スマートモードセンサによる波動フィルタを基調とした 薄肉矩形平板のフィードフォワード型波動制御に関する研究*

岩本 宏之^{*1}, 田中 信雄^{*2}, 多嘉良 佑介^{*3}

Active Feedforward Wave Control of a Rectangular Panel Using a Wave Filter Constructed with Smart Mode Sensors

Hiroyuki IWAMOTO^{*1}, Nobuo TANAKA and Yusuke TAKARA

^{*1} Tokyo Metropolitan Univ. Dept. of Aerospace Engineering
Asahigaoka 6-6, Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

This paper is concerned with an active wave control method of a rectangular panel. It is the purpose of this paper to present a wave filtering method for the panel using smart modal sensors and its application to an adaptive feedforward control system. Firstly, a wave solution of a rectangular panel is derived to describe the wave dynamics of the structure. This is followed by the proposition of the design procedure of the wave filter using smart mode sensors. Then, from a viewpoint of numerical analyses, accuracy of the proposed method is verified using condition numbers of a filtering matrix. Furthermore, a multi-rate technique is introduced for approximation of the sub-filters in the wave filter, which reduces the computational burden. Finally, experiment on an adaptive feedforward control system using the proposed method is carried out. It is found that the reflected wave absorbing control enables the inactivation of vibration modes.

Key Words : Active Wave Control, Wave Filter, Rectangular Panel, Smart Mode Sensor, Multi-Rate Technique

1. 緒 言

フィードフォワード・フィードバックを問わず、これまでに多くの能動振動制御法が提案されてきたが、その主流は振動モードの重量によるモデル化を基礎とするものであった⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。これに対し、近年、波動解析を基調とした波動制御法に関する研究が注目を集めている⁽⁵⁾⁻⁽¹⁷⁾。当該手法は、振動モードの生成メカニズムに踏み込み、振動モードの構成要素である波動を除去することで、振動モードの不活性化や無振動状態の生成といったユニークな制御効果を得ることができる。これまでに提案された波動制御法を総括すると、Vaughan が終端インピーダンス制御を提唱したのに始まり⁽⁵⁾、von Flotow らが慣性力型制振器を片持ちはりの先端に設置し、波動制御系の実現を試みている⁽⁶⁾。また、Tanaka らは有限はりに半無限はりの特性を与えることを主眼としたアクティブ・シンク法を提案し、当該手法の有用性を理論と実験の両面から立証している⁽⁷⁾。さらに、著者らは波動制御理論を二次元問題に拡張し、薄肉矩形平板を対象としたフィードフォワード型波動制御法を提案し、平板が変位を拘束するような境界条件を有する場合には、柔軟はりと同様の制御効果が得られることを数値解析により明らかにした⁽⁸⁾。

一般に、フィードフォワード制御系はモデル化誤差に脆弱であることから、その実現の際には filtered-x LMS アルゴリズムに代表される適応制御手法⁽¹⁸⁾を用いる場合が多い。当該手法は現場で入手した誤差信号を最小化するものであるため、波動制御系を構築するためには、構造物中を伝播する波動の情報を入手する手法、すなわち、波動フィルタリング法が必須となる。これまでに提案された波動フィルタリング法を総括すると、ポイントセン

* 原稿受付 2010 年 10 月 21 日

^{*1} 正員, 首都大学東京 システムデザイン学部 (〒191-0053 東京都日野市旭が丘 6-6)

^{*2} 正員, フェロー, 首都大学東京 システムデザイン学部

^{*3} 首都大学東京大学院 システムデザイン研究科 (現 (株)エステック)

E-mail: hiwamoto@sd.tmu.ac.jp

サを用いるものとスマートセンサを用いるものに大別される。前者は柔軟はりにおける振動インテンシティ計測に端を発しており⁽¹⁰⁾、その後、制御用センサとして著者ら⁽⁹⁾⁽¹¹⁾および Halkyard ら⁽¹²⁾が、柔軟はりや薄肉矩形平板を対象とする波動フィルタリング法を提案し、その有用性を実証している。一方、スマートセンサを基調とした手法としては、著者らが、波動伝播を計測するスマートセンサのシェーピング関数が複素指数関数によって表現されることを見出し、単一周波数のみを対象とした手法を提案している⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。また、その発展型として、ある一定のバンド幅に対応できるフェイズシフタを導入することで、帯域制限されたランダムノイズにも対応可能な波動制御系を構築し、その有用性を実証している⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。

スマートセンサを基調とした手法⁽¹⁴⁾⁽¹⁷⁾の問題点は、シェーピング関数が周波数に依存することである。したがって、当該手法においては、理論的に 100% の精度で波動計測が行えるのはあらかじめ設定した単一周波数のみとなる（ただし、上記の通り、ある周波数帯域に対応するフェイズシフタを導入すれば、当該帯域においてのみ、ある程度の精度で波動計測は行える）。これに対して、ポイントセンサを基調とした手法においては、このような問題に直面することはない。しかし、矩形平板を対象とする場合⁽¹¹⁾、計測対象となる波動が属する振動モード群をフィルタリングするのに多数のセンサが必要になる。

