タイヤと軟弱地盤系の三次元モデリングと動解析*

涌井 太^{*1}, 曄道 佳明^{*2}

Three-Dimensional Numerical Simulation of Tire Behavior on Soft Ground

Futoshi WAKUI^{*1} and Yoshiaki TERUMICHI

^{*1} Sophia Univ. Dept. of Science and Technology
Kioi-cho 7-1, Chiyoda-ku, Tokyo, 102-8554 Japan

Three-dimensional motion analysis is necessary to describe the complex tire behavior on soft ground due to the deformation of the tire and the landform of the soft ground such as the ground heaving in the vicinity of the tire side edge. We developed the three-dimensional interactive model for the performance of the tire on soft ground that were composed of the distributed lumped mass-spring model as the tire, Discrete Element (DE) model as soft ground. In the present study, we have extended the previous model by dividing the soft ground into the upper and the lower soft ground, and by adding the lug to the tire with considering the contact geometry with soft ground. Numerical simulations of the tire behavior on soft ground have been carried out under several conditions using the proposed model. The numerical results showed that the three-dimensional motion analysis of the tire behavior on soft ground could be conducted, and that the proposed model could be validated through comparison with previous experimental results on the tractive performance and the cornering performance of the tire on soft ground.

Key Words : Three-Dimensional Modeling, Tire, Soft Ground, Discrete Element Model, Tractive Performance, Cornering Performance, Slip Angle, Camber Angle

1. 緒 言

砂や土などのいわゆる軟弱地盤を走行するオフロード車両は数多く存在する。オフロード車両は、競技用、レクリエーション用、農業用および建設用など様々な用途で利用され、最近では月や火星などを探査する無人探査ロボット（ローバー）の開発⁽¹⁾においても注目を集めている。これらオフロード車両の走行性能に関しては、テラメカニクス（Terramechanics）分野において様々な研究⁽²⁾⁽³⁾が行われてきたが、軟弱地盤を走行する車両やタイヤを対象とした汎用的な解析ツールの開発は十分とは言えず、さらなる発展が期待されている。

軟弱地盤における車両の走行性能を予測および評価するためには、弾性変形を有するタイヤと大変形や粒子流動を伴う軟弱地盤との力学的相互作用を考慮した解析モデルが必要である。タイヤと軟弱地盤系の解析モデルとして、タイヤと地盤に有限要素を適用したモデル⁽⁴⁾⁽⁵⁾やタイヤに有限要素、地盤に個別要素（Discrete Element (DE)）⁽⁶⁾を用いたモデル⁽³⁾⁽⁷⁾等があるが、いずれも二次元モデルであり、タイヤの変形挙動と地盤の複雑な離散挙動をより厳密に表現するためには三次元の解析モデルが不可欠であると考えられる。著者らは、このタイヤと軟弱地盤系の解析モデルの開発を継続的に行っており、タイヤに多質点モデルを、軟弱地盤に個別要素モデル（以下、DEモデルという。）と弾性支持モデルを用いた二次元解析モデルを構築し、軟弱地盤におけるタイヤのすべり率に対する牽引力特性やタイヤの上下剛性およびラグ形状の影響検討⁽⁸⁾、地盤の粒子形状および弾塑性特性の影響検討⁽⁹⁾等を実施した。また、三次元解析モデルに関しては、タイヤを多質点モデル、地盤を DE モデルとした比較的簡易なモデルを用いて、軟弱地盤におけるタイヤの三次元運動に関する基礎的な検討⁽¹⁰⁾を行った。しかし、地盤挙

* 原稿受付 2011 年 1 月 31 日

^{*1} 正員，上智大学大学院 理工学研究科理工学専攻（〒102-8554 東京都千代田区紀尾井町 7-1）

^{*2} 正員，上智大学 理工学部

E-mail: f-wakui@sophia.ac.jp

動に影響を及ぼすラグやトレッド等のタイヤ形状の考慮や地盤粒子数の増加に伴う計算コストの増大といった改善の余地があるため、現状の解析モデルの拡張や効率化が必要であると考えられる。

そこで、本研究ではタイヤと軟弱地盤系の三次元解析モデルに対し、ラグの付加によるタイヤモデルの拡張と下層地盤の導入による地盤モデルの効率化を行い、各種運動解析により、本解析モデルの有効性について検討する。また本解析モデルを用いて、軟弱地盤におけるスムーズタイヤおよびラグタイヤの三次元転動挙動、牽引性能および旋回性能についての検討を行う。

