巻き込み空気が熱伝導に及ぼす影響を考慮した巻取りロールの非定常熱応力モデルに関する検討*

神田 敏満^{*1}, 橋本 巨^{*2}

A Winding Model for Unsteady Thermal Stress within Wound Roll Considering Entrained Air Effect on Heat Conduction

Toshimitsu KANDA^{*1} and Hiromu HASHIMOTO

^{*1} LINTEC Corporation, Research Center,
5-14-42 Nishiki-cho, Warabi-shi, Saitama, 335-0005 Japan

Plastic film, formed as wound roll, is stored and transported under the various temperatures which can be different from the winding temperature. This temperature change affects the in-roll stress variation over time. As a result, it could lead to wound roll defect such as blocking or wrinkling. It is extremely important to theoretically estimate the in-roll stress in order to prevent the defect efficiently. In this study, a winding model for the unsteady thermal stress, considering entrained air effect on heat conduction in radial direction is presented. Air layer is formed between the wound films due to air entrainment during winding. On the winding model, the film is treated as equivalent layer combined with the air layer. In addition, the equivalent thermal conductivity, density and specific heat are taken into account the variation of contact between the wound films. Experimental verification result states that the predicted values correspond well to the experimental values. From a parametric study, it is shown that the air layer tends to influence on the heat conduction and the thermal stress if thermal conductivity of plastic film is high and the thickness of the air layer is thick.

Key Words : Numerical Analysis, Non-Equilibrium, Heat Conduction, Thermal Stress, Web Handling, Plastic Film, Wound Roll, In-Roll Stress, Entrained Air

1. 緒 言

プラスチックフィルム（以下、フィルムと称する）は包装資材、粘着ラベルやフラットパネルディスプレイを始めとして身近に広く使用されており、日常生活において必要不可欠な素材であることは言うまでもない。また、近年においてはフィルム上に有機 EL ディスプレーや有機太陽電池などの高機能デバイスを印刷により形成する技術が盛んに研究されている。これにはベースとなるフィルムの柔軟性が重要であり、この点を活かすことでロール・ツー・ロール方式による高速・大量生産が可能になる⁽¹⁾。このようにフィルムの重要性は従来にも増して高まってきている。

フィルムは付加価値を高めるため、製膜後に塗工、印刷や貼合など複数の二次加工が施され、ロール状に巻き取られて次工程まで保管・輸送されるのが一般的である。保管・輸送中の環境温度は季節や地域、熱処理などによって巻取り時とは異なることが多い。例えばトラックや船による輸送において巻取りロールが一時的に屋外に置かれてから荷積みされる際、夏場であればその環境温度は巻取り時に比べて数十度も高くなることもある。このような変化はロール温度に作用して巻取りロールの内部応力を経時で変動させ、巻取り直後には見られなかったブロッキングやシワなどに代表される巻取り不良を発生させる場合がある。また、製膜プロセスにおいてエージングなどの熱処理を施すときにも同様の問題が生じ得る。

このような問題に対して、巻取りロールの内部応力状態を理論的に予測することが重要となる。内部応力解析

* 原稿受付 2011 年 4 月 25 日

^{*1} 正員、リンテック(株) (〒335-0005 埼玉県蕨市錦町 5-14-42)

^{*2} 正員、フェロー、東海大学工学部 (〒259-1292 神奈川県平塚市北金目 4-1-1)

E-mail: to-kanda@post.lintec.co.jp

についてはこれまでにいくつかの理論予測モデルが報告されているが、その中でも Hakiel⁽²⁾のモデルが今日の巻取理論の基本を成しており、これを修正することで様々な影響を考慮したモデルが提案されている。ロール温度の変化にともなう熱応力について、Willet ら⁽³⁾は熱弾性理論を適用してロール温度が均一に変化すると仮定したモデルを報告しており、その妥当性を Qualls ら⁽⁴⁾が実験的に検証している。ただし、この温度変化に関する仮定は、ロール温度が環境温度に一致した定常状態あるいはロール半径に対して一様に変化する場合には適用できるが、ロール内に温度分布が生じる場合には成立しない。これに対し、Lei ら⁽⁵⁾はロール温度の不均一な変化を仮定したモデルを提示している。しかしながら、この論文においては非定常状態における内部応力の数値解析結果は示されておらず、単にモデルの提案にとどまっている。一方、巻取りロール内のフィルム間には巻取り中の巻き込み空気によって空気層が形成され、その結果熱伝導状態が変化して内部応力に影響を及ぼすと考えられるが、これを考慮した理論モデルは見受けられない。

本研究は以上に述べた技術背景を鑑みて実施したものであり、巻き込み空気が熱伝導に及ぼす影響を考慮した非定常状態における巻取りロールの内部応力に関する理論予測モデルを提示し、その有効性を実験検証およびパラメータ研究によって明らかにすることを目的としている。