そこで、本論文では波動フィルタのスマート化・簡素化を志向し、複数個の一次元スマートモードセンサを導入することで、対象となる振動モード群を異なる点において比較的簡素にフィルタリングし、さらに各センサ出力に適切な信号処理を与える事で、当該モード群に属する波動をセンシングする手法を提案する。まず、本論文は薄肉矩形平板の波動解を導出することから始め、次いで、対象のモード群の情報のみを抽出する一次元スマートモードセンサを基調とした場合のフィルタリング方程式を明らかにする。次に、マトリクスの条件数の観点から提案手法の精度を評価し、最適な計測点がセンサ領域の中心にあることを明らかにする。さらに、波動フィルタを構成するサブフィルタの近似においては、マルチレート信号処理の手法⁽²⁰⁾を導入することで、計算負荷の低減が可能であることを明らかにする。最後に、当該フィルタをエラーセンサとする適応フィードフォワード型波動制御系を構築し、当該手法の有用性を実証する。

2. スマートセンサによる波動フィルタリング法

本章では、スマートモードセンサによる波動フィルタの設計法を明らかにする。まず、薄肉矩形平板の波動解を導出する。当該構造物の運動方程式は次のように記述される。

$$D\nabla^2\nabla^2w(x,y,t)+\rho h\frac{\partial^2w(x,y,t)}{\partial t^2}=f(x,y,t) \quad (1)$$

ただし、 D は曲げ剛性、 ∇^2 はラプラス演算子、 ρ は密度、 h は厚さ、 f は外力を表す。ここで、外力が角振動数 ω での調和入力の場合、平板の変位は $w(x,y,t)=w(x,y)e^{i\omega t}$ のように変数分離される。次に、 y 方向の固有関数成分 $\varphi_{y,n}(y)$ が周期的であると仮定すると、 $w(x,y)$ はモードの展開定理をベースに、次のように記述される。

$$w(x,y)=\sum_{m,n=1}^{\infty}w_{x,m}(x)\varphi_{y,n}(y) \quad (2)$$

ただし、

$$\frac{d^2\varphi_{y,n}(y)}{dy^2}=-\beta_n^2\varphi_{y,n}(y) \quad (3)$$

ここで、 β_n は y 方向の波数を表す。一般に、矩形平板の振動モードは、式(2)より (m,n) モードと呼ばれる。次に、式(2)、(3)を式(1)の斉次方程式に代入すると次のようになる。

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{d^4 w_{x,m}(x)}{dx^4} - 2\beta_n^2 \frac{d^2 w_{x,m}(x)}{dx^2} + (\beta_n^4 - k^4) w_{x,m}(x) \right\} = 0 \quad (4)$$

ただし,

$$k^4 = \rho h \omega^2 / D \quad (5)$$

式(4)において, x 方向の波動解がモードの重ね合わせで表現されていると考え, $w_x(x) = \sum_{m=1}^{\infty} w_{x,m}(x)$ とし, これを解くと次のようになる.

$$w_x(x) = c_{1,n} e^{a_n x} + c_{2,n} e^{b_n x} + c_{3,n} e^{-a_n x} + c_{4,n} e^{-b_n x} \quad (6)$$

ただし, $c_{1,n}$, $c_{2,n}$, $c_{3,n}$, $c_{4,n}$ は外力, 境界条件, 加振周波数などによって決定される係数である. さらに, a_n および b_n は次のように記述される.

$$a_n = \sqrt{\beta_n^2 + k^2}, \quad b_n = \sqrt{\beta_n^2 - k^2} \quad (7)$$

上式より明らかなように, b_n はある周波数を超えると虚数となり, その結果, 式(6)の右辺第2項と第4項は進行波成分になる. したがって, 加振周波数がある一定の値以上にならないと, 構造物中に進行波が伝播しないことになる. この場合の周波数を cut-on 周波数といい, 次式のように定義される.

$$\omega_{c,n} = \sqrt{D / \rho h} \beta_n^2 \quad (8)$$

次に, 式(6)を式(2)に代入すると, 薄肉矩形平板の波動解が次のように求まる.

$$w(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(c_{1,n} e^{a_n x} + c_{2,n} e^{b_n x} + c_{3,n} e^{-a_n x} + c_{4,n} e^{-b_n x} \right) \varphi_{y,n}(y) \quad (9)$$

上式より明らかなように, x 方向のモード成分は進行波解という形式に束ねられ, 各波動項は y 方向の固有関数成分の指数 n に依存する.

次に, 図1に示されるように, $L_x \times L_y$ の薄肉矩形平板に形状関数 $F(y)$ でシェーピングされた N 個の PVDF センサ (Polyvinylidene fluoride, ポリフッ化ビニリデン)⁽²¹⁾ が y 軸に平行に貼付されている場合を考える. この場合, i 番目の PVDF センサの電荷出力は次のように記述される.

$$q_i = \Gamma \int_0^{L_y} \int_{x_i}^{x_i + F(y)} \left(e_{31} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right) dx dy \quad (10)$$

ただし, Γ はセンサ定数, e_{31} と e_{32} はそれぞれ x 方向と y 方向に関する圧電応力定数であり, 本論文では, センサによらず一定であるものとする. 次に, 式(10)に式(9)を代入すると次のようになる.

$$q_i = \Gamma \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{L_y} \int_{x_i}^{x_i + F(y)} \left(\varepsilon_a c_{1,n} e^{a_n x} + \varepsilon_b c_{2,n} e^{b_n x} + \varepsilon_a c_{3,n} e^{-a_n x} + \varepsilon_b c_{4,n} e^{-b_n x} \right) \varphi_{y,n}(y) dx dy \quad (11)$$

Fig. 1 Rectangular panel attached with smart sensor shaped along the y axis

ただし,

$$\varepsilon_{a,n} = e_{31}a_n^2 - e_{32}\beta_n^2, \quad \varepsilon_{b,n} = e_{31}b_n^2 - e_{32}\beta_n^2 \quad (12)$$