2. モデリングと定式化

2.1 軟弱地盤

軟弱地盤は、タイヤと地盤の接触域の近傍、すなわち表層において局所変形を起こし離散的な挙動を示すが、下層においては、地盤の離散的な動きは少なく、一体化した動きが主になると考えられる。そこで、本研究では軟弱地盤を表層部と下層部に分け⁽³⁾⁽⁷⁾、表層地盤にはDEモデルを、下層地盤には弾性支持モデルを適用した。軟弱地盤モデルを図1に示す。DEモデルは、地盤を複数の剛体粒子の集合体と仮定し、地盤特性を粒子間の接触フォークト要素で表現するモデルである⁽⁶⁾。DEモデルでは、全地盤粒子について他の地盤粒子との接触の有無を判定し、接触時のみ地盤粒子間の接触力を計算する。地盤粒子間の接触力を記述するために接触点ごとに相対座標系 (n, s, b) を定義する。相対座標系 (n, s, b) は二粒子の各中心を結ぶ n 方向（法線）、 n 方向と垂直で $x-z$ 平面に並行な s 方向（接線）、 n 方向と s 方向に垂直な b 方向（接線）によって表現される。接触点における接触力は、粒子間の相対変位（干渉量）および相対速度（干渉速度）を n, s, b の三方向成分に分解し、それぞれの成分に比例した復元力および減衰力の和で表わされる。なお、 s および b の接線方向の相対変位は、各方向の相対速度を時間積分することで算出する。また、接線方向成分には摩擦の相互作用が考慮できるように、摩擦スライダーを挿入し、すべりによるクーロン摩擦を表現した。地盤二粒子間のフリーボディダイアグラムを図2に示す。ここで、 x_m, y_m, z_m は地盤粒子中心点を原点とする絶対座標軸に並行な座標軸を表している。また、 θ, ϕ は球面座標系の方位角、極角であり、 θ は n 軸と y_m 軸とのなす角を、 ϕ は z_m 軸と n 軸を $x_m - z_m$ 平面に投影した軸とのなす角をそれぞれ表している。表層地盤の運動方程式を以下に示す。運動方程式にはニュートン・オイラーの式を用い、接触力およびモーメントに対する地盤粒子の運動を求める。

$$\mathbf{M}_i^p \ddot{\mathbf{r}}_i^p = \sum \mathbf{F}_i^{pp} - \sum \mathbf{F}_i^{tp} - \sum \mathbf{F}_i^{lp} + \mathbf{M}_i^p \mathbf{g} \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_i^p \ddot{\boldsymbol{\psi}}_i^p = \sum \{(\mathbf{r}_i^{pp} - \mathbf{r}_i^p) \times \mathbf{F}_i^{pp}\} + \sum \{(\mathbf{r}_i^{tp} - \mathbf{r}_i^p) \times (-\mathbf{F}_i^{tp})\} + \sum \{(\mathbf{r}_i^{lp} - \mathbf{r}_i^p) \times (-\mathbf{F}_i^{lp})\} \quad (2)$$

$$F_{i,n}^{pp} = -k_n^{pp} \delta_{ij,n}^{pp} - c_n^{pp} u_{ij,n}^{pp} \quad (3)$$

$$F_{i,s}^{pp} = -k_s^{pp} \int u_{ij,s}^{pp}(t) dt - c_s^{pp} u_{ij,s}^{pp} \quad (4)$$

$$F_{i,b}^{pp} = -k_b^{pp} \int u_{ij,b}^{pp}(t) dt - c_b^{pp} u_{ij,b}^{pp} \quad (5)$$

$$\sqrt{(F_{i,s}^{pp})^2 + (F_{i,b}^{pp})^2} \geq \mu^{pp} |F_{i,n}^{pp}| \text{ の場合, } F_{i,s}^{pp} = \mu^{pp} |F_{i,n}^{pp}| \cdot F_{i,s}^{pp} / \sqrt{(F_{i,s}^{pp})^2 + (F_{i,b}^{pp})^2} \quad (6)$$

$$\sqrt{(F_{i,s}^{pp})^2 + (F_{i,b}^{pp})^2} \geq \mu^{pp} |F_{i,n}^{pp}| \text{ の場合, } F_{i,b}^{pp} = \mu^{pp} |F_{i,n}^{pp}| \cdot F_{i,b}^{pp} / \sqrt{(F_{i,s}^{pp})^2 + (F_{i,b}^{pp})^2} \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{M}, \mathbf{J}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\psi}, \mathbf{F}, \mathbf{g}$ は質量行列、慣性行列、位置ベクトル、角度ベクトル、力ベクトル、重力加速度ベクトル、 δ, u, k, c, μ は相対変位、相対速度、ばね定数、減衰係数、摩擦係数を表す。地盤粒子の一般化座標は $\mathbf{r}_i^p = [x_i^p \ y_i^p \ z_i^p]^T$, $\boldsymbol{\psi}_i^p = [\psi_{i,x}^p \ \psi_{i,y}^p \ \psi_{i,z}^p]^T$ ($i=1,2,\dots,n_p$)。添え字の p, t は地盤粒子およびタイヤ質点を示す。また、相対座標系 (n, s, b) から絶対座標系 (x, y, z) への座標変換行列 $\mathbf{A}$ は次式で表わされ、絶対座標系から相対座標系への座標変換行列は $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$ で表わされる。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sin \theta \sin \phi & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ \sin \theta \cos \phi & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\cos \theta = -(y_i - y_j) / R_{ij} \quad (9)$$