2. 記 号

- A/A_a : 巻取りロール内のフィルム間における見かけの接触面積に対する真実接触面積の比
- c : 比熱 J/(kg・K)
- C_1, C_2 : 式(31)における実験定数
- E : ヤング率 Pa
- E_{neq} : 巻取りロールとニップローラの等価ヤング率 Pa
- h : 厚さ m
- k : 熱伝導率 W/(m・K)
- L : ニップ線荷重 N/m
- P_a : 大気圧 Pa
- q : 熱流束 W/m²
- r : ロール半径位置 m
- r_c : 巻芯の半径 m
- r_{out} : 最外層ロール半径 m
- r_{neq} : 巻取りロールとニップローラの等価半径 m
- R_{ff} : フィルムの表面と裏面の合成自乗平均平方根粗さ m
- t : 時刻 hour
- T : 温度
- T_s : 熱流束センサの表面温度
- T : ロール周辺の環境温度
- T_w : 巻取り張力 N/m
- V : 巻取り速度 m/s
- W : ウェブ幅 m
- α : 線膨張係数 1/K
- κ : 熱伝達率 W/(m²・K)
- η : 空気の粘度 Pa・s
- λ : 式(7)に定義されるパラメータ
- μ : フィルム間の摩擦係数
- ν : ポアソン比
- ρ : 密度 kg/m³
- σ : 巻取りロール内部の応力 Pa

添字

- a : 空気
 al : 空気層
 c : 巻芯
 eq : フィルムと空気層を合成した等価層
 f : フィルム
 nip : ニップローラ
 r : 半径方向
 Δ : 増分
 θ : 円周方向
 0 : 初期値

3. 理論予測モデル

3・1 巻き込み空気の影響を考慮した非定常熱伝導解析

図 1 (a), (b) はそれぞれ基本的な巻取り方式である中心駆動巻取りにおいて、ニップローラがない場合とこれがある場合の概念図を示している。フィルムは巻取り張力、ニップローラがある方式ではさらにその押付け荷重が与えられた状態で巻芯に巻き取られる。その際、最外層と既に巻き取られた部分の間に周辺の空気が巻き込まれ、その結果としてフィルム間に空気層が形成される。このような空気層を有する巻取りロール内の熱伝導は、フィルムが巻き取られた部分を均質なフィルム材料からなるロール構造体とみなした場合とは異なったものとなる。ここで、ニップローラは巻き込み空気量を制限し、後述する見かけの巻取りロールの剛性を調整する目的で一般的に使用されている。

本研究では、巻取りロール内において発熱および円周方向と軸方向に対する温度変化がないとした熱伝導状態を仮定する。このような場合、非定常熱伝導の基礎方程式は半径方向に関する次式で表される。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

巻取りロールと周辺空気の接触面において、対流伝熱による熱移動が支配的であると仮定すると、ロール最外層面および巻芯内側面における境界条件式はそれぞれ次のように与えられる。

$$-k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \bigg|_{r=r_{out}} = \kappa \bigg|_{r=r_{out}} (T_f \big|_{r=r_{out}} - T_{\infty}) \quad (2)$$

$$-k_c \frac{\partial T_c}{\partial r} \bigg|_{r=r_c-h_c} = \kappa \bigg|_{r=r_c-h_c} (T_{\infty} - T_c \big|_{r=r_c-h_c}) \quad (3)$$

Fig.1 Center winding system

また、巻芯とフィルムの接触面において巻芯側とフィルム側の熱流束および温度がそれぞれ等しいとすると、この接触面における境界条件式は次のように与えられる。

$$-k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \bigg|_{r=r_c} = -k_c \frac{\partial T_c}{\partial r} \bigg|_{r=r_c} \quad (4)$$

$$T_f \big|_{r=r_c} = T_c \big|_{r=r_c} \quad (5)$$

一方、巻取りロール内の空気層厚さは次のように見積もることができる。ニップローラがない場合、最外層に形成される初期空気層厚さ h_{al0} は、巻き取られるフィルムと既に巻き取った部分の係数にフォイル軸受モデルを適用して導出した次式から求めることができる⁽⁶⁾。

$$h_{al0} = r_{out} \left(\frac{12\eta V}{T_w} \right)^{2/3} \left(0.589 - \frac{1.614}{\lambda} + \frac{1.764}{\lambda^2} \right) \quad (6)$$

ここで、 λ はウェブ幅に関する無次元パラメータであり、次のように定義される。

$$\lambda = \frac{W}{2r_{out}} \left(\frac{12\eta V}{T_w} \right)^{-1/3} \quad (7)$$