ここで, $F(y) \ll 1/|b_n|$ とすると (cut-on 周波数以上においては, $1/|b_n|$ は波長に対応する), 有限差分近似の公式を用いることで, 式(11)は次のように近似できる.

$$q_i \approx \Gamma \sum_{n=1}^{\infty} \left(\varepsilon_a c_{1,n} e^{a_n x_i} + \varepsilon_b c_{2,n} e^{b_n x_i} + \varepsilon_a c_{3,n} e^{-a_n x_i} + \varepsilon_b c_{4,n} e^{-b_n x_i} \right) \int_0^{L_y} F(y) \varphi_{y,n}(y) dy \quad (13)$$

次に, 式(13)にモードの直交性を適用することで, y 方向モードのうち特定のモード成分のみを抽出することを考える. y 方向のモード成分に関する正規直交性は次式で表される.

$$\int_0^{L_y} \varphi_{y,p}(y) \varphi_{y,q}(y) dy = \delta_{pq} \quad (14)$$

ただし, δ はクロネッカーのデルタ関数を表す. 式(14)を用いることで, p 次のモードに対するスマートモードセンサが設計できる. すなわち, センサの形状関数を $d\varphi_{y,p}(y)$ とおくと, 式(13)は次のようになる.

$$q_i = \gamma_{1,p} c_{1,p} e^{a_p x_i} + \gamma_{2,p} c_{2,p} e^{b_p x_i} + \gamma_{1,p} c_{3,p} e^{-a_p x_i} + \gamma_{2,p} c_{4,p} e^{-b_p x_i} \quad (15)$$

ただし,

$$\gamma_{1,p} = \Gamma d \left(e_{31} a_p^2 - e_{32} \beta_p^2 \right) \quad (16)$$

$$\gamma_{2,p} = \Gamma d \left(e_{31} b_p^2 - e_{32} \beta_p^2 \right) \quad (17)$$

また, d は形状関数 $F(y)$ の振幅を表しており, 十分に小さな値とする. 式(15)より明らかなように, スマートモードセンサを用いることで, y 方向の変位成分がキャンセルされ, 進行波解に関する成分のみが抽出されているのがわかる.

次に, x 方向に伝播する波動成分のフィルタリング法を示す. 一般に, 構造物中を伝播する波動をフィルタリングするには, 複数個のセンサを使用し, それらの出力を信号処理する必要がある. すなわち, 式(15)に示され

るように、スマートモードセンサの出力式には4つの波動項が存在するので、それらを正確にフィルタリングするには最低4本のスマートセンサが必要になる。本論文では、形状関数 $d\phi_p(y)$ でシェーピングされた4本のスマートセンサが矩形平板に等間隔に貼付されている場合を考える。センサ間隔を $2L_s$ 、計測点 x_0 をセンサアレイの中間点とすると、各センサの電荷出力は次のように表される。

$$q_1 = \gamma_{1,p} c_{1,p} e^{a_p(x_0-3L_s)} + \gamma_{2,p} c_{2,p} e^{b_p(x_0-3L_s)} + \gamma_{1,p} c_{3,p} e^{-a_p(x_0-3L_s)} + \gamma_{2,p} c_{4,p} e^{-b_p(x_0-3L_s)} \quad (18)$$

$$q_2 = \gamma_{1,p} c_{1,p} e^{a_p(x_0-L_s)} + \gamma_{2,p} c_{2,p} e^{b_p(x_0-L_s)} + \gamma_{1,p} c_{3,p} e^{-a_p(x_0-L_s)} + \gamma_{2,p} c_{4,p} e^{-b_p(x_0-L_s)} \quad (19)$$

$$q_3 = \gamma_{1,p} c_{1,p} e^{a_p(x_0+L_s)} + \gamma_{2,p} c_{2,p} e^{b_p(x_0+L_s)} + \gamma_{1,p} c_{3,p} e^{-a_p(x_0+L_s)} + \gamma_{2,p} c_{4,p} e^{-b_p(x_0+L_s)} \quad (20)$$

$$q_4 = \gamma_{1,p} c_{1,p} e^{a_p(x_0+3L_s)} + \gamma_{2,p} c_{2,p} e^{b_p(x_0+3L_s)} + \gamma_{1,p} c_{3,p} e^{-a_p(x_0+3L_s)} + \gamma_{2,p} c_{4,p} e^{-b_p(x_0+3L_s)} \quad (21)$$

さらに、上式群をマトリクス形式にまとめると次のようになる。

$$\mathbf{q} = \mathbf{L}_p(\omega) \mathbf{w}_p(x_0) \quad (22)$$

ただし、

$$\mathbf{q} = (q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4)^T \quad (23)$$

$$\mathbf{L}_p(\omega) = \begin{pmatrix} \gamma_{1,p} e^{-3a_p L_s} & \gamma_{2,p} e^{-3b_p L_s} & \gamma_{1,p} e^{3a_p L_s} & \gamma_{2,p} e^{3b_p L_s} \\ \gamma_{1,p} e^{-a_p L_s} & \gamma_{2,p} e^{-b_p L_s} & \gamma_{1,p} e^{a_p L_s} & \gamma_{2,p} e^{b_p L_s} \\ \gamma_{1,p} e^{a_p L_s} & \gamma_{2,p} e^{b_p L_s} & \gamma_{1,p} e^{-a_p L_s} & \gamma_{2,p} e^{-b_p L_s} \\ \gamma_{1,p} e^{3a_p L_s} & \gamma_{2,p} e^{3b_p L_s} & \gamma_{1,p} e^{-3a_p L_s} & \gamma_{2,p} e^{-3b_p L_s} \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{w}_p(x_0) = (c_{1,p} e^{a_p x_0} \ c_{2,p} e^{b_p x_0} \ c_{3,p} e^{-a_p x_0} \ c_{4,p} e^{-b_p x_0})^T \quad (25)$$