$$\sin \theta = D_{ij} / R_{ij} \quad (10)$$

$$\cos \phi = -(z_i - z_j) / D_{ij} \quad (11)$$

$$\sin \phi = -(x_i - x_j) / D_{ij} \quad (12)$$

$$D_{ij} = \sqrt{(z_i - z_j)^2 + (x_i - x_j)^2} \quad (13)$$

$$R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (14)$$

また、実際の地盤の粒子形状は複雑な多面形状であるため、球形状粒子に比べ粒子同士の噛合い等により、接触粒子間で抵抗モーメントが発生し、粒子間の相対回転（転がり）が拘束される．この粒子間の回転拘束により、地盤全体のせん断強度が増大し、地盤の安定度が向上することが知られている^{(11)~(13)}．本 DE モデルでは、接触判定の容易さと計算コストの観点から地盤粒子に球形要素を用いているため、実地盤に比べるとせん断強度が低くなり、地盤がより不安定になると考えられる．そこで、本 DE モデルでは地盤粒子の回転速度に一定の制限を設けることで地盤粒子の回転（転がり）拘束を表現した．

下層地盤の弾性支持モデルは、複数のフォークト要素 - 質点系から構成され、フォークト要素のばね特性には Bekker 理論⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾を適用した．また、繰り返し負荷に対する軟弱地盤の弾塑性特性を表現するために、負荷時と除荷時に作用するばね（圧縮ばねと引張ばね）に異なる特性を設定することで、従来の Bekker 理論の拡張⁽¹⁶⁾を行った．下層地盤の運動方程式を以下に示す．

Fig. 1 Soft ground model (DE and mass-spring model)

Fig. 2 Free body diagram between soil particles

$$\mathbf{M}_i^l \ddot{\mathbf{r}}_i^l = \sum \mathbf{F}_i^{lf} + \sum \mathbf{F}_i^{lp} + \mathbf{M}_i^l \mathbf{g} \quad (15)$$

$$F_{i,n}^{lf} = -b^l d^l p_{i,n}^{lf} - c_n^{lf} u_{ij,n}^{lf} \quad (16)$$

$$\text{負荷時（圧縮過程）の場合,} \quad p_{i,n}^{lf} = \left(\frac{k_c^{lf}}{b^l} + k_\phi^{lf} \right) \cdot (\delta_{ij,n}^{lf})^\alpha \quad (17)$$

$$\text{除荷時（復元過程）の場合,} \quad p_{i,n}^{lf} = \left(\frac{k_c^{lf}}{b^l} + k_\phi^{lf} \right) \cdot (\delta_{i,u}^{lf})^\alpha - (k_0^{lf} + a_u^{lf} \delta_{i,u}^{lf}) \cdot (\delta_{i,u}^{lf} - \delta_{i,n}^{lf}) \quad (18)$$

ここで、 δ_u は除荷開始時の最大沈下量、 k_0 、 a_u はそれぞれ地盤復元に関する係数を表す。下層地盤質点の一般化座標は $\mathbf{r}_i^l = [x_i^l \ y_i^l \ z_i^l]^T$ ($i=1,2,\dots,n_l$)。また、添え字の l, f は下層地盤質点および固定床を示す。

DE モデルでは、地盤の離散的で複雑な挙動の模擬が可能となるが、粒子の数が膨大となるため計算コストが高くなる。一方、弾性支持モデルは地盤をフォークト要素で表現した簡易なモデルであるため、地盤の複雑な動きの模擬は困難であるが、計算コストは低くなる。本研究では、これら二つのモデルを組み合わせることで、高精度で低計算コストの軟弱地盤モデルを構築し、解析モデルの効率化を図った。

2・2 タイヤ

タイヤと軟弱地盤との接触相互作用は、タイヤと地盤間の接触面形状や接触面内の接触力分布に依存するため、これら接触面形状および接触力分布を模擬し、かつ有限要素 (FE) モデルに比べ計算コストの低い多質点タイヤモデルを適用した。多質点タイヤモデルを図 3 に示す。この多質点タイヤモデルでは、ホイール部を剛体円盤、タイヤ部を複数の質点で表現する。そして、ホイールと外周に配置したタイヤ質点を一つの法線方向 (n 方向) と二つの接線方向 (s, b 方向) の三方向の並進フォークト要素で結合し、またタイヤ質点間を法線方向 (n 方向) の並進フォークト要素で結合する。ホイールとタイヤ質点間に作用する力は、ホイール周上点とタイヤ質点間の相対変位および相対速度を二つの点を結ぶ n, s, b の三方向成分に分解し、各成分に比例した復元力および減衰力の和で表わされる。ホイールとタイヤ質点間のフリーボディダイアグラムを図 4 に示す。また、タイヤ質点間に作用する力は、タイヤ質点間の相対変位および相対速度の法線方向 (n 方向) 成分に比例した復元力および減衰力の和で表現される。タイヤの運動方程式を以下に示す。

$$\mathbf{M}^w \ddot{\mathbf{r}}^w = \sum \mathbf{F}_i^{wt} + \mathbf{M}^w \mathbf{g} \quad (19)$$

$$\mathbf{J}^{tw} \ddot{\boldsymbol{\psi}}^{tw} + \dot{\boldsymbol{\psi}}^{tw} \times (\mathbf{J}^{tw} \dot{\boldsymbol{\psi}}^{tw}) = \sum \mathbf{N}_i^{wt} \quad (20)$$

