フラクタル格子により生成される マルチスケール誘起乱流の構造とスカラー拡散機構* (第2報, DNS による一様等方性と間欠性に及ぼす格子パラメータの影響の検討)

鈴木 博 貴^{*1}, 長 田 孝 二^{*2}
酒 井 康 彦^{*3}, 早 瀬 敏 幸^{*4}

Turbulence Structure of Multiscale Generated Turbulence by Fractal Grids and Scalar Transfer Mechanism (2nd Report, DNS on the Influence of Grid Parameters on Homogeneity, Isotropy and Intermittency)

Hiroki SUZUKI, Kouji NAGATA^{*5},
Yasuhiko SAKAI and Toshiyuki HAYASE

^{*5} Department of Mechanical Science and Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

Turbulence characteristics in the spatially developing fractal-generated turbulence are investigated by means of the direct numerical simulation (DNS). The square type fractal grids are numerically constructed using the immersed boundary method. The effects of solidity σ and thickness ratio t_r , which are ones of the most important grid parameters for fractal grids, are investigated in detail. The results show that the increase of σ leads to the improvement of the uniformity and isotropy of flow fields. The integral length scale in the decaying region of the fractal-generated turbulence remains monotone increase at high σ and t_r , whereas it is approximately constant at low σ and t_r . The derivative skewness and flatness in the streamwise direction are different from those in the transverse direction for all σ and t_r investigated. These results will be useful for designing fractal grids for practical applications.

Key Words: Turbulence, Computational Fluid Dynamics, Finite Difference Method, Direct Numerical Simulation, Grid-Generated Turbulence, Fractal

1. 緒 論

自己相似的な形状を有する乱流格子によって生成された乱流(フラクタル格子乱流)の性質が風洞実験により調べられ^{(1)~(3)}, その特徴として, 高い $Re_\lambda (= u_{rms}\lambda/\nu)$ を有すること, 主流方向に対する乱流特性長の不変性および散逸定数⁽⁴⁾の特異性が主に挙げられている。しかし, 実験計測では計測可能な量が限られており, また時間・空間分解能に限界があるため, フラクタル格子乱流の性質は十分に把握されているとは言えない。この傾向は, 空間勾配に関する量において

顕著である。この要因は, 空間勾配に関する量を実験計測することに困難を伴うことにある。

このような場合, 直接数値計算(DNS)による解析が有効である。Suzuki et al.⁽⁵⁾は, 高次精度有限差分法を基礎とし埋込境界法⁽⁶⁾を併用した高効率な解析手法を構築し, その後, 繰り返し数⁽¹⁾ $N=4$, 格子厚さ比⁽¹⁾ $t_r=8.5$ の cross 型, I 型および square 型フラクタル格子により生成される乱流を乱流格子から $110M_{eff}$ 程度下流までに渡って調べた⁽⁷⁾。同様の試みは, $N=3$ の格子について Laizet et al.⁽⁸⁾によってもなされている。

ところで, フラクタル格子乱流の性質が格子パラメータと密接に関係していることが推測されるため, フラクタル格子乱流の性質に及ぼす格子パラメータの影響を明らかにすることは重要である。この重要性は, フラクタル格子乱流の工学的応用(例えばインライン混合装置等)を図る上でも同様である。フラクタル格

* 原稿受付 2010年5月26日。

^{*1} 正員, 名古屋大学大学院工学研究科(☎464-8603 名古屋市中区不老町)日本学術振興会特別研究員(PD)。

^{*2} 正員, 名古屋大学大学院工学研究科。

^{*3} 正員, フェロー, 名古屋大学大学院工学研究科。

^{*4} 正員, フェロー, 東北大学流体科学研究所(☎980-8577 仙台市青葉区片平2-1-1)。

E-mail: nagata@nagoya-u.jp

子形状を決めるパラメータは繰り返し数 N , フラクタル次元 D_f , 格子厚さ比 t_r , 閉塞率 σ および有効格子間隔 M_{eff} である。 D_f および t_r が流れ場に及ぼす影響についてはこれまでに実験的に調べられ⁽¹⁾, $D_f = 2.0$, $t_r \geq 8.5$ の場合にフラクタル格子乱流の一樣等方性が十分高いとされている⁽²⁾。一方, 閉塞率 σ の影響についてはこれまでの研究では調べられていない。