式(24)において、波動ベクトル $\mathbf{w}_p(x_0)$ について解くと波動フィルタリング方程式が次のように導出される。

Fig. 2 Schematic diagram of a wave filter for a rectangular panel using smart mode sensors

$$\mathbf{w}_p(x_0) = \mathbf{L}_p^{-1}(\omega)\mathbf{q} = \mathbf{G}_p(\omega)\mathbf{q} \quad (26)$$

これにより, $x=x_1, x_2, x_3, x_4$ におけるセンサ出力から $x=x_0$ における各波動成分をフィルタリングすることができる. この場合の波動フィルタの概要図を図2に示す. 式(26)および図2より明らかなように, 波動フィルタは $\mathbf{G}_p(\omega)$ で示される周波数特性を有する要素によって構成される. したがって, 実際に制御系を構築する際には, 対象周波数領域において $\mathbf{G}_p(\omega)$ を実現する必要がある. 本論文ではデジタルフィルタによってこれを実現するが, その方法については, 第4章において詳しく説明する.

ここまでの理論展開では, 波動観測点をセンサアレイの中心に設置したが, 当該手法においては, 任意点に波動観測点を設置することが可能である. その場合は, 各センサ点を観測点とそこからの距離によって記述し, 式(18)からの理論展開をやり直せばよい. しかし, 次章において示すように, 波動観測点の選択はフィルタリング精度に大きく影響する. これ以降, 本論文では波動観測点がセンサアレイの中央ある場合を波動フィルタ TYPE1, $x=x_1$ の点にある場合を波動フィルタ TYPE2 と定義し, 議論を進めることとする.

3. フィルタリング精度の評価

本章では, 数値解析の観点から, 前章において提案した波動フィルタリング法の精度を検証する. 矩形平板の諸元は表1に示されるものを使用する. 境界条件は周辺単純支持とし, $n=1$ に属する進行波成分をフィルタリング対象(制御対象)とする. すなわち, シェーピング関数は以下のように定義される.

$$F(y) = d \sin \frac{\pi y}{L_y} \quad (27)$$

ただし, L_y は矩形平板の y 方向の長さを表す. 本論文では全てのスマートモードセンサに厚さ 40mm, $e_{31}=7.5\text{mC/m}^2$, $e_{32}=75\text{mC/m}^2$ の PVDF フィルムを用いる. また, シェーピング関数の振幅 d は 0.01m に設定する. フィルタリング精度の評価指標としては, $\mathbf{L}$ マトリクスの条件数を用いる. マトリクスの条件数とは, 逆行列を計算した場合に発生する誤差の上限を与えるものであり, 本研究ではセンサのキャリブレーション誤差, 設置位置の誤差, 観測ノイズなどがフィルタリング精度に与える影響の指標となる^{(11),(13)}.

図3は条件数の周波数に対する変化を示したものである. センサ間隔が 0.08m の場合に注目すると, TYPE1・TYPE2 とともに2つのピークを有しているのがわかる. 77.37Hz にあるピークは $n=1$ の cut-on 周波数と一致している. すなわち, 式(6)~(9)より明らかなように, 当該周波数においては $c_{2,n}e^{b_n x}$ と $c_{4,n}e^{-b_n x}$ は x 方向に一定となり, 両者の間に空間的な差異が発現されないことから, そのフィルタリングは物理的に不可能であることを表している. したがって, 図3(a)~(c)からも明らかなように, そのピーク周波数はセンサ間隔に依存しない. また, 450.3Hz にあるピークは, センサ間隔が $n=1$ のモード群に依存する波動の x 方向の波長と一致することにより現れたものである. したがって, センサ間隔を小さくすることで, 当該ピークを高い周波数領域にシフトさせることができる. さらに, TYPE2 の漸近線レベルが TYPE1 のそれより 10~100 倍ほど大きい. 以上のことから, TYPE1 の方がより性能が高いことになる. この結果を以下に考察する.

まず, 問題を簡単化するために, 減衰波の影響が無視できるファーフールドに2本のスマートセンサを貼付した場合を考える. この場合, TYPE1 の波動フィルタリング方程式は以下ようになる.

Table 1 Specification of the rectangular panel

Length in the x direction, L_x	Length in the y direction, L_y	Thickness
0.33 m	0.175 m	1 mm
Young's modulus	Density	Poisson's ratio
$1.97 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	7930 kg/m ³	0.3

Fig. 3 Condition number of $\mathbf{L}$ versus sensor separation of the wave filter

$$\begin{pmatrix} c_{2,p} e^{b_p x_0} \\ c_{4,p} e^{-b_p x_0} \end{pmatrix} = \frac{1}{\gamma_{2,p} \begin{pmatrix} e^{-2b_p L_s} & -e^{2b_p L_s} \\ -e^{b_p L_s} & e^{-b_p L_s} \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \quad (28)$$

