s を与えた状態から開始し、0.05 秒間の計算期間により計算領域内の流れ場を緩和させたのち、0.05 秒から 0.15 秒までの 0.1 秒間 (10,000 ステップ) の解析結果に基づいて流体抵抗力の統計量を算出した。また、以下の各図には、比較のために一様流中で静止した球にかかる流体抵抗力の計算結果を併せて示す。

周期変動の周波数 f に対する流体抵抗力 F_D の統計平均値を図 4 と 5 に示す。Case 1 と Case 2 は、球を周期回転させた、あるいは一様流に周期変動を付加したいずれの場合の流体抵抗力についても、振動数 f の増大とともに一様流中で静止した球にかかる流体抵抗力に対して減少傾向を示す。 $ff_\eta = 1$ のとき、3.3 節で述べた δ_η は 0.49 mm ($\sim 2 \delta_B$) であり、 δ_η の減少とともに

Fig. 4 A change of drag force according to frequency (Rotating oscillation)

Fig. 5 A change of drag force according to frequency (Longitudinal oscillation)

球周囲の流れ場への影響が顕著になると考えられる。また、この減少は、一様流中で静止した球にかかる流体抵抗力に対しておよそ0.5%であり、一定値に漸近する。また、 f がコルモゴロフスケールを基準にした周波数 ($f_\eta = 125$ Hz) より小さい場合には流体抵抗力の変化は小さい。一方、Case 3 では、振動数 f の増大とともに一様流中で静止した球にかかる流体抵抗力に対して増大傾向を示す。球を周期変動させた場合と一様流に周期変動を付加した場合には、より ff_η の大きな領域における挙動が異なるが、この原因については明らかではない。

以下では、流体抵抗力の減少と球の周囲の流れ場について考察するために、主に Case 2 の計算条件における解析結果について述べる。図 6 と 7 に、各条件下における二周期あたりの圧力抗力、摩擦抗力の時間変化を示す。各図には一様流中で静止した球に付加する圧力抗力、摩擦抗力をそれぞれ一点破線、破線で示している。球が周期回転する場合には、周期回転の振幅を一定に保ち振動数を増大させていくと (図 6 の(a), (b),

(a) Case 2 ($f = 125$ Hz)

(b) Case 2 ($f = 125 \times 5$ Hz)

(c) Case 2 ($f = 125 \times 10$ Hz)

(d) Case 3 ($f = 125$ Hz)

Fig. 6 Time series of two components of drag force (Rotating oscillation)

(a) Case 2 ($f = 125$ Hz)

(b) Case 2 ($f = 125 \times 5$ Hz)

(c) Case 2 ($f = 125 \times 10$ Hz)

(d) Case 3 ($f = 125$ Hz)

Fig. 7 Time series of two components of drag force (Longitudinal oscillation)

(c)の順)、摩擦抗力に時間的に変動が誘起され、統計平均値が減少している。これは、ストークス層が球周囲の境界層厚さに対して同等か薄くなることにより変動の影響が境界層の内部へ及ぶことを示している。

一方、変動振幅を増大させると (図 6 の(d)) 圧力抗力の時間的な変化が誘起され、圧力抗力の統計平均値が増大している。これは、ストークス層が球周囲の境界層厚さに対して厚くなり、境界層の外部へ変動の影響

が及んでいると考えられる。

また、一様流に変動を付加した場合にはその変動により圧力抗力の大きな変動が見られるが、 f の増大に対する摩擦抗力の時間的変動が誘起されていることが分かる。摩擦抗力と圧力抗力の統計平均値の変化は球が周期回転する場合と同様のため、一様流に変動を付加した場合も球が周期回転する場合と同様の機構が生じていると考えられる。