第一報⁽⁷⁾では, フラクタル格子の三種類の基本パターンの違いと流れ場の関係が調べられた。その結果, square 型フラクタル格子により生成される乱流の一樣等方性がもっとも高いことがわかった。また, 高 $Re_\lambda (= u_{rms} \lambda / \nu)$ 性および主流方向に対する積分長さスケールの不変性を確認した。本報では, square 型フラクタル格子による乱流を対象とし, 格子パラメータ (t_r および σ) の影響を調べる。まず, 平均流の一樣性, 変動の一樣等方性を評価した後, Re_λ や乱流の特性長の主流方向変化, 小スケールの間欠性⁽⁹⁾を評価する。

2. 主 な 記 号

- D_f : 乱流格子のフラクタル次元
- L_x, L_y, L_z : M_{eff} で無次元化された計算領域
- M_{eff} : 有効格子間隔 ($= \frac{47^2}{P_M} \sqrt{1-\sigma}$)
- N : 乱流格子の繰り返し数
- N_x, N_y, N_z : x, y, z 方向の計算格子点数
- P_M : 格子の周囲長
- p : ρU_o^2 で無次元化された圧力変動
- ρ : 流体の密度
- Re_M : 格子 Reynolds 数 ($= U_o M_{eff} / \nu$)
- Re_λ : 乱流 Reynolds 数 ($= u_{rms} \lambda / \nu$)
- T : 主流に垂直な方向の計算領域幅
- t_r : 格子厚さ比
($= d_0/d_{N-1}$: d_j は j での格子厚さ)
- U_o : 流入流速
- U : U_o で無次元化された x 方向平均流速
- u_i : U_o で無次元化された瞬時速度変動
- x : 主流方向および主流方向座標
- y : 鉛直方向および鉛直方向座標,
- z : スパン方向およびスパン方向座標,
- λ : Taylor マイクロスケール
- ν : 動粘度
- σ : 閉塞率
- $\langle \rangle$: アンサンブル平均量
- $()_{rms}$: rms 値 ($= \langle ()^2 \rangle^{1/2}$)

Fig. 1 The square type fractal grid

3. フラクタル格子

Table 1 Grid parameters

RunID	grid type	N	D_f	t_r	σ
FGT0	fractal square grid	4	2.0	8.5	0.36
FGT1	fractal square grid	4	2.0	15.0	0.36
FGT2	fractal square grid	4	2.0	8.5	0.44

本研究では, 図1に示す square 型フラクタル格子により生成される乱流を対象とする。フラクタル格子の形状は五種のパラメータ (N, D_f, t_r, σ および M_{eff}) により決定される⁽¹⁾。各パラメータの詳細については文献⁽¹⁾を参照されたい。

本研究で設定された格子パラメータを表1に示す。 D_f については, 過去の実験⁽¹⁾で最も高い一樣性が得られた $D_f = 2.0$ とした。 t_r については, 過去の実験結果⁽¹⁾を踏まえて値を決定した。 σ については, 従来の正方格子に対する標準的な値⁽¹⁰⁾を考慮して値を決定した。

4. 三次元直接数値計算

Table 2 Computational domain size and grid points

RunID	$L_x \times L_y \times L_z$	$N_x \times N_y \times N_z$
FGT0	$115.2 \times 16 \times 16$	$1,280 \times 320 \times 320$
FGT1	$115.2 \times 16 \times 16$	$1,280 \times 416 \times 416$
FGT2	$115.2 \times 16 \times 16$	$1,280 \times 256 \times 256$

支配方程式は, 非圧縮性流体に対する連続の式および Navier-Stokes (N-S) 方程式である。計算領域および格子点数を表2に示す。全ての場合において, 格子レイノルズ数 Re_M を第一報⁽⁷⁾と同じ2,500とした。この値は, 通常の乱流格子を用いた室内実験において比較的低い値⁽¹¹⁾としてしばしば設定される値である。座標系の原点を乱流格子面の中心とし, 主流方向を x , 鉛直上方向を y , およびスパン方向を z とした。境界条件については, 上流側を一樣流入条件, 流出側を対流流出条件とした。また, y, z 方向には周期性を仮定した。計算格子にはスタガード格子を用いた。乱流格子

(a) $\sigma = 0.36$, $t_r = 8.5$ (Run FGT0) (b) $\sigma = 0.36$, $t_r = 15.0$ (Run FGT1) (c) $\sigma = 0.44$, $t_r = 8.5$ (Run FGT2)Fig. 2 Vertical profiles of mean velocity at $z = 0$ (a) $\sigma = 0.36$, $t_r = 8.5$ (Run FGT0) (b) $\sigma = 0.36$, $t_r = 15.0$ (Run FGT1) (c) $\sigma = 0.44$, $t_r = 8.5$ (Run FGT2)Fig. 3 Vertical profiles of u_{rms} at $z = 0$