ここで、加振周波数が cut-on 周波数より大きい場合、 b_p は以下のように記述される。

$$b_p = jk_p \quad (29)$$

ただし、 k_p は x 方向の波数を表す。式(29)を式(28)に代入し、オイラーの公式を導入すると、例えば、 $+x$ 方向に伝播する波動成分は以下のように導出される。

$$c_{4,p} e^{-b_p x_0} = \frac{j}{2\gamma_{2,p} \sin 2k_p L_s} \left(-e^{jk_p L_s} q_1 + e^{-jk_p L_s} q_2 \right) \quad (30)$$

さらに、 $2k_p L_s \ll 1$ が成立するほど L_s が小さい場合、式(30)は次のようになる。

$$c_{4,p} e^{-b_p x_0} = \frac{1}{2\gamma_{2,p}} \left(\frac{q_1 + q_2}{2} - \frac{1}{jk_p} \frac{q_2 - q_1}{2L_s} \right) \quad (31)$$

上式右辺の括弧内に着目すると、中心差分によって、計測点での変位成分（第1項）および x 方向の傾斜角（第2項）を計算していることが理解される。すなわち、波動成分は計測点における変位成分とその微分によって計算される。

一方、TYPE2 の波動フィルタリング方程式は以下のように記述される。

$$\begin{pmatrix} c_{2,p}e^{b_p x_0} \\ c_{4,p}e^{-b_p x_0} \end{pmatrix} = \frac{1}{\gamma_{2,p} \begin{pmatrix} e^{-2b_p L_s} & -1 \\ -e^{2b_p L_s} & 1 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} e^{-2b_p L_s} & -1 \\ -e^{2b_p L_s} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \quad (32)$$

上式に対して、TYPE1 の場合と同様の手順をとると、+x 方向に伝播する波動成分は以下のように導出される。

$$c_{4,p}e^{-b_p x_0} = \frac{1}{2\gamma_{2,p}} \left(q_1 - \frac{1}{jk_p} \frac{q_2 - q_1}{2L_s} \right) \quad (33)$$

上式より明らかなように、TYPE2 は片側差分によって計測点での変位成分と x 方向の傾斜角の情報を入手していることが分かる。したがって、複数個のセンサを使用して波動計測を行うことは、センサ間隔が十分に小さければ、差分法によって推定された状態量を座標変換することと等価であるといえる。しかしながら、図 3(a), (b) でのセンサ間隔は波長に対して十分に小さいとはいえない（例えば、300Hz における波長は 0.21m）。このような場合には、差分スキームの精度が支配因子となり、片側差分による TYPE2 よりも中心差分による TYPE1 の方が高精度となる。

次に、センサ領域が比較的小さい場合について考える。図 3(c)より明らかなように、センサ領域が 0.01m の場合、TYPE1 と TYPE2 の間にほとんど差はない。しかし、両者の値は対象周波数帯域において 100 を超えており、両者の差に注目することはあまり意味が無い。これは、センサ間隔が 0 に近づいたのに伴い、 $\mathbf{L}$ マトリクスが非正則に近づいた（悪条件化した）ことに起因する。この結果は、差分法においてセンサ間隔が小さすぎる場合に、計測誤差に対する感度が上昇してしまうことから理解できる。

以上のことから、波動フィルタ設計の際には、観測点をセンサ領域の中央に設置し、 $\mathbf{L}$ マトリクスの条件数を勘案しながらセンサ間隔を決定する必要がある。

4. 波動フィルタの実現

本章では、デジタルフィルタによる波動フィルタ（式(26)の $\mathbf{G}_p(\omega)$ ）の実現について説明する。まず、本論文では、 $n=1$ に属する進行波成分をフィルタリング対象とし（ $p=1$ ）、センサ間隔を 0.04m、DSP のサンプリングレートを 1500Hz、対象周波数帯域を 500Hz までに設定する。また、本論文では安定性を吟味する必要のない FIR フィルタを用いることとする。なお、本論文ではスペースの都合上、 $\mathbf{G}_1$ の 4 行 1 列成分 $G_{1,41}$ （とそれに対応する要素）のみの結果を示す。

波動フィルタ実現における問題点は、これを構成する各サブフィルタ（ $\mathbf{G}_p(\omega)$ の各要素）がラプラス変数 s の

Fig. 4 Comparison between the ideal $G_{1,41}$ and approximated FIR filters

有理関数で記述されず、非因果的な特性となる点、さらに、波動項の特性が cut-on 周波数の前後で減衰波から進行波へと変化する点である。したがって、cut-on 周波数を含む広い周波数帯域において、サブフィルタを十分な精度で近似することは困難である。図 4 は理想的ではあるが非因果的な $G_{1,41}$ の周波数特性と、これをいくつかの次数の FIR フィルタによって近似した結果を表している。図より明らかなように、FIR フィルタの次数を 512 まで上げても、理想的な特性とは別の収束する結果になり、近似精度は良好とはいえない。

そこで、この問題点を解決するために、以下の 3 つの方策をとる。

I. 周波数帯域の分割

cut-on 周波数以下の帯域を Band1、それ以上の帯域を Band2 と定義し、それぞれの帯域においてサブフィルタを設計することを考える。その際、センサ信号の周波数成分を 2 分割するために、ローパスフィルタとハイパスフィルタが必要になるが、本研究ではバターワースフィルタと楕円フィルタを併用する。バターワースフィルタは緩やかな遮断特性を持つが、周波数が遮断周波数より遠ざかるほど、ゲインが減少する特性を有する。後述するが、この特性は Band2 におけるサブフィルタの設計に必要な。また、楕円フィルタは全帯域においてリップルを持つものの、非常に急峻な遮断特性を低い次数で実現できる。これらの使用により、cut-on 周波数を境界に独立な信号処理が可能になる。ただし、これらのフィルタは波動フィルタを構成する 4 つのサブフィルタ全てに対して同一ものを適用しなくてはならない。