また、ニップローラがある場合では、巻取りロールとニップローラ間に対して弾性流体潤滑理論を適用することで評価できる。本研究では次に示す Chang⁽⁷⁾の結果を利用する。

$$h_{al0} = \begin{cases} 6.5 r_{neq} \left(\frac{\eta V}{P_a r_{neq}} \right)^{0.65} \left(\frac{L}{P_a r_{neq}} \right)^{-0.28} \left(\frac{E_{neq}}{P_a} \right)^{-0.44} & (6.8 \leq E_{neq}/P_a \leq 48) \\ 8.7 r_{neq} \left(\frac{\eta V}{P_a r_{neq}} \right)^{0.72} \left(\frac{L}{P_a r_{neq}} \right)^{-0.49} \left(\frac{E_{neq}}{P_a} \right)^{-0.48} & (48 \leq E_{neq}/P_a \leq 340) \end{cases} \quad (8)$$

ここで、巻取りロールとニップローラの等価半径 r_{neq} および等価ヤング率 E_{neq} はそれぞれ次式で与えられる。

$$r_{neq} = \frac{1}{\frac{1}{r_{out}} + \frac{1}{r_{nip}}} \quad (9)$$

$$E_{neq} = \frac{1}{\frac{1 - \nu_{r\theta}^2}{E_r \big|_{r=r_{out}}} + \frac{1 - \nu_{nip}^2}{E_{nip}}} \quad (10)$$

巻取りロール内における空気層は巻取りの進行にともない増大する半径方向応力 σ_r によって圧縮される。これによって空気層厚さは h_{al0} から h_{al} に減少する。巻き込まれた空気がロール外に流出しないと仮定し、最外層に巻かれたときの状態を基準としてボイルの法則を適用すると次の関係が得られる。

$$\left(\frac{T_w}{r_{out}} + P_a \right) h_{al0} = \left(|\sigma_r| + P_a \right) h_{al} \quad (11)$$

上式から、巻取り中および巻取り完了後の巻取りロール内における空気層厚さ h_{al} は次のように表される。

$$h_{al} = \frac{T_w/r_{out} + P_a}{|\sigma_r| + P_a} h_{al0} \quad (12)$$

Fig.2 Heat conduction in wound roll

Fig.3 Modeling of heat conduction considering air layer and film contact condition

なお、巻取り完了後に熱応力が生じて半径方向応力が変化した場合の空気層厚さは、そのときの半径方向応力を式(12)に代入して得られる。

ここで、フィルム表面には粗さが存在するため、巻取りロール内におけるフィルム同士の接触面は理想的な面接触にはならず、図2に示すように実際には空気層厚さによって分散接触あるいは非接触となる。フィルム間に介在する空気の熱伝導率は一般にフィルムに比べて低いことから、空気層内および粗さ部分の温度勾配は隣接するフィルム内とは異なってくる。

このような熱伝導状態のモデル化に際して、図3に示すようにフィルムと空気層をいずれも平行平面とみなし、それぞれの層における半径方向の温度勾配が一定であると仮定する。また、空気層厚さ h_{al} とフィルムの表裏面の合成自乗平均平方根粗さ R_{ff} の関係からフィルム間の接触状態を次のように定義する。

粗さの突起高さは多くの場合で正規分布をする。したがって、フィルム間の空気層厚さ h_{al} が合成自乗平均平方根粗さ R_{ff} の3倍を超える場合、粗さ同士は確率的に接触しない⁽⁸⁾。そこで、 $h_{al} < 3R_{ff}$ の場合には分散接触とし、空気層内の粗さ部分を矩形状の単一要素とみなす。一方、 $h_{al} > 3R_{ff}$ の場合には非接触とし、粗さ部分が存在しないと考える。

フィルムと空気層を通過する熱流束が等しい場合、半径方向に対するフィルムと空気層を合成した等価層の熱伝導率 k_{eq} は次のように表される。

$$k_{eq} = \frac{h_f + h_{al}}{\frac{h_f}{k_f} + \frac{h_{al}}{k_{al}}} \quad (13)$$

図3(a)に示す分散接触の場合には、真実接触部と空気との間の熱移動が無視でき、熱流がそれぞれを並列に通過すると仮定すれば、空気層の熱伝導率 k_{al} は次式で表すことができる。

$$k_{al} = k_f \frac{A}{A_a} + k_a \left(1 - \frac{A}{A_a} \right) \quad (14)$$

ここで、 A/A_a は見かけの接触面積に対する真実接触面積の比を示しており、真実接触部のヤング率を円周方向に等しいと仮定し、半径方向応力による変形を考慮した次式から求められる⁽⁹⁾。

$$\frac{A}{A_a} = \frac{2(1 - \nu_{r\theta}^2)}{E_\theta} |\sigma_r| \quad (15)$$

また、等価層の密度 ρ_{eq} および比熱 c_{eq} は、空気層に占める真実接触部の体積比が上述の面積比 A/A_a に等しいとみなすとそれぞれ次のように表すことができる。

$$\rho_{eq} = \frac{h_f \rho_f + h_{al} \left[\rho_f \frac{A}{A_a} + \rho_a \left(1 - \frac{A}{A_a} \right) \right]}{h_f + h_{al}} \quad (16)$$

$$c_{eq} = \frac{h_f c_f + h_{al} \left[c_f \frac{A}{A_a} + c_a \left(1 - \frac{A}{A_a} \right) \right]}{h_f + h_{al}} \quad (17)$$