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}^{tw} = [\mathbf{e}_x^w \cdot \dot{\boldsymbol{\psi}}^w \quad \mathbf{e}_y^w \cdot \dot{\boldsymbol{\psi}}^w \quad \mathbf{e}_z^w \cdot \dot{\boldsymbol{\psi}}^w]^T \quad (21)$$

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}^w = \dot{\psi}_x^w \mathbf{e}_x^w + \dot{\psi}_y^w \mathbf{e}_y^w + \dot{\psi}_z^w \mathbf{e}_z^w \quad (22)$$

$$\mathbf{N}_i^{wt} = [\mathbf{e}_x^w \cdot \mathbf{N}_i^{wt} \quad \mathbf{e}_y^w \cdot \mathbf{N}_i^{wt} \quad \mathbf{e}_z^w \cdot \mathbf{N}_i^{wt}]^T \quad (23)$$

$$\mathbf{N}_i^{wt} = \sum \{ (\mathbf{r}_i^w - \mathbf{r}^w) \times \mathbf{F}_i^{wt} \} \quad (24)$$

$$\mathbf{M}_i^l \ddot{\mathbf{r}}_i^l = \sum \mathbf{F}_i^{lt} - \sum \mathbf{F}_i^{wt} + \sum \mathbf{F}_i^{lp} + \mathbf{M}_i^l \mathbf{g} \quad (25)$$

ここで、プライム () はホイール重心に固定された物体座標系での成分表記を表し、 $\mathbf{e}_x^w, \mathbf{e}_y^w, \mathbf{e}_z^w$ はホイール座標系の基底ベクトルを表す。ホイールの一般化座標は $\mathbf{r}^w = [x^w \ y^w \ z^w]^T$ 、 $\boldsymbol{\psi}^w = [\psi_x^w \ \psi_y^w \ \psi_z^w]^T$ 、タイヤ質点の一般化座標は $\mathbf{r}_i^l = [x_i^l \ y_i^l \ z_i^l]^T$ ($i=1,2,\dots,n_l$)。また、添え字の w はホイールを示す。

Fig. 3 Tire model (Distributed lumped mass-spring model)

Fig. 4 Free body diagram between wheel and tire mass

2・3 接触定義

表層地盤の地盤粒子 (DE モデル) は、連続的な結合はなく、他の地盤粒子、タイヤおよび下層地盤との接触時のみ接触力が作用するため、これら地盤粒子、タイヤおよび下層地盤と地盤粒子間で接触を定義する必要がある。地盤粒子 - 地盤粒子間の接触判定は、二粒子の中心間距離 L_{ij} と二粒子の半径 R_i, R_j を用いて次式の距離判定により行う。

$$L_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \leq (R_i + R_j) \quad (26)$$

また、地盤粒子 - タイヤおよび下層地盤間の接触判定では、まずタイヤおよび下層地盤の三質点間を結合し、図5のような三角形面を構築する。そして、地盤粒子とこれら三角形面との間で次式の距離判定および位置判定を行い、接触の有無を判定する。位置判定とは、地盤粒子中心から三角形面に下した垂線と三角形面との交点が三角形面の内側か外側かを判定することである。

$$\text{距離判定 : } L_{ip} \leq R_i \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \text{位置判定 : } & ((\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1)) \cdot ((\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_i) \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_i)) \geq 0 \quad \cap \\ & ((\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1)) \cdot ((\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_i) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_i)) \geq 0 \quad \cap \\ & ((\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1)) \cdot ((\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_i) \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_i)) \geq 0 \end{aligned} \quad (28)$$

ここで, L_{ip} は地盤粒子中心から三角形面までの距離を表し, $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ は地盤粒子中心の位置ベクトル, 三角形面を構成する三質点の位置ベクトルを表す. 次に, 接触時の接触面 (三角形面) と地盤粒子間の接触力を算出する. 接触力の算出には, 接触面と地盤粒子間の干渉量および干渉速度 (仮想の弾性変形および速度) を求め, これに応じた力を接触力とするペナルティ法を用いた. 接触面に作用する接触力は, 図 6 に示すように接触点からの距離に応じた力を等価接触力として接触面を構成するタイヤおよび下層地盤の三質点に分配した.