II. 速度波動振幅の推定

式(26)にあるように、提案した波動フィルタは 4 つのスマートセンサのひずみ情報から変位波動振幅を推定する。しかし、速度波動振幅 $\mathbf{v}_p(x_0)$ を推定した場合、近似精度が若干向上することが Mace らによって報告されている⁽¹³⁾。そこで、本論文では速度推定を行う。すなわち、

$$\mathbf{v}_p(x_0) = j\omega \mathbf{w}_p(x_0) = j\omega \mathbf{G}_p \mathbf{q}_p = \mathbf{H}_p \mathbf{q}_p \quad (34)$$

III. 時間遅れの導入

一般に、非因果的な周波数特性のある帯域幅において精度よく近似することは困難である。しかしながら、その特性にある時間遅れ τ を導入することで、非因果性を解消することが可能となる^{(13),(22)}。例えば、 $\mathbf{H}_1$ の 4 行 1 列成分 $H_{1,41}$ の近似を考える場合、 $H_{1,41}$ そのものではなく $H_{1,41}e^{j\omega\tau}$ を近似することになる。本論文では、 τ を FIR フィルタのタップ数の 2 分の 1 にサンプリング周期を乗じたものに設定することとし、Band1 における時間遅れを τ_1 、Band2 における時間遅れを τ_2 と定義する。この場合、厳密な意味でのリアルタイムな波動計測は達成されないが、外乱がホワイトノイズのような定常信号であれば、適応フィードフォワード制御系の誤差信号に用いることに問題はない。ただし、前述のローパス・ハイパスフィルタと同様に、4 つのサブフィルタ全てに同一の時間遅れを与える必要がある。

なお、FIR フィルタの次数は、Band1 においては、理想特性に対する誤差がゲインで $\pm 1\text{dB}$ 以内、位相で ± 10 度以内になる範囲内で最小の偶数、Band2 においては、理想特性に対する誤差がゲインで $\pm 0.3\text{dB}$ 以内、位相で ± 5 度以内になる範囲内で最小の偶数を選ぶこととする。また、ローパス・ハイパスフィルタに用いるバターワース・楕円フィルタの次数は、遮断帯域におけるゲインの最大値が、他方のバンドにおける理想的なゲイン特性より 30dB 以上低くなる範囲内に設定する。

まず、Band2 (77.37Hz~750Hz) における理想的なサブフィルタを $H_{1,41,h}$ と定義する。周波数重みを、77.37Hz から 740Hz において 1 に、それ以外の周波数で 0 に設定して近似した場合の FIR フィルタ (128 次) と $H_{1,41,h}e^{j\omega\tau_2}$ の周波数特性を図 5 に示す。図より明らかなように、対象とする周波数においては精度よく近似されているが、Band1 (0Hz~77.37Hz) においてゲインが非常に高くなっているのが分かる。前述の通り、本研究ではこの影響を排除するために、バターワースフィルタと楕円フィルタを併用したハイパスフィルタを用いる。図 6 は当該ハイパスフィルタを適用した場合の周波数特性を示している。図より明らかなように、cut-on 周波数を過ぎた直後に急激にゲインが減少しているが、これは楕円フィルタ (23 次) の特性を表している。また、0Hz に近づくほどゲインが左肩下がりで減少しているが、これはバターワースフィルタ (14 次) の特性によるものである。

次に、Band1 (0Hz~77.83Hz) においてサブフィルタを実現する。この帯域での理想的な特性を $H_{1,41,l}$ と定義する。周波数重みを、4Hz から 77.37Hz において 1 に、それ以外の周波数で 0 に設定して近似した場合の FIR フィ

Fig. 5 Frequency characteristics of the actual (dashed) and implemented (solid) FIR filter for $H_{1,41,h} e^{j\omega\tau_2}$

Fig. 6 Frequency characteristics of the implemented FIR filter for $H_{1,41,h} e^{j\omega\tau_2}$ connected with the elliptic and butterworth high pass filters

(a) Sampling rate is 1500Hz

(b) Sampling rate is 166.7Hz

Fig. 7 Frequency characteristics of the actual (dashed line) and implemented (solid line) FIR filter for $H_{1,41,l} e^{j\omega\tau_1}$

Fig. 8 Frequency characteristics of the implemented FIR filter for $H_{1,41,l} e^{j\omega\tau_1}$ connected with the elliptic high pass filter

ルタ (48 次) と $H_{1,41,l} e^{j\omega\tau_1}$ の周波数特性を図 7(a) に示す。 $H_{1,41,h} e^{j\omega\tau_2}$ を近似した場合と同様に、対象外の周波数帯域においてゲインが非常に高くなっているのが分かる。この影響を排除するために、 $H_{1,41,h} e^{j\omega\tau_2}$ と同様に、パワースフィラと楕円フィルタを併用することでローパスフィルタの遮断性能を向上させることも一つの手段ではあるが、本論文ではダウンサンプリング⁽²⁰⁾を行うことで、ナイキスト周波数を低下させ、ゲインの最大値を抑