の再現には埋込境界法⁽⁶⁾を用いた。計算手法の詳細および手法導入の適切性については別報⁽⁵⁾⁽¹²⁾を参照されたい。

5. 計算結果

5.1 平均流の一様性

5.1.1 平均流速の鉛直方向分布 図2に、 $x/M_{eff} = 32, 64$ および 96 かつ $z/M_{eff} = 0$ における主流方向時間平均流速 U の y 方向分布を示す。ここで、 U は流入流速 U_0 で無次元化されている。まず、 σ を一定とし t_r を 8.5 (図2(a)) から 15.0 (図2(b)) に増加させた場合に注目すると、 t_r を増加させることで、下流 ($x/M_{eff} = 96$) における平均流の一様性がわずかに高まることわかる。この違いは、 $y/M_{eff} = 0$ 付近で顕著である。この結果は、 t_r を増加させることで平均流がより一様となることを示した過去の実験結果⁽¹⁾と定

性的に一致する。また、この傾向は、 $y/M_{eff} = 0$ 付近で顕著である。これは、 $t_r = 8.5$ の場合は $y/M_{eff} = 0$ で U が下に凸の極値を持つのにに対し、 $t_r = 15.0$ の場合は $y/M_{eff} = 0$ で上に凸の極値を持つことに起因する。この違いの要因として、 t_r を高めることで上流 (図2では、 $x/M_{eff} = 32, 64$) において $y/M_{eff} = 0$ での U の極値が高くなることが挙げられる。これは、 t_r が高まったことで $j = 0$ の最大格子の内側を通り抜ける流体が加速されるためであると推測される。なお、本計算では代表長さスケールとして有効格子間隔 M_{eff} を用いており、 M_{eff} は t_r の関数ではないので、 t_r が変化した場合にもフラクタル格子の実空間での大きさは変化しない点に注意されたい。次に、 $t_r = 8.5$ とし σ を 0.36 (図2(a)) から 0.44 (図2(c)) に増加させた場合に注目すると、 σ を増加させることで、平均流の一様性が高まることわかる。

以上の結果から、平均流の一様性は t_r と σ と強く関係しており、 t_r と σ が大きい場合に平均流の一様性が高まることがわかった。

5.2 変動 rms 値の一様等方性

5.2.1 rms 速度の鉛直方向分布 図 3 に、 $x/M_{eff} = 32, 64$ および 96 かつ $z/M_{eff} = 0$ における主流方向 rms 速度 u_{rms} の y 方向分布を示す。ここで、 u_{rms} は流入流速 U_0 で無次元化されている。まず、 σ を一定とし t_r を 8.5 (図 3(a)) から 15.0 (図 3(b)) に増加させた場合に注目する。この場合、 $x/M_{eff} = 32$ においては一様性が低下するが、 $x/M_{eff} = 64, 96$ では $t_r = 8.5$ の場合よりも一様性が高いことがわかる。次に、 $t_r = 8.5$ とし σ を 0.36 (図 3(a)) から 0.44 (図 3(c)) に増加させた場合に注目する。この場合、 $x/M_{eff} = 32$ においては $\sigma = 0.36$ の場合よりも速度変動の一様性が低い。しかし、下流の $x/M_{eff} = 64, 96$ においては $\sigma = 0.36$ の場合と同等の一様性が得られていることがわかる。

以上の結果から、 t_r および σ によらず、下流では変動の一様性が高いことがわかる。しかし、 σ の増加は上流 ($x/M_{eff} = 32$) での速度変動を大きく変化させることが確認された。この違いは、下流での乱流特性に影響を及ぼすことが推測される。

5.2.2 大スケールの異方性 大スケールの異方性の指標となる u_{rms}/v_{rms} ⁽¹⁰⁾ を図 4 に示す。ここで、流れ場の対称性から $u_{rms}/v_{rms} = u_{rms}/w_{rms}$ である。まず、 σ を一定とし t_r を 8.5 から 15.0 に増加させた場合 (Run FGT1) に注目する。この場合、 $x/M_{eff} < 70$ 程度においては $t_r = 8.5$ の場合 (Run FGT0) と同程度の一様性を示す。しかし、下流の $x/M_{eff} > 70$ 程度においては値が増加し、大スケールの異方性が高まることがわかる。次に、 t_r を一定とし σ を 0.36 から 0.44 とした場合 (Run FGT2) に注目する。この場合、 $x/M_{eff} < 50$ 程度では u_{rms}/v_{rms} の値が大きく、大スケールの異方性が高いものの、この異方性は下流に進むにつれて改善され、 $x/M_{eff} > 50$ 程度においては $\sigma = 0.36$ の場合と同程度の一様性となることがわかる。