5・2 球表面の圧力分布 球周囲へ与えられる変動流速による圧力抗力への影響として、式(7)で定義される球表面の圧力係数 C_p の時間平均分布を図8に示す。本研究では上流側潑点圧力を用いて球表面の圧力値を無次元化した。また、図には、比較のためにポテンシャル流中における圧力係数、 $C_{pPt} = 1 - 9\sin^2\theta/4$ を併せて示す(図中破線)。ここで θ は球上流端から x - z 面内にとった角度である。

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{p_{st} - p_\infty} \quad (7)$$

ここで、 p_{st} 、 p_∞ は、それぞれ球上流側潑み点における圧力、球から十分離れた位置における流体の圧力と速度である。球表面の圧力分布は、無回転の球の場合と比較して、球に対する変動の振動数に依る顕著な差異はなく、非定常な影響が統計値に影響を与えていないことが分かる。そのため、5.1節で述べた流体抵抗力の減少は摩擦抗力の減少に起因すると考えられる。一方で、振幅 δ を増大させた場合 (Case 3) には球下流において圧力係数が減少しており、圧力抗力が増大することを示している。

5・3 球周囲の流れ場 周期変動による球周囲の流れ場への影響として、流れ場の x 、 y 、 z 方向の各変動速度の RMS 値である u_{RMS} 、 v_{RMS} 、 w_{RMS} を用いて、式(8)の変動流速エネルギー k を定義し、 x - z 面内の統計分布を図9と10に示す。各図において一様流は左から右に向かっている。

$$k = \frac{1}{2}(u_{RMS}^2 + v_{RMS}^2 + w_{RMS}^2) \quad (8)$$

変動が与えられない場合に対して、周期回転の振動数を一定に保ち振幅を増大させていく場合 (図12の(b))、上流側に対して下流側に乱れエネルギー k の増大する領域が拡大する。このことは、球の下流域の圧力回復を妨げ、流体抵抗力の増加に寄与していると考えられる。一方、周期回転の振幅を一定に保ち振動数を増大させていく場合 (図9の(a)、(b)、(c)の順)、 k の増大する領域は球の周囲に集中し、球の上流下流側の対称性は保たれている。このことから、球の周期回転の影響

Fig. 8 Distribution of C_p around particle surface
(Rotating oscillation)

がより球の境界層内部に集中することにより、境界層内外の運動量の輸送が促され、摩擦抗力への減少に寄与していると考えられる。また、一様流に周期変動を負荷した場合にも、図10から、振動数が大きな場合に、 k がより球周囲に集中していることがわかる。

以上より、球の境界層厚さ δ_b に対してストークス層厚さ δ_s が薄くなっていくような場合には、変動の影響がより球周囲に集中し、摩擦抗力への影響により流体抵抗力の減少に寄与する。一方、より振幅の大きな変動は球周囲の流れ場へ影響することにより流体抵抗力の増加に寄与していると考えられる。

5・4 一様乱流場において流体抵抗力の減少に寄与する物理条件の考察 これまでの数値計算結果を基に、一様乱流場における速度変動によって、球の流体抵抗力が影響を受ける条件について考察を行う。本数値計算結果では、球周りに変動が加えられたとき、一様な主流中での境界層厚さ δ_b に対して、ストークス層厚さ δ_s が $\delta_s \leq 2\delta_b$ となる条件下において、流体抵抗力が減少した (図4、5)。また、計算条件として与えた変動の振幅 δ が、 $\delta \geq 2.5\delta_b$ となると、流体抵抗力が増加した。 δ 、 δ_s は球表面に対してそれぞれ平行、垂直な方向の長さであるが、一様な乱流場における速度変動は両方の長さスケールを含むと考えられる。そこで、以下では球の流体抵抗力の減少に大きく影響する流れ場の長さスケールの範囲について考える。

従来、店橋ら⁽¹³⁾によって、一様等方性乱流場に含まれるコヒーレント渦直径の最頻値はコルモゴロフスケール η の8倍程度であることが、直接数値計算を用いた解析により示されている。また、コルモゴロフスケールからその数十倍程度の直径の渦は、乱流レイノルズ数に依存せずコルモゴロフスケールによってスケールリングされる。武藤ら⁽³⁾が実験で用いた流れ場は一様等方性乱流場に近く、最も数の多いコヒーレント渦