制する手法を提案する．これにより，ローパスフィルタの次数を抑えることが可能になる．サンプリングレートを 166.7Hz (1500/9Hz) にした場合の近似結果を図 7(b) 示す．図より明らかなように，ゲインの最大値が 15dB にまで減少している．したがって， $H_{1,41,h}e^{j\omega\tau_2}$ の場合のように，パワースフィラは特に必要なく，比較的低次の楕円フィルタ (14 次) のみで所望のローパスフィルタを構成することができる．また，アップサンプリングを講じた場合には，その後段においてもローパスフィルタを使用する必要があるため，これにも同一の楕円フィルタを用いることとする．この場合の周波数特性を図 8 に示す．図より明らかなように，Band1 におけるゲイン特性が波打っているが，これは楕円フィルタのリップルの影響である．しかしながら，波動フィルタの目的は制御対象となる波動の振幅に比例した情報を得ることであるので，全てのサブフィルタにおいて同一の楕円フィルタを用いる限り，そのリップルは問題ない．

以上の設計法を踏まえて， $H_{1,41}$ のブロック線図を図 9 に示す．図中の 9 はサンプリングレートの変換定数を表しており，また，各ブロックの下に表記されている括弧内の数字はそれぞれのフィルタの次数を表している．図より明らかなように，Band2 におけるハイパスフィルタの次数が 37 であるのに対して，Band1 ではサブフィルタ本体以外のフィルタ次数は 28 までに抑えられている．これらのフィルタは IIR 型であるので，18 回分の計算量を抑制できたことになる．さらに， $H_{1,41,l}e^{j\omega\tau_1}$ は 9 サンプリングに 1 回だけ計算を行えばよいことから，マルチレート信号処理の手法を導入したことで，計算負荷の低減が達成されたことが理解できる．

5. 実 験

5・1 制御系の構成と実験方法

スマートセンサが貼付された周辺単純支持平板 (諸元は表 1 のものと同一) の写真を図 10 に，制御系のブロック線図を図 11 に示す．本実験では，波動観測点を $x=0.18\text{m}$ の位置に設置する．また，アクチュエータには，電磁コイルによるせん断力型のものを用いる．外乱点を $(x_d, y_d)=(0.3\text{m}, 0.04\text{m})$ の位置に設置し，制御点の y 座標は， $y_1=2x/3$ および $y_2=x/3$ の位置，すなわち， $(*, 3)$ モード群のノードライン上に設置する．制御点の x 座標は $x_c=0.03\text{m}$ とする．前述の通り，本論文では $n=1$ のモード群に依存する波動を対象とするため，2 つの制御アクチュエータは同位相で駆動される．制御方式には filtered-x LMS アルゴリズムを基調とする適応型フィードフォワード制御法⁽¹⁸⁾を用いる．コントローラとキャンセレーションパスのタップ数は 256 とする．本実験では，駆動点コンプライアンスと平板の絶対変位分布を計測する．前者の計測においては，外乱にホワイトノイズを与えることで計測する．また，後者の計測においては，外乱は共振周波数による調和加振とし， x 方向に 13 本， y 方向に 7 本の線からなるメッシュの交点 (計 91 点) での振幅をレーザードップラ振動計によって計測する．その後，グラフ作成ソフトに数値を入力し，絶対変位分布を出力する．

Fig. 9 Schematic diagram of the sub-filter, $H_{1,41}$.

Fig. 10 Picture of the rectangular panel with four smart sensors attached

Fig. 11 Schematic diagram of the control system using the proposed wave filter

Fig. 12 Experimental results of driving point compliance of a rectangular panel with and without control

5・2 実験結果

図 12 は制御時および非制御時の駆動点コンプライアンスを示している。非制御時の場合、500Hz までの周波数帯域において 7 個の振動モードが存在している。ただし、全体的にダンピングが大きく、特に(1, 2)モードのピークはほとんど現れていない。これに対し、反射波吸収制御を講じた場合、 $n=1$ のモード群における共振ピークが抑制されているのが分かる。特に、(1, 1)モードおよび(3, 1)モード周波数周辺においては、ゲイン特性が漸近線（ゲイン特性のベースとなる曲線）にほぼ収束している。これは、反射波吸収制御の典型的な制御効果であり、振動モードが不活性化されていることを表している。

次に、変位分布の観点から反射波吸収制御の特性を明らかにする。図 13 は制御時および非制御時の絶対変位分布を示している。この場合の加振周波数は 171Hz であり、いわゆる (2, 1) モード周波数である。図より明らかにように、非制御時の場合、定在波が形成されることによって、ノードラインが現れている。この時、定在波の

Fig. 13 Experimental results of absolute displacement distribution of a rectangular panel at the (2,1) modal frequency with and without control

形状と振動モードの形状が一致しているため、振動モードが励起された状態にあり、最大変位は $176\mu\text{m}$ となっている。これに対し、反射波吸収制御を講じた場合、平板中央付近における最大振幅と最小振幅の差が非制御時の場合ほど顕著でなくなる。これは、反射波が吸収されることにより定在波の形成が阻害されていることを示している。この場合の最大振幅は $55\mu\text{m}$ となっており、非制御時の 31.3% にまで抑制されている。

変位分布の実験結果において注目すべきは、完全な波動吸収が達成されていないにもかかわらず、十分な制御効果が得られている点である（完全に反射波が吸収されている場合には、平板中央付近の最大振幅と最小振幅の差はほとんど無くなる）。これは、著者らが既報⁽¹⁴⁾にて指摘しているように、エラー信号が波動振幅であることに起因する。すなわち、波動制御系を構築する限り、その制御効果は進行波型抑制と定在波型抑制⁽⁷⁾の間を遷移することになる。したがって、フィルタリング誤差があったとしても、制御性能の致命的な悪化は回避される。