正格子乱流においては、縮流等を用いない場合には $u_{rms}/v_{rms} = 1.1 \sim 1.4$ 程度である ⁽¹⁰⁾。本研究では、いずれの場合も下流で $u_{rms}/v_{rms} = 1.13 \sim 1.18$ であることから、フラクタル格子乱流における大スケールの等方性は従来の格子乱流と同等であることがわかる。

5.3 輸送方程式 $\langle u_i^2 \rangle$ の輸送方程式を用いて流れ場の一様等方性に関する検討を行う。 $\langle u_i^2 \rangle$ の輸送方程式を以下に示す。

$$\frac{D\langle u_i^2 \rangle}{Dt} = P_{ii} + T_{ii} + \phi_{ii} + \psi_{ii} + D_{ii} + \varepsilon_{ii} \quad (1)$$

Fig. 4 Streamwise variations of u_{rms}/v_{rms}

Fig. 5 Streamwise variations of P_{11}

Fig. 6 Streamwise variations of $-P_{11}/\varepsilon_{11}$

ここで、 $P_{ii}, T_{ii}, \phi_{ii}, \psi_{ii}, D_{ii}$ および ε_{ii} はそれぞれ生成項、乱流拡散項、圧力歪み相関項、圧力拡散項、粘性拡散項および散逸項である。ただし、本研究で対象とした流れ場では $T_{ii} \approx 0, \psi_{ii} \approx 0, D_{ii} \approx 0$ であることを確認している。 $C_{11}, P_{11}, \phi_{11}$ および ε_{11} を以下に示す。ここで、 k について総和規約を適用する。

$$P_{11} = -2\langle uu_k \rangle \frac{\partial U}{\partial x_k} \quad (2)$$

$$\phi_{11} = -2\left\langle p \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle \quad (3)$$

$$\varepsilon_{11} = -\frac{2}{Re_M} \left\langle \frac{\partial u}{\partial x_k} \frac{\partial u}{\partial x_k} \right\rangle \quad (4)$$

5.3.1 生成項 P_{11} による検討 図5に生成項 P_{11} (式(2))の x 方向変化を、図6に P_{11} と $-\varepsilon_{11}$ の比 $-P_{11}/\varepsilon_{11}$ の x 方向変化をそれぞれ示す。図5より、全ての場合について x/M_{eff} が増加するに従い P_{11} が減少することがわかる。また、下流では $\sigma = 0.44$, $t_r = 8.5$ の場合 (Run FGT2) に最も P_{11} が小さいことがわかる。 $-P_{11}/\varepsilon_{11}$ については、 $\sigma = 0.36$ の場合には t_r によらず上流から $x/M_{eff} = 50 \sim 60$ までは絶対値が単調に減少し、その下流では単調に増加する。これは、図2の平均流速分布から推測されるように、 $\sigma = 0.36$ の場合には下流においても速度こう配が残っているためであると考えられる。一方、 $\sigma = 0.44$, $t_r = 8.5$ の場合 (Run FGT2) には、 $x/M_{eff} < 60$ 程度において $|P_{11}/\varepsilon_{11}|$ が単調に減少し、その下流において概ね一定となることがわかる。

以上より、 t_r を大きくすることで $|P_{11}/\varepsilon_{11}|$ は0に近づくが、その違いはわずかであることがわかる。一方、 $\sigma = 0.36$ の場合 (Runs FGT0, FGT1) には、下流において $|P_{11}/\varepsilon_{11}|$ が増加していくのに対し、 σ を大きい値とすることで $|P_{11}/\varepsilon_{11}|$ を小さくすることが可能となる。このことから、 σ は t_r よりも P_{11} に及ぼす影響が大きいことが示唆される。また、 σ の値を最適化することで、 $|P_{11}/\varepsilon_{11}|$ をより小さい値にできる可能性が推測される。なお、全てのケースにおいて、 $x/M_{eff} \geq 30$ において $P_{22}/\varepsilon_{22} (= P_{33}/\varepsilon_{33}) \simeq 0$ であった (紙面の都合上図を省略する)。