の直径は 8η であり、球周りの流れ場と干渉する頻度が最も高いと考えられる。そのため、一様等方性乱流場において流体抵抗力が減少するとき、この 8η の渦は、本数値解析において減少が見られた条件である、 $\delta_B \leq 2\delta_0$ の δ_0 に相当していると考えられる。一方、このときの球の境界層厚さ $2\delta_0$ とコルモゴロフスケール η は、同じオーダーの値と考えられるため、先に述べた店橋らの知見⁽¹³⁾に基づき、境界層厚さ δ_0 に相当する流れ場の渦スケールもコルモゴロフスケールによってスケールリングされると考えられる。ゆえに、流体抵抗力が減少する条件は比例定数 α を用いて、 $8\eta\alpha \leq 2\delta_0$ 、すなわち式(9)で記述される。

$$\delta_0/\eta \geq 4\alpha \quad (9)$$

また、一様等方性乱流場における直径が 8η 程度のコヒーレント渦の長さは、テイラーマイクロスケール λ 程度であると言われている⁽¹³⁾。武藤らの実験において、乱流レイノルズ数 Re_λ が 10^2 程度のとき、コルモゴロフスケール η に対するテイラーマイクロスケール λ の大きさは数十倍であり、本数値解析で用いた粒子レイノルズ数 ($Re_p=200$) では、境界層厚さ δ_0 に対する球直径 D_p の大きさが 10 倍程度であることを考慮すると、 D_p はテイラーマイクロスケール λ に対して $D_p/\lambda < 1$ の関係であったと考えられる。

以上より、武藤ら⁽³⁾による、一様等方性乱流場を用いた計測における流体抵抗力の減少は、周囲の境界層と乱流場の渦が干渉し、摩擦抵抗の減少が生じたことに起因していると考えられる。ただし、式(9)の α の値についてはこれまでの議論では明確に与えることができない。そこで、 α については、過去の研究結果に基づいて同定を行う必要がある。図 11 より、武藤らによる実験結果および過去の研究結果から、流体抵抗力が減少する条件は $\delta_0/\eta \geq 1/6$ と見積もられる（ただし、この区別にあたり、 δ_0/η の値は 1/5.5 から 1/6.5 程度の任意性を持つ）。

また、先に述べた $\delta_0/\eta \geq 4\alpha$ の関係から、 $\alpha=1/24$ 、 $\delta_0=8\eta\alpha$ の仮定から $\eta=3\delta_0$ が得られる。この関係式を用いて、本数値解析における δ_0 に関する計算条件を図にプロットすると、流体抵抗力の減少が見られた計算条件 ($\delta_0 \leq 2\delta_0$) は、 $\delta_0/\eta \geq 1/6$ を満たしている。以上のことから、 δ_0/η の比が、球の流体抵抗力の減少において、重要なパラメータであることが分かる。

6. 結 言

気流中の速度変動が球の流体抵抗率へ与える影響を

Fig. 9 Distribution of fluctuation energy k around particle (Rotating oscillation)

Fig. 10 Distribution of fluctuation energy k around particle (Longitudinal oscillation)

Fig. 11 Range of physical condition in which a drag reduction occurs (solid circle: drag decrease, broken circle: drag increase)

調べるために、球の境界層厚さに相当する周期変動を、一様流中での球を周期回転、あるいは周期変動を含む一様流中に球を静止させることの二通りで再現する試行を行った。その結果、周期変動の振幅と振動数の大きさによって球にかかる流体抵抗力が減少する場合と増大する場合とが生じ、それぞれの場合に球周りの流れ場が異なることが分かった。