また, オフロードタイヤには, 軟弱地盤における牽引力特性を向上させるため, ラグと呼ばれる突起の付いたタイヤが多く用いられている (図 5). そこで, このラグの効果を模擬するため, 地盤粒子との接触を考慮したラグ面を定義した. ラグ面は, 結節されるタイヤ質点から幾何的に決定され, ラグ面と地盤粒子との接触力は上述のペナルティ法より算出した. そして, ラグ面に作用する接触力に関しては, 等価接触力として合力およびホイール中心からの合モーメントが一致するようにラグと結節されたタイヤ質点に分配した.

Fig.5 Definition of contact patch (Tire, Lug, Lower ground)

Fig.6 Contact between patch and soil particle

3. 数値解析

構築した軟弱地盤およびタイヤモデルを用いて、軟弱地盤におけるタイヤの走行シミュレーションを実施し、タイヤの三次元転動挙動、牽引性能および旋回性能を調べた。シミュレーションでは、まず地盤粒子を土槽に間隙（隙間）比が最も小さくなる（隣接する地盤粒子が六角形となる）ように規則的に配置（最密配置）し、次に地盤粒子の自重による地盤の圧密を行う。そして、荷重 90 kg を負荷したタイヤを接地させ、タイヤと地盤が静的平衡状態となった後に、タイヤを地盤上で走行させる。シミュレーションに用いた代表的なパラメータを表 1 に示す。なお、各種パラメータは過去の関連の研究⁽²⁾⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾⁽¹⁶⁾を参考に決定した。本解析では、運動方程式を計算刻み Δt で差分近似し、各方程式を連立せずに個々に独立に解くことで、計算コストを低く抑えている。また、数値積分にはルンゲ・クッタ法を用い、計算刻み Δt は計算結果が数値的に安定となる 2.5×10^{-5} s とした。土槽（解析領域）は、タイヤの三次元転動解析で 1.0（奥行）m $\times$ 1.0（幅）m、牽引性能解析および旋回性能解析で 1.2（奥行）m $\times$ 0.3（幅）m に設定した。

Table 1 Parameters used for numerical simulation

Number of tire masses	128	Normal stiffness of tires k_n^{nc} [N/m]	20000
Number of lugs	8	Normal damping of tires c_n^{nc} [Ns/m]	70
Number of soil grains	69403, 24753	Normal stiffness of tires k_n^{nl} [N/m]	50000
Number of lower ground masses	441, 150	Normal damping of tires c_n^{nl} [Ns/m]	175
Mass of wheel [kg]	4.2	Normal stiffness of soil particles k_n^{pp} [N/m]	30000
Mass of tire particles (all) [kg]	5.8	Normal damping of soil particles c_n^{pp} [Ns/m]	30
Mass density of soil grain [kg/m ³]	1800	Tangential stiffness of soil particles $k_{s,b}^{pp}$ [N/m]	15000
Mass of lower ground particle [kg]	0.5	Tangential damping of soil particles $c_{s,b}^{pp}$ [Ns/m]	15
Radius of wheel [m]	0.165	Friction of soil particles μ^{pp}	0.6
Radius of tire (initial) [m]	0.27	Friction of soil particle - tire μ^{pt}	0.35
Width of tire [m]	0.165	Friction of soil particle - lower ground, wall μ^{plw}	0.5
Height of lug [m]	0.015	Sinkage exponent α [-]	1.1
Normal stiffness of wheel - tire k_n^{wt} [N/m]	40000	Cohesive module of deformation k_c^{lf} [N/m ^{$\alpha+1$}]	400
Normal damping of wheel - tire c_n^{wt} [Ns/m]	85	Frictional module of deformation k_ϕ^{lf} [kN/m ^{$\alpha+2$}]	4000
Tangential stiffness of wheel - tire $k_{s,b}^{wt}$ [N/m]	40000	Parameter of terrain reversion k_0^{lf} [N/m ³]	0
Tangential damping of wheel - tire $c_{s,b}^{wt}$ [Ns/m]	85	Parameter of terrain reversion α_u^{lf} [kN/m ⁴]	3540000

3・1 三次元転動解析

タイヤに初期キャンバ角を設け傾けた状態で、初期回転速度を与え、軟弱地盤におけるタイヤの自由転動時のタイヤおよび軟弱地盤の三次元挙動を調べた（図 7）。タイヤにはスムースタイヤおよびラグタイヤの二種類を用い、初期キャンバ角度は 20 deg、地盤粒子の制限回転速度は 10 rad/s とした⁽⁸⁾。タイヤの初期回転速度 $3.5 \times \pi$ rad/s における走行時のタイヤおよび軟弱地盤の状況を図 8 に示す。また、タイヤの初期回転速度 $2.5 \times \pi$, $3.5 \times \pi$, $4.5 \times \pi$ rad/s におけるホイール中心点の走行軌跡および姿勢を図 9 に示す。図 8 より、スムースタイヤとラグタイヤは共に弧を描きながら旋回し徐々に傾き転倒する様子がわかる。また、タイヤおよびラグのエッジ部と地盤との接触により、地盤が大きく乱され、タイヤ通過後に円弧上の轍が形成されることがわかる。また図 9 より、タイヤの初期回転速度の違いにより、タイヤの走行軌跡や姿勢が大きく変化することを確認した。さらに、スムースタイヤとラグタイヤを比較すると、各初期回転速度ともに走行軌跡や姿勢に変化が見られ、地盤がより乱されるラグタイヤの方が不安定となり転倒しやすくなる傾向を示した。これらの結果は、タイヤと地盤の相互挙動を良く表現できており、本解析モデルを用いて、軟弱地盤におけるタイヤの三次元挙動の解析が可能であることが確認された。