5.3.2 圧力歪み相関項 ϕ_{11} による検討 図7に、圧力歪み相関項 ϕ_{11} (式(3))と散逸項 ε_{11} (式(4))の比 $\phi_{11}/\varepsilon_{11}$ の主流方向変化を示す。ここで、流れが等方性である時には $\phi_{ii} = 0$ (i について総和規約をとらない) となる。また、非圧縮性より $\sum_k \phi_{kk} = 0$ 、流れの対称性より $\phi_{22} = \phi_{33}$ である。したがって、 $-\phi_{11} = \frac{1}{2}\phi_{22} = \frac{1}{2}\phi_{33}$ である点に注意されたい。

まず、 $\sigma = 0.36$, $t_r = 8.5$ の場合 (Run FGT0) に注目する。この場合、下流 ($x/M_{eff} > 60$ 程度) において $\phi_{11}/\varepsilon_{11}$ が単調増加する。すなわち、 $\langle u_1^2 \rangle$ から $\langle u_2^2 \rangle$ および $\langle u_3^2 \rangle$ へ伝わる ε_{11} 基準のエネルギー量が単調増加する。 σ を一定とし t_r を8.5から15.0に増加させた場合 (Run FGT1) には、下流 ($x/M_{eff} > 60$) において $\phi_{11}/\varepsilon_{11}$ が減少するが、 x 方向に単調増加する性質は変わらないことがわかる。一方、 t_r を一定とし σ を0.36から0.44とした場合 (Run FGT2) は、 $\phi_{11}/\varepsilon_{11}$ の値が $x/M_{eff} > 40$ で全体的に小さくなる。さらに、下流 ($x/M_{eff} > 80$ 程度) では $\phi_{11}/\varepsilon_{11}$ が概ね一定となり、単調増加しない。これらの違いの要因を、先述の $-P_{11}/\varepsilon_{11}$ (図6) に注目して考える。図6より、 $\sigma = 0.36$ の場合は $\sigma = 0.44$

Fig. 7 Streamwise variations of $\phi_{11}/\varepsilon_{11}$ Fig. 8 Streamwise variations of $-\phi_{11}/P_{11}$ Fig. 9 Streamwise variations of k

の場合よりも粘性散逸に対する乱流生成量が多い。したがって、圧力歪み相関項によって再分配されるべきエネルギーが多く、この違いが $\phi_{11}/\varepsilon_{11}$ の違いの要因の1つであると考えられる。

$-\phi_{11}$ (式(3))と P_{11} (式(2))の比 $-\phi_{11}/P_{11}$ の主流方向変化を図8に示す。まず、 $\sigma = 0.36$, $t_r = 8.5$ (Run FGT0) および $\sigma = 0.36$, $t_r = 15.0$ (Run FGT1) の場合に注目する。この場合、 $x/M_{eff} < 60$ 程度においては $|\phi_{11}/P_{11}|$ は緩やかに単調増加するのに対し、 $x/M_{eff} > 60$ 程度においては緩やかに単調減少し、エネルギーの再分配量の絶対値に対する平均流による乱流生成量が増

加することがわかる。この傾向は、 t_r を 8.5 から 15.0 に増加させた場合 (Run FGT1) でも同様に確認される。一方、 σ を 0.36 から 0.44 とした場合 (Run FGT2) には、 $x/M_{eff} < 80$ 程度において $|\phi_{11}/P_{11}|$ が単調増加し、その下流では概ね一定となることがわかる。この結果から、 σ を 0.36 から 0.44 とすることで、変動の等方向性が高まることが確認される。

5.4 フラクタル格子乱流の性質

5.4.1 乱流エネルギー 図 9 に、乱流エネルギー ($k = \frac{1}{2}\langle u_k^2 \rangle$) の主流方向変化を示す。まず、 σ を一定とし t_r を 8.5 から 15.0 に増加させた場合 (Run FGT1) に注目する。この場合、上流 ($x/M_{eff} < 30$) において k はわずかに小さくなる。しかし、下流 ($x/M_{eff} > 30$) においては、 $t_r = 8.5$ の場合 (Run FGT0) と同程度の値を示し、減衰指数も同程度である。次に、 t_r を一定とし σ を 0.36 から 0.44 とした場合 (Run FGT2) に注目すると、全領域において k がより大きな値を示す。また、下流 ($x/M_{eff} > 40$) において $\sigma = 0.36$ の場合よりも高い減衰指数で減衰することがわかる。この結果は、図 6 に示した $-P_{11}/\varepsilon_{11}$ の結果とも矛盾しない。