一方、図 3 (b) に示す非接触の場合には、空気層に真実接触部が存在しないため、等価層の熱伝導率、密度、比熱はそれぞれ式 (14), (16), (17) において $A/A_a = 0$ として得られる。

基礎方程式 (1) および境界条件式 (2), (4) に含まれるフィルムの熱物性を等価層の熱物性に置き換えて上述の諸式を解くことにより、巻き込み空気の影響を考慮した非定常状態における巻取りロール内の温度を予測することができる。

3・2 巻取りロールの内部応力解析

巻取りロールにおいて既に巻き取られた部分の応力は、巻取り中における新たなフィルムの追加および巻取り後のロール温度の変化に起因するフィルムと巻芯の熱ひずみによって逐次変化する。また、空気層が存在すると見かけのロール剛性は著しく低下し、内部応力が大きく変化する。このような内部応力状態に対して、本研究では Hakiel⁽²⁾の理論を基礎とし、巻取りロール内の熱ひずみおよび空気層によるロール剛性の変化を考慮できるように修正した解析モデルを用いる。

巻取りロール内における第 j 層の半径方向応力 σ_{rj} は、新たなフィルムの追加および熱ひずみに起因する半径方向の応力増分 $\Delta\sigma_{rj}$ を第 j 層の巻取りが完了した時刻 t_{j+1} から現在時刻 t_i まで足し合わせることで求められ、次式のように表される。

$$\sigma_{r,j} = \sum_{k=j+1}^i \Delta\sigma_{r,j,k} \quad (18)$$

また、フィルムの熱ひずみを考慮した線形弾性体の構成方程式は、半径方向および円周方向についてそれぞれ次のように与えられる。

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r}{E_r} - \frac{\nu_{r\theta} \sigma_\theta}{E_\theta} + \alpha_r \Delta T_f \quad (19)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{\sigma_\theta}{E_\theta} - \frac{\nu_{\theta r} \sigma_r}{E_r} + \alpha_\theta \Delta T_f \quad (20)$$

式 (19), (20) を円筒座標系における応力の釣り合い方程式およびひずみに対する適合条件式に代入して半径方向応力について整理し、これにひずみエネルギーの制約に基づいて導かれた Maxwell の式および式 (18) を適用すると、半径方向の応力増分 $\Delta\sigma_r$ に関する基礎方程式が次のように得られる。

$$r^2 \frac{\partial^2 \Delta\sigma_r}{\partial r^2} + 3r \frac{\partial \Delta\sigma_r}{\partial r} + \left(1 - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \Delta\sigma_r = E_\theta \left[-\alpha_\theta r \frac{\partial \Delta T_f}{\partial r} + (\alpha_r - \alpha_\theta) \Delta T_f \right] \quad (21)$$

式(21)を解くために課せられる巻取り部分の最内層および最外層における境界条件はそれぞれ次のように設定される。最内層において巻芯に生じるひずみがフィルムの第1層目のひずみに等しいと仮定し、フィルムと巻芯の熱ひずみを考慮すると最内層境界条件式は次のように与えられる。

$$r \frac{\partial \Delta \sigma_r}{\partial r} \Big|_{r=r_c} + \left(1 - \nu_{r\theta} - \frac{E_\theta}{E_c} \right) \Delta \sigma_r \Big|_{r=r_c} = E_\theta \left(\alpha_c \Delta T_c - \alpha_\theta \Delta T_f \Big|_{r=r_c} \right) \quad (22)$$

ここで、巻芯温度の変化量 ΔT_c は平均値として次式で与える。

$$\Delta T_c = \frac{1}{h_c} \int_{r_c-h_c}^{r_c} \Delta T_c(r) dr \quad (23)$$

最外層における応力増分 $\Delta \sigma_r$ が新たに追加されるフィルムの内側に巻き込まれた空気層のゲージ圧に等しいとすると、巻取り中の最外層境界条件は次のように与えられる。

$$\Delta \sigma_r \Big|_{r=r_{out}} = - \frac{T_w}{r_{out}} \quad (24)$$

なお、ニップローラがある場合の巻取り張力 T_w は初期張力 T_{w0} にニップ部での摩擦によって誘起される張力を加算した次式により求められる⁽¹⁰⁾。

$$T_w = T_{w0} + \mu L \quad (25)$$

また、最外層には新たなフィルムが追加されないため、巻取り完了後の最外層境界条件は次のように設定される。

$$\Delta \sigma_r \Big|_{r=r_{out}} = 0 \quad (26)$$

巻き込み空気による巻取りロールの剛性の低下は、本節に示したフィルムのヤング率を等価層のヤング率に置き換えることで考慮することができる⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。なお、等価層の半径方向ヤング率 E_{req} および円周方向ヤング率 $E_{\theta eq}$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$E_{req} = \begin{cases} E_r & (h_{al} \leq R_{ff}) \\ \frac{h_f + h_{al}}{\frac{h_f}{E_r} + \frac{h_{al}}{E_{ral}}} & (h_{al} > R_{ff}) \end{cases} \quad (27)$$