Fig.7 Initial arrangement of tire for three-dimensional motion test

Fig.8 Configuration of tire and soft ground

Fig.9 Trajectory and attitude of wheel

3・2 牽引性能解析

図 10 に示すようにタイヤのすべり率を変化させ、すべり率一定で直進走行を行い、すべり率に対するタイヤに作用する前後方向の力（牽引力特性）を調べた。すべり率は次式で定義され、ホイール回転速度を 1 rad/s 一定とし、並進速度を調整することで任意のすべり率を設定した。

$$\text{駆動時} (R' \Omega^w \geq V^w), \quad \frac{R' \Omega^w - V^w}{R' \Omega^w} \quad (29)$$

$$\text{制動時} (R' \Omega^w < V^w), \quad -\frac{V^w - R' \Omega^w}{V^w} \quad (30)$$

ここで、 R' は無負荷状態のタイヤ半径、 Ω^w はホイールの角速度、 V^w はホイールの並進速度を表す。また、タイヤにはスムースタイヤとラグタイヤの二種類を用い、地盤粒子の制限回転速度は 1 rad/s とした⁽⁸⁾。すべり率 40 %における走行後のタイヤおよび軟弱地盤の状況を図 11 に、ホイールの進行方向移動量（走行距離）に対するホイールの上下方向変位および前後力の時刻歴応答を図 12 に示す。また、タイヤの牽引力特性を図 13 に示す。図 11 より、スムースタイヤおよびラグタイヤともにタイヤ通過後に轍が形成されており、またスムースタイヤでは地盤が一様に変形し締め固められるのに対し、ラグタイヤでは地盤がラグにより大きく乱されていることがわかる。また図 12 より、スムースタイヤの上下方向変位および前後力の変動は小さく動きが安定しているが、ラグタイヤはラグの接地に合わせてこれらが大きく変動することがわかる。さらに図 13 より、スムースタイヤはすべり率の増加に伴いタイヤの前後力が増大し、その後一定の値に収束する傾向を示した。また、ラグタイヤはすべり率が大きな領域においても前後力は一定の値に収束せず、すべり率の増加と共に増大し続け、値はスムースタイヤに比べ大きくなった。これは、ラグが地盤を押し上げる際にラグ（特に地盤を掻き出すラグ面）と地盤粒子間で発生する法線力が前後力として作用することが主要因と考えられる⁽⁸⁾。これら牽引性能は、過去に発表された多くの実験結果⁽⁷⁾⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾と定性的に一致した。

Fig.10 Initial arrangement of tire for tractive performance test

Fig.11 Final configuration (Slip ratio 40%)

Fig.12 Vertical displacement and longitudinal force (Slip ratio 40%)

Fig.13 Tractive performance

3・3 旋回性能解析

軟弱地盤におけるタイヤの旋回性能を検討するために、タイヤの横すべり角およびキャンバ角に対するタイヤに作用するコーナリングフォースおよび横力等への影響を調べた。

3・3・1 横すべり角の旋回性能への影響

図 14 のようにタイヤの横すべり角を変化させ直進走行を行い 横すべり角に対するタイヤのコーナリングフォース、コーナリング抵抗および横力（旋回性能）を調べた．横すべり角はホイールにヨー角を与え、これを調整することで任意の値を設定した．タイヤにはスムーズタイヤとラグタイヤの二種類を用い、地盤粒子の制限回転速度は 1 rad/s とした⁽⁸⁾．また、ホイール回転速度は 1 rad/s 一定とし、タイヤの向いている方向（タイヤ方向）のすべり率が 0 % となるようにホイールの並進（直進）速度を調整した．横すべり角を有するタイヤのすべり率の定義を以下に示す．

$$\text{駆動時 } (R^t \Omega^w \geq V^w \cos \beta), \quad \frac{R^t \Omega^w - V^w \cos \beta}{R^t \Omega^w} \quad (31)$$

$$\text{制動時 } (R^t \Omega^w < V^w \cos \beta), \quad -\frac{V^w \cos \beta - R^t \Omega^w}{V^w \cos \beta} \quad (32)$$