5.4.2 積分長さスケール 図 10 に、 M_{eff} で無次元化された x 方向積分長さスケール L_{ux} の主流方向変化を示す。まず、 σ は同一であり、 t_r が 8.5 と 15.0 の場合 (Runs FGT0, Run FGT1) に注目する。 $t_r = 8.5$ の場合、 $x/M_{eff} > 50$ 程度において $L_{ux} \simeq 1.65$ であり、かつ x/M_{eff} に対して一定に近い分布となることがわかる。この値および性質は、 $\sigma = 0.25, t_r = 8.5 \sim 17.0$, $x/M_{eff} > 67$ において $L_{ux} \simeq 1.62 \sim 1.96$ であることを示した過去の実験結果⁽²⁾と概ね一致する。一方、 t_r を 8.5 から 15.0 に増加させると、 L_{ux} が x/M_{eff} に対して一定の分布にならないことがわかる。このことから、 t_r の値と L_{ux} の値が関係していることが示唆される。次に、 t_r を一定とし σ を 0.36 から 0.44 とした場合 (Run FGT2) に注目すると、 L_{ux} の値が大きくなり、かつ $\sigma = 0.36, t_r = 15.0$ の場合と同様に、下流方向に増加し、 L_{ux} が x/M_{eff} に対して一定の分布にならないことがわかる。この結果より、フラクタル格子乱流の特徴の一つとされる L_{ux} の x/M_{eff} に対する不変性が σ および t_r の値と強く関係していることが示唆される。

5.4.3 Taylor のマイクロスケール 過去の実験により、Taylor のマイクロスケールが主流方向に一定となることが、フラクタル格子乱流の特徴として報告されている⁽²⁾。図 11 に主流方向 Taylor のマイクロスケール λ の主流方向変化を示す。図 11 より、本研究で得られた λ はいずれも場合も x 方向に一定とならず、単調に増加する。また、傾きに対する σ および

Fig. 10 Streamwise variations of L_{ux}

Fig. 11 Streamwise variations of λ

Fig. 12 Streamwise variations of Re_λ

t_r の依存性がほとんど見られないことがわかる。この結果は、通常の正方格子を用いた既往研究と定性的に一致するが、フラクタル格子を用いた過去の実験結果 ($Re_M \simeq 12,300 \sim 33,400$)⁽²⁾とは一致しない。一方、この結果は、 Re_M を変化させて実験を行い、 λ の主流方向変化が Re_M の影響を強く受けることを示した Mazellier & Vassilicos の結果⁽³⁾とも定性的に一致する。

5.4.4 乱流レイノルズ数 乱流レイノルズ数 Re_λ の主流方向変化を図 12 に示す。まず、 σ を一定とし t_r を 8.5 から 15.0 に増加させた場合 (Run FGT1) に注目すると、分布の定性的な傾向は変わらないものの、値が 30% 程度低下する。次に、 t_r を一定とし σ

を0.44とした場合 (Run FGT2) に注目すると, 上流部 ($x/M_{eff} < 80$) において Re_λ が大幅に大きくなるのに対し, 下流では $\sigma = 0.36$ の場合と同程度の値 ($Re_\lambda \approx 80$) となる. この Re_λ の値は同じ Re_M を有する従来の格子乱流 ($Re_\lambda \approx 20$)⁽⁷⁾ に比べて非常に大きく, いずれのフラクタル格子によっても高 Re_λ の乱流が実現されていることがわかる.

5.5 大スケールの間欠性 図13に x 方向速度変動の歪度 $S_u (= \langle u^3 \rangle / \langle u^2 \rangle^{3/2})$ および尖度 $F_u (= \langle u^4 \rangle / \langle u^2 \rangle^2)$ の主流方向変化を示す. 流れ場の対称性から $S_{u_i} = 0$ ($i = 2, 3$) である. 図13より, いずれの場合も下流 ($x/M_{eff} > 90$) では $S_u \approx 0.05$ となることがわかる. S_u がわずかに正の値となることは, 過去の実験結果とも一致する. F_u については, いずれの場合においても下流では $F_u \approx 3$ であることが確認される. また紙面の都合上示さないが, 下流においては $F_v = F_w \approx 3$ であった. 以上の結果から, square型フラクタル格子乱流は十分下流において $S_u \approx 0.05, F_u \approx 3$ であり, t_r および σ の違いによる変化が少ないことがわかる.