$$E_{\theta eq} = \frac{h_f}{h_f + h_{al}} E_\theta \quad (28)$$

ただし、空気層の半径方向ヤング率 E_{ral} は前述の式(12)に示した空気層厚さの関係式をひずみの定義に適用して導出される次式により求められる。

$$E_{ral} = \frac{(\sigma_r + P_a)^2}{T_w / r_{out} + P_a} \quad (29)$$

以上に示した諸式を用いることで、ロール内部の温度変化により巻取りロール内に生じる熱ひずみおよび巻き込み空気による剛性の変化を考慮した巻取りロールの半径方向応力 σ_r を予測することができる。一方、円周方向応力 σ_θ は、次に示す円筒座標系における応力の釣り合い方程式に半径方向応力の予測値を用いることで得られる。

$$\sigma_\theta = r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \sigma_r \quad (30)$$

4. 理論予測モデルの有効性の検証

4・1 検証実験の装置および方法

本研究で提示した理論予測モデルの有効性を実験的に検証する．具体的には，巻取りロール周辺の環境温度を意図的に変化させ，その際に測定したロール温度および半径方向応力の実験値を予測値と比較・検討する．

本実験ではポリエチレンテレフタレートフィルムを用い，図4に示すような巻出し部とニップローラを有する巻取り部から構成される試験装置で巻取りを実施した．本試験装置は巻取りロールを巻出し側に設置し，張力や

Fig. 4 Configuration diagram of test machine

Fig. 5 Photograph of storage chamber

Fig. 6 Ambient temperature change during storage

Fig. 7 Compressive stress-strain relationship of polyethylene terephthalate film in radial direction

Table 1 Physical properties of plastic film

Parameter	Value
Material	Polyethylene terephthalate
Thickness h_f [μm]	50
Young's modulus in radial direction E_r [Pa] $E_r = C_1 \sigma_r ^{C_2}$	$C_1 = 1.353 \times 10^4$ $C_2 = 0.712$
Young's modulus in circumferential direction E_θ [Pa]	5.18×10^9
Composite RMS roughness R_{ff} [μm]	0.092
Friction coefficient μ	0.30
Poisson's ratio $\nu_{r\theta}$	0.3
Thermal conductivity k_f [W/(m·K)]	0.138
Specific heat c_f [J/(kg·K)]	1040
Density ρ_f [kg/m ³]	1390
Expansion coefficient in radial direction α_r [1/K]	15.5×10^{-5}
Expansion coefficient in circumferential direction α_θ [1/K]	1.18×10^{-5}

Table 2 Processing conditions

Parameter			Value
Winding velocity V [m/s]			1.0
Winding tension T_{w0} [N/m]			100
Nip load L [N/m]			235
Web width W [m]			0.28
Core	Radius r_c [m]		0.045
	Thickness h_c [m]		0.007
	Young's modulus E_c [Pa]		3.0×10^9
	Thermal conductivity k_c [W/(m $\cdot$ K)]		0.125
	Specific heat c_c [J/(kg $\cdot$ K)]		1650
	Density ρ_c [kg/m ³]		906
	Expansion coefficient α_c [1/K]		1.40×10^{-5}
Ambient temperature in room T_0 [$^{\circ}$ C]			24
Ambient temperature in chamber T_{∞} [$^{\circ}$ C]			44
Storage time in chamber [hour]			2
Heat-transfer coefficient κ [W/(m ² $\cdot$ K)]	Inside chamber	Inside core	1.8
		Outside roll	33.1
	Outside chamber	Inside core	2.0
		Outside roll	5.9

速度を制御するためのローラを介してフィルムを搬送する．最終的には最下流に位置する巻取り軸に固定した巻芯にニップローラによる押付け荷重を負荷した状態で巻き取る機構になっている．

巻取りロール周辺の環境温度は巻取り後のロールを保管庫に投入することで変化させた．この保管庫は図 5 に示すように熱源，ファンと温度センサを設けた断熱材で囲った箱を用い，その中の温度が一定になるように温度センサの信号によって熱源を制御する機構になっている．なお，環境温度として冒頭に述べたような実際の輸送環境を想定し変化させた．巻取り完了後，巻取り中の温度より 20K 高い温度に制御された保管庫に巻取りロールを投入し，その 2 時間後に巻取り中の温度に保たれた室内に取り出すことで図 6 に示すようなパルス状の温度変化を与えた．ここで，時刻 $t=0$ は巻取りロールを投入した時刻を表す．

巻取りロール内の温度と半径方向応力の測定にはそれぞれ薄膜の温度センサと圧力センサ⁽¹³⁾を用いた．これらを所定のロール半径位置に設置されるように適宜巻取り中の最外層部分から挿入し，巻取りロールを保管庫に投入した直後から測定を開始した．なお，測定に際しては半径方向応力の測定精度を考慮し，温度測定と応力測定をそれぞれ独立に各 3 回以上行った．また，ロール端部からの熱移動の影響を小さくするため，センサの感部がフィルムの幅に対して中央部に位置するように設置した．