ここで、 β はタイヤの横すべり角を表す．横すべり角に対するタイヤのコーナリングフォース、コーナリング抵抗および横力の関係を図 15 に示す．図 15 より、横すべり角の増加に伴いコーナリングフォースは増大後にゆるやかな減少、コーナリング抵抗はゆるやかな増大、横力は増大後に一定となる傾向を示した．これらの傾向は、スムーズタイヤとラグタイヤで大きな違いは見られなかったが、ラグタイヤの横力の立ち上がり（勾配）がスムーズタイヤに比べ小さくなる傾向を示した．タイヤに作用する横力は主に、地盤粒子とタイヤサイド面との法線力とタイヤトレッド面との接線力から発生するが、ラグタイヤではスムーズタイヤに比べサイド面およびトレッド面に接触する地盤粒子の数が少ないため、横力の立ち上がりが鈍くなると考えられる．次に、タイヤの制駆動力がタイヤの旋回性能に及ぼす影響を調べるため、タイヤの横すべり角を 5 deg に固定し、タイヤ方向のすべり率を変化させ直進走行シミュレーションを実施した．タイヤ方向のすべり率に対するタイヤに作用する横力および前後力の関係を図 16 に示す．図 16 より、スムーズタイヤおよびラグタイヤともに、すべり率の増加に伴い前後力の絶対値（制駆動力）が増大し、制駆動力の増加に伴い横力が低下する傾向を示した．また、すべり率の低い領域では、タイヤサイド面に作用する法線力が横力の発生に大きく影響するため、スムーズタイヤに比べサイド面に接触する地盤粒子数の少ないラグタイヤの横力が小さくなる．これら横すべり角に対する旋回性能は、過去の実験結果⁽¹⁶⁾⁽¹⁸⁾と定性的に一致した．

Fig. 14 Initial arrangement of tire for cornering performance test with slip angle

Fig. 15 Cornering performance with slip angle

Fig.16 Lateral and longitudinal force with slip ratio (Slip angle 5 deg)

3・3・2 キャンバ角の旋回性能への影響

タイヤのキャンバ角を変化させ直進走行を行い、キャンバ角に対するタイヤの横力（旋回性能）を調べた．タイヤにはスムースタイヤとラグタイヤの二種類を用い、地盤粒子の制限回転速度は 1 rad/s とした⁽⁸⁾．また、ホイール回転速度は 1 rad/s 一定とし、タイヤのすべり率が 0% となるようにホイールの並進（直進）速度を調整した．キャンバ角に対するタイヤの横力（旋回性能）および前後力の関係を図 17 に示す．図 17 より、スムースタイヤ、ラグタイヤともに、キャンバ角の増加に伴い横力は増大した後に低下し、前後力は負の方向に増大する（抵抗が大きくなる）傾向を示した．キャンバ角が小さい領域では、キャンバ角の増加に伴いタイヤのトレッド面と地盤粒子間の法線力の横方向成分が大きくなるため横力が増大するが、キャンバ角が大きくなるとタイヤのサイド面と地盤粒子間の法線力の負の横方向成分が大きくなるため横力は低下する．また、キャンバ角の増加に伴いタイヤエッジ部の地盤への沈み込みが大きくなり、タイヤのサイド面に接触する地盤粒子数が増えるため、サイド面と地盤粒子間で発生する負の前後力（抵抗）が増大すると考えられる．次に、タイヤのキャンバ角を 5 deg に固定し、タイヤのすべり率を変化させた際のタイヤに作用する横力および前後力の関係を調べた．すべり率に対する横力および前後力の関係を図 18 に示す．図 18 より、横すべり角を設定したときと同様に、すべり率の増加に伴い前後力の絶対値（制駆動力）が増大し、制駆動力の増加に伴い横力が低下する傾向を示した．また、スムースタイヤとラグタイヤによる定性的な傾向の違いは見られず、同様の結果を示した．

Fig.17 Cornering performance with camber angle

Fig.18 Lateral and longitudinal force with slip ratio (Camber angle 5 deg)

4. 結 言

弾性変形を有するタイヤと大変形や粒子流動を伴う軟弱地盤の相互作用を考慮したタイヤ - 地盤系の解析モデルに関しては、前報までにタイヤに多質点モデルを、軟弱地盤に個別要素 (DE) モデルと弾性支持モデルを適用した二次元モデルの構築⁽⁸⁾、地盤の粒子形状および弾塑性特性を考慮したモデルの改善⁽⁹⁾、多質点モデルと DE モデルを用いた三次元モデルの構築⁽¹⁰⁾を行い、モデリングによる解析結果への影響等について検討した。本報では、これらの知見を基にタイヤ - 地盤系の三次元解析モデルに対し、ラグの付加によるタイヤモデルの拡張と下層地盤の導入による地盤モデルの効率化を行い、軟弱地盤におけるタイヤの各種運動解析により、スムーズタイヤとラグタイヤの三次元転動挙動、牽引性能および旋回性能についての検討を行った。得られた主な解析結果を以下にまとめる。