5.5.1 小スケールの間欠性 図14および図15に速度変動空間勾配の歪度 S_{x_i} および尖度 F_{x_i} をそれぞれ示す. ここで, S_{x_i} および F_{x_i} は以下で定義される.

$$S_{x_i} = \frac{\langle (\partial_{x_i} u_i)^3 \rangle}{\langle (\partial_{x_i} u_i)^2 \rangle^{3/2}}, F_{x_i} = \frac{\langle (\partial_{x_i} u_i)^4 \rangle}{\langle (\partial_{x_i} u_i)^2 \rangle^2} \quad (5)$$

一般に, $i = 2, 3$ に対する $-S_{x_i}, F_{x_i}$ の実験的な評価は困難を伴う. また, 一般に $-S_{x_i} > 0, F_{x_i} > 3$ であり, 速度変動の空間勾配が正規分布に従わないことは広く知られている.

まず, 図14に示す $-S_x$ および $-S_y$ について述べる. $-S_x$ と $-S_y$ に及ぼす t_r と σ の影響は小さく, $x/M_{eff} = 100$ において $-S_x = 0.25 \sim 0.3, -S_y \approx 0.55$ である. また, $-S_y$ については x/M_{eff} に対する変化が非常に小さいことがわかる. これら値について, 本研究においては下流において $Re_\lambda \approx 80$ であることを考慮すると, $-S_x$ は格子乱流を対象として得られた $Re_\lambda \approx 80$ での値 ($-S_x \approx 0.25$)⁽¹³⁾, $-S_y$ は一様等方性乱流を対象として得られた $Re_\lambda \approx 61$ での値 ($-S_x = 0.495$)⁽¹⁴⁾ および $Re_\lambda \approx 94$ での値 ($-S_x = 0.520$)⁽¹⁴⁾ と同程度である.

次に, 図15に示す F_x および F_y について述べる. 通常の乱流場では $Re_\lambda \approx 80$ においては $F_x \approx 4.5$ であることが報告されている⁽⁹⁾が, フラクタル格子乱流場でも概ね同程度の値であることがわかる. また, $x/M_{eff} > 80$ の下流域では F_x と F_y がいずれの場合も概ね一定の値となることがわかる. t_r を一定とし σ を増加させた場合 (Run FGT2) には, F_x, F_y 共に $\sigma = 0.36$ の場合 (Runs FGT0, FGT1) よりもわずかに低い値となることがわか

Fig. 13 Streamwise variations of S_u and F_u

Fig. 14 Streamwise variations of $-S_x$ and $-S_y$

Fig. 15 Streamwise variations of F_x and F_y

る. 図12に示したように, $\sigma = 0.36, t_r = 8.5$ の場合 (Run FGT0) と $\sigma = 0.44, t_r = 8.5$ の場合 (Run FGT2) では $x/M_{eff} = 100$ での Re_λ がほぼ同値である. このことから, σ を増加させることで, 小スケールの間欠性が低下することがわかる. また, この傾向は x 方向よりも y 方向で顕著である.

6. 結 論

三次元直接数値計算 (DNS) を用いて, square型フラクタル格子乱流に与える格子パラメータ (格子厚さ比 t_r および閉塞率 σ) の影響を $Re_M = 2,500$ において調べた. 本研究で得られた主な結果は以下の通りである.

1. 平均速度分布および $\langle u^2 \rangle$ の輸送方程式の乱流生成項を用いて、平均流の一様性とそれに及ぼす格子パラメータの影響を調べた。その結果、 t_r を増加させるよりも、 σ を増加させるほうが平均流の一様性を高める上で効果的であることがわかった。従来の実験では σ の影響については調べられていないことから、フラクタル格子乱流の一様性の向上を図る場合の指針として重要である。
 2. u_{rms}/v_{rms} および $\langle u^2 \rangle$ の輸送方程式の圧力歪み相関項を用いて、速度変動の一様等方性と格子パラメータの関係を調べた。その結果、 t_r を増加させるよりも、 σ を増加させるほうが、変動の一様等方性を高める上で効果的であることがわかった。
 3. 積分長さスケールについて、 $\sigma = 0.36$, $t_r = 8.5$ の場合は主流方向に概ね一定となるのに対し、 $\sigma = 0.36$, $t_r = 15.0$ および $\sigma = 0.44$, $t_r = 8.5$ の場合は下流でも一定とならず概ね単調に増加した。このことから、フラクタル格子乱流の性質の一つとされる積分長さスケールの主流方向不変性は σ および t_r の値と密接に関係していることが示唆された。一方、Taylor マイクロスケールについては、 t_r および σ によらず主流方向に単調増加した。
 4. $\partial_x u$ および $\partial_y v$ の歪度および尖度を評価した結果、歪度および尖度とも $\partial_x u$ と $\partial_y v$ で値が異なり、 $\partial_y v$ は $\partial_x u$ よりも間欠性が強いことがわかった。また、 σ を増加させると、間欠性が低下した。この傾向は $\partial_x u$ よりも $\partial_y v$ において顕著であった。
- 以上の結果は、フラクタル格子の工学的応用において重要な設計指針を与えるものである。