表 1 にフィルムの物性値，表 2 に加工条件をそれぞれ示す．ここで，フィルムは図 7 に示すように半径方向応力 σ_r に対して非線形圧縮特性を有する．そこで本研究では，この実験結果を基に半径方向ヤング率 E_r を次式によって累乗近似して評価する．

$$E_r = C_1 |\sigma_r|^{C_2} \quad (31)$$

また，表 2 に示した熱伝達率は実際の保管環境における実測値である．この測定では巻芯内側面およびロール最外層面の近傍に熱流束センサを設置し，保管庫内外における熱流束 q と熱流束センサ測定部の表面温度 T_s を計測する．これらの測定値を次式に代入すればその保管環境における熱伝達率 κ が算出できる．

$$\kappa = \frac{q}{T_\infty - T_s} \quad (32)$$

4・2 実験検証の結果および考察

図 8 (a), (b) にロール温度の変化量 ($T_f - T_0$) および半径方向応力 σ_r の予測値と実験値をそれぞれ示す．同図 (i) はロール半径位置を巻芯の半径で除した無次元ロール半径位置 r/r_c ，同図 (ii) は時刻 t に対する結果である．ここで，巻き込み空気が熱伝導に及ぼす影響を検討するため，この影響を無視した場合の予測値を得たが，本理論予測モデルによる予測値とほとんど一致したことから両者を同一の実線で表している．なお，図中のプロットは実験結果の平均値であり，ばらつきの範囲をエラーバーで表示している．また，同図 (ii) 中に示している斜線部は図 6 中と同様に巻取りロールを保管庫に投入している時間範囲を表している．

図 8 (a) に示すロール温度の変化量の予測値から，巻取り完了後にロール周辺の環境温度が変化すると，ロール内部に温度分布が生じて時々刻々と変化することがわかる．ロールを保管庫に投入している時刻 $t=0 \sim 2$ hour では，環境温度が巻取り中の温度より高くなるため，周辺空気と巻取りロールの接触面である巻芯内側面およびロール最外層面から熱が流入して巻芯側および外層側からロール温度が上昇する．このとき，温度変化は巻芯側に比べて外層側で大きいことがわかる．これは保管庫内におけるロール最外層面の熱伝達率が芯内側面より高いためであり，その結果として対流伝熱により流入する熱量が多くなることに起因する．

巻取りロールを室内に取り出した後の時刻 $t=2 \sim 12$ hour では，環境温度が保管庫内の温度から巻取り中の温度に低下する．そのため，保管庫内の場合とは反対にロール外に熱が流出してロール温度が低くなり，時間の経過とともに室温に近づいていく．このときの温度変化は外層側で大きくなることが確認できるが，これは保管庫内の場合と同様に熱伝達率がロール最外層面で高いことに加え，時刻 $t=2$ hour において室温との温度差が外層側で大きいことが作用していると考えられる．また，同図 (ii) から，室内におけるロール温度の変化は保管庫内に比べて緩やかであること，また，ロール温度が最大値を示す時刻は内層側ほど環境温度が室温に変化する時刻 $t=2$ hour から遅れる傾向にあることが確認できる．前者はロール最外層面の熱伝達率が低下すること，後者は外層

Fig.8 Predicted and measured results on verification experiment

Fig.9 Calculated values of thermal properties of equivalent layer

(plastic film: $k_f=0.138\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $\rho_f=1390\text{kg}/\text{m}^3$, $c_f=1040\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, air: $k_a=0.026\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $\rho_a=1.18\text{kg}/\text{m}^3$, $c_a=1006\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)

ほどロール温度が高い状態にあるため、環境温度が室温に転じても内層に向けて熱移動が生じることが原因と考えられる。

一方、半径方向応力は図 8 (b) に示すようにロール温度の変化に対応して変化する。すなわち、ロール温度が上昇すると半径方向応力は増加し、ロール温度が上昇から低下に転じて室温に近づくとき巻取りロールを保管庫に投入した時刻 $t=0\text{hour}$ と同程度の状態に戻る。このようなロール内部に生じる熱応力は、フィルムの線膨張係数の異方性およびフィルムと巻芯の線膨張係数の差に起因している。表 1 および表 2 に示したようにフィルムの円周方向の線膨張係数 α_θ は半径方向の線膨張係数 α_r に比べて一桁小さく、巻芯の線膨張係数 α_c と同程度である。したがって、前節に示した式 (21), (22) を考慮すれば、本研究でのフィルムと巻芯の組み合わせではこのフィルムの異方性が主として熱応力に影響を及ぼし、その結果として半径方向応力が温度上昇により増大、温度低下により減少したものと考えられる。