- (1) 三次元転動解析では、初期回転速度の違いによりタイヤの走行軌跡や姿勢が大きく変化すること、また地盤がより乱されるラグタイヤの方がスムーズタイヤに比べ不安定となり転倒しやすくなることがわかった。
- (2) 牽引性能解析では、スムーズタイヤはすべり率の増加に伴いタイヤの前後力が増大し一定の値に収束するのに対し、ラグタイヤはすべり率が大きな領域においてもすべり率の増加と共に増大し続け、値はスムーズタイヤに比べ大きくなる傾向を示した。
- (3) 横すべり角に対する旋回性能解析では、スムーズタイヤ、ラグタイヤともに横すべり角の増加と共にコーナリングフォースは増大しその後ゆるやかな減少、コーナリング抵抗はゆるやかな増大、横力は増大しその後一定となる傾向を示した。
- (4) キャンバ角に対する旋回性能解析では、スムーズタイヤ、ラグタイヤともにキャンバ角の増加に伴い横力は増大した後に低下し、前後力は負の方向に増大する傾向を示した。
- (5) 横すべり角、キャンバ角のどちらを設定した場合においても、制駆動力の増加に対し横力は低下する傾向を示した。

これら解析結果から、タイヤのすべり率に対する牽引性能および横すべり角に対する旋回性能は過去の実験結果と定性的に一致し、本解析モデルの有効性を確認した。

文 献

- (1) 飯塚浩二郎, 國井康晴, 久保田孝, “弾性特性を考慮した軟弱砂地盤走行のための月面探査車輪型ロボットの車輪形状検討 (車輪と軟弱地盤の相互作用を考慮した弾性車輪の効果)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.74, No.748 (2008), pp.2962-2967.
- (2) Kawase, Y., Nakashima, H., and Oida, A., “An indoor traction measurement system for agricultural tires”, *Journal of Terramechanics*, Vol.43, No.3 (2006), pp.317-327.

- (3) Nakashima, H., and Takatsu, Y., “Analysis of Tire Tractive Performance on Deformable Terrain by Finite Element-Discrete Element Method”, *Journal of Computational Science and Engineering*, Vol.2, No.4 (2008), pp.423-434.
- (4) 広間達夫, “有限要素法によるタイヤと土の相互作用の解析(第1報)”, *農業機械学会誌*, Vol.71(2), (2009), pp.60-65.
- (5) 広間達夫, 砂金優, “有限要素法によるタイヤと土の相互作用の解析(第2報)”, *農業機械学会誌*, Vol.71(5), (2009), pp.54-59.
- (6) Cundall, P.A., and Strack, O.D.L., “A discrete numerical model for granular assemblies”, *Geotechnique*, Vol.29, No.1 (1974), pp.47-65.
- (7) Nakashima, H., Takatsu, Y., Shinone, H., Matsukawa, H., and Kasetani, T., “FE-DEM Analysis of the Effect of Tread Pattern on the Tractive Performance of Tires Operating on Sand”, *Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics*, Vol.2, No.1 (2009), pp.55-65.
- (8) 涌井太 曄道佳明 曾我部潔, “タイヤと軟弱地盤系のモデリングと動解析”, *日本機械学会論文集C編*, Vol.76, No.770 (2010), pp.2410-2418.
- (9) 涌井太, 曄道佳明, “軟弱地盤特性を考慮したタイヤ - 地盤系の運動解析”, *日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2010 講演論文集*, No.10-8 (2010), 509.
- (10) Wakui, F., Terumichi, Y., “Numerical simulation of tire behavior on soft ground”, *Proceedings of 5th Asian Conference on Multibody Dynamics 2010, Kyoto*, ID 59287.
- (11) Matsushima, T., and Saomoto, H., “Discrete element modeling for irregularly-shaped sand grains”, *Proc., NUMGE2002: Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Paris*, (2002), pp.239-246.
- (12) Matsushima, T., “Effect of irregular grain shape on quasi-static shear behavior of granular assembly”, *Powder & Grains 2005, Balkema*, Vol.2, (2005), pp.1319-1323.
- (13) Matsushima, T., Katagiri, J., Uesugi, K., Tsuchiyama, A., and Nakano, T., “3D Shape Characterization and Image-Based DEM Simulation of the Lunar Soil Simulant FJS-1”, *Journal of Aerospace Engineering, ASCE*, Vol.22, No.1, (2009), pp.15-23.
- (14) Bekker, M.G., “*Theory of Land Locomotion*”, (1956), Ann Arbor, MI, University of Michigan Press.
- (15) Bekker, M.G., “*Introduction to Terrain-Vehicle Systems*”, (1969), Ann Arbor, MI, University of Michigan Press.
- (16) Wong, J.Y., “*THEORY OF GROUND VEHICLES (Fourth Edition)*”, (2008), p.135-138, 199-200, John Wiley & Sons, Inc.
- (17) 山川淳也, 吉村修, 渡邊啓二, “模型実験による砂地走行用タイヤモデルの構築(第1報)”, *自動車技術会論文集*, Vol.39, No.6 (2008), pp.41-46.
- (18) 山川淳也, 吉村修, 渡邊啓二, “模型実験による砂地走行用タイヤモデルの構築(第2報)”, *自動車技術会論文集*, Vol.40, No.1 (2009), pp.33-38.