6. 結 言

本論文は、スマートモードセンサによる薄肉矩形平板の波動フィルタリング法を提案するとともに、当該手法を適応フィードフォワード制御系に適用したものである。本論文で得られた成果を要約すると以下のようになる。

1. 薄肉矩形平板を対象とする波動フィルタリング法は、ある方向におけるモード分離とそれに直交する方向での波動分離から構成される。本研究では前者をスマートモードセンサによって実現し、後者を信号処理によって実現した。
2. 条件数の観点から、波動フィルタリング法の精度を評価した。その結果、波動計測点はセンサ領域の中央が最適であることを明らかにした。これは、波動フィルタリング法が、変位とその微分からなる状態量の座標変換と本質的に同一であることに起因する。
3. 波動分離を行う 4 つのサブフィルタの実現方法を明らかにした。当該フィルタの特性は cut-on 周波数の前後で異なるので、ローパス・ハイパスフィルタを用いることでそれぞれの周波数帯域において近似する手法を提案した。さらに、cut-on 周波数以下の帯域においては、ダウンサンプリングを行うことで、演算量の低減が図れることを明らかにした。
4. スマートモードセンサによる波動フィルタを filtered-x LMS アルゴリズムを基調とする適応制御系のエラーセンサに適用することにより、適応型フィードフォワード波動制御系を構築した。その結果、提案手法によって、対象モード群が不活性化されることを明らかにした。また、完全な波動吸収に至らなかったとしても、進行波と反射波のバランスを崩すことで十分な制御効果が得られることを明らかにした。

謝 辞

本研究は、東京都アジア人材育成基金特定学術研究費および日本学術振興会科学研究費補助金・課題番号18860062により行われたものである。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Meirovitch, I., and Baruh, H., “The implementation of modal filters for control of structure”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No. 6 (1985), pp. 706-000.
- (2) Lee, C.K., and Moon, F.C., “Modal Sensors/Actuators”, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, No. 2 (1990), pp. 434-441.
- (3) Morgan, D.R., “An adaptive modal-based active control system”, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 89, No. 1 (1991), pp. 248-256.
- (4) Tanaka, N., and Sanada, T., “Modal control of a rectangular plate using smart sensors and smart actuators”, *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, No. 1 (2007), pp. 36-46.
- (5) Vaughan, D.R., “Application of distributed parameter concepts to dynamic analysis and control of bending vibration”, *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, (1968), pp. 157-166.
- (6) von Flotow, A.H. and Schaefer, B., “Wave-absorbing controllers for a flexible beam”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 9, No. 6 (1987), pp. 673-680.
- (7) Tanaka, N., and Kikushima, Y., “Active wave control of a flexible beam (Fundamental characteristics of an active-sink system and its verification)”, *JSME International Journal, Series 3*, Vol. 35, No. 2 (1992), pp. 236-244.
- (8) Iwamoto, H. and Tanaka, N., “Feedforward control of flexural waves propagating in a rectangular panel”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, No. 1-2 (2009), pp. 1-25.
- (9) 岩本宏之, 田中信雄, “柔軟はりにおける波動フィルタリング法に関する研究 (ポイントセンサ群による波動フィルタの設計)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 68, No. 675 (2002), pp. 3246-3253.
- (10) 岩本宏之, 田中信雄, “ポイントセンサ群による波動フィルタを用いた柔軟はりのフィードフォワード型波動制御に関する研究”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 69, No. 685 (2003), pp. 2233-2239.
- (11) Iwamoto, H. and Tanaka, N., “Adaptive feedforward control of a rectangular panel using a wave filter constructed with pont sensors”, *Journal of Sound and Vibration*, in press.
- (12) Halkyard, C.R. and Mace, B.R., “Adaptive active control of flexural waves in a beam in the presence of a nearfield”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 285, No. 1-2 (2005), pp. 149-171.
- (13) Mace, B.R., Halkyard, C.R. and El-Khatib, H.M., “Real time measurement of wave components and intensity in a beam in the presence of a nearfield”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 286, No. 3 (2005), pp.507-527.
- (14) 岩本宏之, 田中信雄, “スマートセンサを用いた柔軟はりの波動制御”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 71, No. 705 (2005), pp. 1827-1834.
- (15) 岩本宏之, 田中信雄, “スマート波動フィルタを用いた薄肉矩形平板のフィードフォワード型波動制御”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 76, No. 765 (2010), pp. 1083-1092.
- (16) Iwamoto, H. and Tanaka, N., “Adaptive feed-forward control of flexural wave propagating in a beam using smart sensors”, *Smart Materials and Structures*, Vol. 14, No. 6 (2005), pp. 1369-1376.
- (17) Iwamoto, H. and Tanaka, N., “Smart wave filtering method of a rectangular panel using Hilbert transformers and its application to an adaptive control system”, *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 8 (2010), art no. 085023.
- (18) Elliott, S.J., Stothers, I.M. and Nelson, P.A., “A Multiple Error LMS Algorithm and Its Application to the Active Control of Sound and Vibration”, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-35, No.10 (1987), pp.1423-1434.

- (19) Halkyard, C.R. and Mace, B.R., “Structural intensity in beams—waves, transducer systems and the conditioning problem”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 185, Issue 2 (1995), pp. 279-298.
 - (20) 貴家仁志, マルチレート信号処理, (1995), 昭晃堂.
 - (21) 日本機械学会編, 知的複合材料と知的適応構造物, (1996), 養賢堂.
 - (22) Antoniou, A., *Digital Signal Processing: Signals, Systems, and Filters*, (2005), McGraw-Hill Professional.
-