Fig.10 Predicted circumferential stress on verification experiment

上述したように巻き込み空気が熱伝導に及ぼす影響を考慮した場合とこれを無視した場合のロール温度および半径方向応力はほとんど一致している。これは等価層の熱物性がフィルムの熱物性と同程度とみなすことができるためである。図9(a),(b),(c)はそれぞれ空気層厚さに対する等価層の熱伝導率、密度、比熱の計算値を示している。ここで、同図中に示す斜線部は巻取りロール内に存在する空気層厚さの予測値の範囲を示している。これより、等価層の熱物性は空気層厚さが大きくなるに従ってフィルムの熱物性から空気の熱物性の値へと遷移する傾向にあるが、本論文の検討範囲内ではフィルムの熱物性値にほぼ一致していることがわかる。

図8に示したロール温度および半径方向応力の予測値と実験値は概ね一致しており、本理論予測モデルは有効であると言える。さらに、本論文の検討範囲内では巻き込み空気が熱伝導および熱応力に及ぼす影響を無視し得ることがわかる。

本実験における内部応力の予測値をもとに冒頭に述べた巻取り不良との関係について検討を加える。ここで、図10は図8(b)の(i)に示した半径方向応力の予測値より求められる円周方向応力の予測値を示している。環境温度が上昇する場合、半径方向応力は経時で増大する。これはフィルム同士を圧着させるように作用するため、ブロッキングを発生させる要因となる。一方、円周方向応力は無次元ロール半径位置が概ね $r/r_c=1.6$ より内層側で減少し、外層側で増大する傾向にある。このような場合、内層側の負となる範囲でフィルムが座屈することによるシワ、外層側で塑性変形によるフィルムの機能低下が生じる恐れがある。このように環境温度の変化に起因した巻取り後に発生する巻取り不良に対し、その発生メカニズムを明らかにすること、さらに対策手段を検討することにおいて本理論予測モデルは有用と判断する。

4・3 巻き込み空気が熱伝導および熱応力に影響を及ぼす場合の検討

電子デバイスに用いられる熱伝導フィルムや導電性材料が表面に設けられた薄膜フィルムなど、半径方向に対するフィルムの熱伝導率が高くなるような場合には、巻き込み空気が巻取りロールの熱伝導および熱応力に及ぼす影響は無視できないと考えられる。そこで、本理論予測モデルを用いたパラメータ研究により、巻き込み空気の影響が無視できない場合についても検討しておく。

図11(a),(b),(c)はそれぞれ熱伝導率 $k_f=1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、円周方向および半径方向の線膨張係数 $\alpha_\theta=\alpha_r=8.0\times 10^{-5}$ のフィルムを巻取り張力 $T_w=100\text{N/m}$ 、ニップ線荷重 $L=100\text{N/m}$ で巻き取った場合（以下、条件A）、巻取り張力 $T_w=200\text{N/m}$ 、ニップ線荷重 $L=0\text{N/m}$ で巻き取った場合（以下、条件B）のロールを巻取り中の温度から20K高い温度に1時間保管したときのロール温度の変化量 (T_f-T_0) 、半径方向応力 σ_r 、円周方向応力 σ_θ の予測値を示している。なお、本モデルの有効性を検証するために巻き込み空気の影響を無視した場合の予測値も併記している。

図12は半径方向応力を $\sigma_r=0.1, 1, 10\text{MPa}$ としたときの空気層厚さに対する等価層の熱伝導率の計算値を示している。ここで、フィルム間を分散接触とみなせる $h_{dl} \sim 3R_{ff}$ において、半径方向応力が $\sigma_r=0.1\text{MPa}$ の場合と $\sigma_r=1\text{MPa}$ の場合の計算値がほぼ一致したことから、両者を同一の実線で表している。同図中の斜線部はそれぞれ条件Aおよび条件Bで巻き取ったロールに存在する空気層厚さの予測値の範囲を表している。

図11から、ロール温度の変化量、半径方向応力、円周方向応力のいずれにおいても巻き込み空気を考慮した場合とこれを無視した場合の予測値に有意差が認められ、その差は条件Aに比べて空気層が厚くなる条件Bで顕著

Fig.11 Predicted results on parametric study conditions
(Condition A: $T_w=100\text{N/m}$, $L=100\text{N/m}$, Condition B: $T_w=200\text{N/m}$, $L=0\text{N/m}$)

に現れることがわかる。これは図 12 に示すように本計算条件において等価層の熱伝導率がフィルムの熱伝導率より小さく、また、空気層が厚い条件 B の方が小さいことに起因する。

熱伝導率が高い場合、巻取りロールに流入した熱は内部に移動し易いため、ロール温度がロール半径位置に対して均一に上昇する。それに対して熱伝導率が低い場合、熱が内部に移動しにくいために熱が流入する近傍の温度が上昇する。これより、図 11 (a) に示すように本計算条件における巻き込み空気を考慮した場合、特に条件 B でロール内の温度勾配が大きくなったと考えられる。なお、図 12 に示すように本計算条件における半径方向応力の範囲内ではフィルム間の接触状態が等価層の熱伝導率に及ぼす影響は僅かであり、その効果は無視できると考えてよい。