謝 辞

本研究は、独立行政法人日本学術振興会と英国 RS の二国間交流事業 (共同研究) および東北大学流体科学研究所における公募共同研究により行われた。また、本研究の一部は、科研費 (22360076, 22360077) および学術振興会特別研究員 (PD) に対する特別研究員奨励費 (20008010) の援助を受けて行われた。

文 献

- (1) Hurst, D. and Vassilicos, J. C., Scalings and Decay of Fractal-Generated Turbulence, *Physics of Fluids*, Vol.19 (2007), 035103.
- (2) Seoud, R. E. and Vassilicos, J. C., Dissipation and Decay of Fractal-Generated Turbulence, *Physics of Fluids*, Vol.19 (2007), 105108.
- (3) Mazellier, N. and Vassilicos, J. C., Turbulence without Richardson-Kolmogorov Cascade, *Physics of Fluids*, Vol.22 (2010), 075101.
- (4) Pearson, B. R., Krogstad, P.-Å and van de Water, W., Measurements of the Turbulent Energy Dissipation Rate, *Physics of Fluids*, Vol.14 (2002), pp.1288-1290.
- (5) Suzuki, H., Nagata, K., Sakai, Y. and Hayase, T., Direct Numerical Simulation of Regular and Fractal-Grid Turbulence Using the Immersed Boundary Method and Fully Conservative Higher-Order Finite-Difference Schemes, *International Review of Physics*, (2010), in press.
- (6) Fadlun, E. A., Verzicco, R., Orlandi, P. and Mohd-Yusof, J., Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations, *Journal of Computational Physics*, Vol.161, Issue 1 (2000), pp.35-60.
- (7) Suzuki, H., Nagata, K., Sakai, Y., Hayase, T. and Kubo, T., Turbulence Structure of Multiscale Generated Turbulence by Fractal Grids and Scalar Transfer Mechanism (1st Report, DNS on the Effect of Fractal Shapes on Turbulent Flow Field), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.75, No.755 (2009), pp.1387-1394.
- (8) Laizet, S., Lamballais, E. and Vassilicos, J. C., A Numerical Strategy to Combine High-Order Schemes, Complex Geometry and Massively Parallel Computing for the DNS of Fractal Generated Turbulence, *Computers & Fluids*, Vol.39, No.3 (2010), pp.471-484.
- (9) Sreenivasan, K. R. and Antonia, R. A., The Phenomenology of Small-Scale Turbulence, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol.29 (1997), pp.435-472.
- (10) Comte-Bellot, G. and Corrsin, S., The Use of a Contraction to Improve the Isotropy of Grid-Generated Turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.25 (1966), pp.657-682.
- (11) Nagata, K. and Komori, S., The Difference in Turbulent Diffusion between Active and Passive Scalars in Stable Thermal Stratification, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.430 (2001), pp.361-380.
- (12) Suzuki, H., Nagata, K., Sakai, Y., Hayase, T. and Kubo, T., Improvement of the DNS of Turbulent Channel Flow Using the Finite Difference Method (Introduction of the Compact Scheme to the Viscous Terms for High Spatial Resolution in the Dissipation Range), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.75, No.752 (2009), pp.642-649.
- (13) van Atta, C. W. and Antonia, R. A., Reynolds Number Dependence of Skewness and Flatness Factors of Turbulent Velocity Derivatives, *Physics of Fluids*, Vol.2 (1980), pp.252-257.
- (14) Jimenez, J., Wray, A. A., Saffman, P. G. and Rogallo, R. S., The Structure of Intense Vorticity in Homogeneous Isotropic Turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.255 (1993), pp.65-90.