この結果を球上流端から 90 度の位置における境界層厚さ δ_b および変動速度の振動数に基づくストークス層厚さ δ_s を用いて分類すると以下ようになる。

- 1) 振幅 δ が一定 ($\delta \leq 0.5\delta_b$) であり $\delta_s \leq 2\delta_b$ のとき、流体抵抗力は減少傾向を示す。さらにこのとき、一様流中の静止球にかかる流体抵抗力に対して小さくなる。この原因は、球周りの流れの変動エネルギーが球周囲に集中し、摩擦抗力を減少させることに起因する。
- 2) 振動数 f が一定であり振幅 δ を変化させるとき、 δ がおよそ $2.5\delta_b$ となると流体抵抗力は一様流中の静止球にかかる流体抵抗力に対して増加傾向を示す。この原因は、球周りに付加される変動が球の後方へ移流され、後流領域の流れ場に影響し、圧力抗力を増加させることに起因する。

また、本数値解析結果に基づき、過去に行われた乱流中における球の流体抵抗力が減少する物理条件の範囲を考察した。その結果、流体抵抗力の減少には、流れ場のコルモゴロフスケールと球の境界層厚さの比が重要なパラメータであり、 $\delta_b/\eta \geq 1/6$ のときに減少が生じることが分かった。

謝 辞

広島大学大学院の中島卓司助教には、計算格子のご提供と計算結果の精緻な検討をいただいた。数値解析には北海道大学情報基盤センターのスーパーコンピュータ SR11000 システムを使用した。各位に付して謝意を表する。

文 献

- (1) Friedman, P.D. and Katz, J., Mean rise rate of droplets in isotropic turbulence, *Physics of Fluids*, Vol. 14, (2002), pp. 3059-3073.
- (2) Warnica, W. D., Renksizbulut, M. and Strong, A.B., Drag coefficients of spherical liquid droplets Part 2: Turbulent gaseous field, *Experiments in Fluids*, Vol. 18, (1995), pp. 265-276.
- (3) Muto, M., Oshima, M. and Oshima, N., Drag force on particles at high volume fraction, *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 75, No. 749, (2009), pp. 61-67.
- (4) Clift, R., Grace, J. R. and Webere, M. E., Bubbles, Drops and Particles, (1978), Academic Press.
- (5) Schiller, L. and Naumann, A., Über die grundlegende Berechnungen bei der Schwerkraft-aufbereitung, *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, Vol. 77, (1933), pp. 318-320.
- (6) Kajishima, T., Direct Numerical Simulation of Flows Including Solid Particles, *Nagare*, Vol. 22, (2002), pp. 221-229.
- (7) Schlichting, H., Boundary Layer Theory, (1955), McGraw-Hill.
- (8) Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, "Revolutionary Simulation Software", (Next-generation IT program sponsored by Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology) <http://www.rss21.iis.u-tokyo.ac.jp/>
- (9) Liebscher, H., Über den Widerstand von Kugeln, *Annalen der Physik*, Vol. 82, (1927), pp. 541-562.
- (10) Schmiedel, J., Experimentelle Untersuchungen über die Fallbewegung von Kugeln und Scheiben in reibenden Flüssigkeit, *Physikalische Zeitschrift*, Vol. 29, (1928), pp. 593-610.
- (11) Takiguchi, S., Kajishima, T. and Miyake, Y., Modulation of Particle-Laden Turbulent Flow in a Vertical Channel, *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 66, No. 648, (2000), pp. 78-85.
- (12) Johnson, T.A. and Patel, V.C., Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 378, (1999), pp. 19-70.
- (13) Tanahashi, M., Kang, S.-J., Miyamoto, T., Shiokawa, S. and Miyauchi, T., Scaling law of fine scale eddies in turbulent channel flows up to $Re_\tau=800$, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, No. 3, (2004), pp. 331-340.
- (14) Terada, J., Ushijima, T. and Kitoh, O., Measurement of Settling Velocity of Heavy Particles in Homogeneous Near-Isotropic Turbulence Generated by Rotating-Grids, *Proceedings of 7th JSME-KSME Thermal Fluids Engineering Conference*, (2008), J333.