Fig.12 Calculated values of thermal conductivity of equivalent layer in radial direction
(plastic film: $k_f=1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, air: $k_a=0.026\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$)

図 11 (b), (c) からわかるように半径方向応力および円周方向応力はロール温度に応じて変化する．この変化の傾向はフィルムの円周方向の線膨張係数 α_θ が巻芯の線膨張係数 α_c より大きいことに起因している．特に巻芯近傍においてそれぞれの応力は経時で大きく低下する傾向にあり，これはフィルム間が滑ることによる巻ズレ，前述したようなシワを発生させる要因となりえる．また，いずれの応力においても巻き込み空気を無視した場合の方がこれを考慮した場合より高くなっている．これより，予測値をもとに巻取り不良の発生について検討する際，巻き込み空気を無視した場合においては過大評価となり，実際の現象を適切に評価できない恐れがあると考えられ，このような場合において本理論予測モデルは有用と言える．

以上の結果から，半径方向に対するフィルムの熱伝導率が高くかつ空気層が厚くなる条件下においては，巻き込み空気が巻取りロール内の熱伝導および熱応力に及ぼす影響は無視できないことがわかった．

5. 結 言

本研究では，熱伝導に及ぼす巻き込み空気の影響を考慮した非定常状態の巻取りロールの内部応力に関する理論予測モデルを提示し，その有効性を実験検証およびパラメータ研究から確認した．得られた主な結論を以下に記す．

- (1) 巻き込み空気によってフィルム間に形成される空気層の厚さおよび隣接するフィルム同士の接触状態を考慮した巻取りロールにおける非定常熱伝導の解析手法を提示した．
- (2) 内部応力解析に (1) に提示した手法を適用することで，巻き込み空気が熱伝導に及ぼす影響を考慮した非定常状態における巻取りロールの内部応力に関する理論予測モデルを提示した．
- (3) ロール温度の変化量と半径方向応力について，巻取り完了後に巻取りロール周辺の環境温度を変化させて測定した実験値と理論予測モデルによる予測値は概ね一致し，モデルの有効性が確認された．
- (4) 本理論予測モデルを用いたパラメータ研究から，半径方向に対するフィルムの熱伝導率が高くかつ空気層が厚くなる条件下において，巻き込み空気が巻取りロール内の熱伝導および熱応力に及ぼす影響は無視できないことがわかった．

文 献

- (1) 菅沼克昭，棚網宏，“プリンテッド・エレクトロニクス技術”，(2009)，pp. 8，工業調査会．
- (2) Hakiel, Z., “Nonlinear Model for Wound Roll Stress”, *TAPPI Journal*, Vol. 70, No. 5 (1987), pp. 113-117.
- (3) Willett, M.S. and Poesch, W.L., “Determining the Stress Distributions in Wound Reels of Magnetic Tape Using a Nonlinear Finite-Difference Approach”, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, (1988), pp. 365-371.
- (4) Qualls, W.R. and Good, J.K., “Thermal Analysis of a Round Roll”, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 64, (1997), pp. 871-876.

- (5) Lei, H., Cole, K.A. and Weinstein, S.J., “Modeling Air Entrainment and Temperature Effects in Winding”, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 70, (2003), pp. 902-914.
- (6) Hashimoto, H., “Air Film Thickness Estimation in Web Handling Process”, *Trans. ASME. Journal of Tribology*, Vol. 124 (1999), pp. 50-55.
- (7) Chang, Y.B., Chambers, F.W. and Shelton, J.J., “Elastohydrodynamic Lubrication of Air Lubricated Rollers”, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 118, (1996), pp. 623-628.
- (8) 橋本巨, “基礎から学ぶトライボロジー”, (2006), pp. 94, 森北出版.
- (9) 黒崎晏夫, 佐藤勲, “伝熱工学”, (2009), pp. 29, コロナ社.
- (10) Good, J.K., Wu, Z., and Fikes, M.W.R., “The Internal Stresses in Wound Rolls with the Presence of a Nip Roller,” *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 61, No. 1, (1994), pp. 182-185.
- (11) Good, J.K. and Holmberg, M.W., “The Effect of Air Entrainment in Center Wound Rolls”, *Proceedings of the Second International Conference on Web Handling*, (1993), pp. 246-264.
- (12) 谷本光史, 河野和清, 高橋定, 佐々木将志, 吉田総仁, “空気巻き込みを考慮した巻取りロールの内部応力解析”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 68, No. 665, (2002), pp. 161-168.
- (13) Hashimoto, H., Puttha, J. and Mongkol M, ”Optimum Winding Tension and Nip-load into Wound Webs for Protecting Wrinkles and Slippage”, *JSME Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, Vol. 4, No.1, (2010), pp.214-225.