接触回転系におけるパターン形成現象に対する動吸振器の最適設計* (第3報, 多自由度系の場合)

宗和 伸行^{*1}, 近藤 孝広^{*2}

Optimum Design of Dynamic Absorber for Pattern Formation Phenomena Generated in Contact Rotating Systems (3rd Report, In the Case of a Multi-Degree-of-Freedom System)

Nobuyuki SOWA^{*1} and Takahiro KONDOU

^{*1} Department of Mechanical Engineering, Kyushu University
744 Motooka, Nishi-ku, Fukuoka-shi, Fukuoka, 819-0395 Japan

Pattern formation phenomena often occur in contact rotating systems. In a previous report, a countermeasure employing a dynamic absorber was suggested and optimized for a single-DOF system. When a similar design is applied to a multi-DOF system, some additional difficulties arise. Due to different natural modes, multiple dynamic absorbers are required. As a result, the calculation effort increases significantly due to the dramatic increase in the number of design parameters when all of the absorbers are designed simultaneously. Additionally, as the modes are somewhat interdependent, it is difficult to design appropriate dynamic absorbers for a multi-DOF. In order to overcome these difficulties, a systematic mode-by-mode design approach is proposed. Meanwhile, a criterion clarifying the relativity of unstable vibration modes before and after adding the dynamic absorbers is derived by using the stability analysis developed in earlier studies. The effectiveness of the proposed method is then verified with results calculated numerically from an example 5-DOF system.

Key Words : Self-Excited Vibration, Dynamic Absorber, Stability Analysis, Time Delay System, Pattern Formation Phenomena, Complex Eigenvector

1. 緒 言

機械システムの中に数多く存在する接触回転系において、接触面に周期的なパターンが形成され大きな振動が発生するパターン形成現象がしばしば起こっている。著者らは、この現象の主な発生メカニズムを線形時間遅れ系の不安定自励振動と捉えることで、広範な問題に対する防止対策の確立を目指してきた⁽¹⁾⁽³⁾。

前報⁽²⁾⁽³⁾において、接触回転系におけるパターン形成現象の防止対策の一つとして、動吸振器を利用した系の安定化手法を提案し、その有効性を理論解析および実験の両面から確認してきた。理論解析では、著者らが開発した安定・不安定境界の存在条件に基づく安定判別法⁽²⁾⁽⁴⁾を適用することで、厳密性を損なうことなく効率的に安定判別を行うことが可能となり、1自由度系に対する動吸振器の最適設計法を確立した⁽²⁾。

同様な手法は、多自由度の時間遅れ系に対しても適用可能であるが、次のような多自由度系特有の問題がある。パターン形成現象で発生する不安定振動は、系の固有振動数および固有モードに近い振動数および振動モードで振動する⁽¹⁾。多自由度系では複数の固有モードが不安定化する場合があるので、すべての不安定振動を防止するためには、それぞれの固有モードに応じた複数の動吸振器が必要となる。ところが、複数の動吸振器を設置した状態ですべての動吸振器パラメータを同時に検討すると、決定すべき設計パラメータが多くなり最適な動吸振器を決定する計算量は膨大となる。また、それぞれの動吸振器は安定化を図る固有モードに対して最も効果的

* 原稿受付 2011 年 7 月 21 日

^{*1} 正員, 九州大学大学院工学研究院 (〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744)

^{*2} 正員, フェロー, 九州大学大学院工学研究院

E-mail: sowa@mech.kyushu-u.ac.jp

になるように最適化されることが望ましいが、時間遅れ項を介したモード間の連成があり動吸振器はわずかながらも互いに影響し合うため、それぞれの固有モードに対する適切な動吸振器設計が困難となる。そこで本報では、安定化の対象となる固有モード毎に動吸振器を1個ずつ設置して最適設計を行い、個別に設計された動吸振器を同時に設置した後の互いの影響による最適状態からのずれも各モードに対する動吸振器毎に1個ずつ調整を行うモード毎設計法を提案し、効率的な多自由度系の動吸振器最適設計の実現を図る。

ところで、動吸振器を取り付けると、系全体の自由度は増加し固有振動数および固有モードは取り付け前とは変化する。モード毎設計法を実現するには、動吸振器取り付け前後の固有モード間の対応関係を明確にして、動吸振器の設計対象である固有モードの安定性のみを評価する必要がある。しかし、多くの場合、安定化を図ろうとする固有モードの固有振動数の変化は大きく、特に固有振動数が近い複数の固有モードが混在する場合には他の固有モードと区別することは困難である。この問題を解決するために、安定・不安定境界の存在条件に基づく安定判別法の特長を利用して、動吸振器取り付け前後での固有モード間の対応関係を評価する方法を提案する。

本報では、5自由度系粘弾性モデルを具体例として、多自由度の時間遅れ系に対する動吸振器のモード毎最適設計法の有効性を数値解析により検証する。

2. 多段ロールモデルの運動方程式

2・1 解析モデル

本報では、多自由度系の典型的な例として抄紙機のスーパーカレンダーロール⁽⁵⁾に見られるような多段ロールモデルを取り扱う。図1に多段ロールの概念図と防止対策のための動吸振器を取り付けた状態の解析モデルを示す。この多段ロールモデルは、 $n+1$ 個の铸铁ロールおよび n 個の粘弾性特性を持つゴムロールからなる $2n+1$ 自由度系である。すべてのロールはその回転中心が同一直線上に並ぶように铸铁ロールとゴムロールとが交互に配置され、一定の圧縮荷重のもとで他のロールとすべりのない接触回転をしている。斜線のある円がゴムロール、斜線の無いものが铸铁ロールを表す。最上段および最下段は铸铁ロールであり、ゴムロールの直径はすべて同一で、回転角速度 $\omega = 2\pi/T$ (T は回転周期)で回転している。ゴムロールは铸铁ロールに挟まれて接触回転しているため、上下2カ所の接触点で粘弾性変形が生じる。それぞれの接触点で生じた変形量の一部は、残留変形量としてゴムロールの半回転周期後に反対側の接触点にフィードバックされる。このフィードバック効果により不安定振動が発生するとともに、ゴムロール表面上に多角形状のパターンが形成される。

ロールの軸長手方向の弾性変形は無視でき、ロール同士は線接触しているものとする。それぞれのロールは、ばねおよび減衰器からなる支持要素によって基礎に支持されており、図1の上下方向にのみ可動である。ゴム部の粘弾性特性は、剛性のみを有する瞬時弾性変形部(右肩添字 i で表す)と剛性および減衰を有する遅延弾性変

Fig.1 Schematic view of the system and analytical model including dynamic absorbers

形部 (右肩添字 d で表す) からなる 3 要素モデルで表す⁽¹⁾。ゴムロールの上下で粘弾性特性は等しいものとする。ロール番号を下段から $k=1, \dots, 2n+1$ とし, k 番目のロールの物理量を右下添字 k で表す。ただし, ゴムロールの上部および下部の物理量を区別する必要がある場合は, それぞれ右肩添字 " U " および " L " を用いる。図 1 の点線で囲まれた部分が防止対策のための動吸振器であり, 1 個のロールに複数個取り付け可能とする。以下, 動吸振器に関する物理量は " $\sim$ " を付けて表す。 k 番目のロールに $\tilde{n}_k$ 個の動吸振器が取り付けられているとき, 系全体では $\tilde{n} = \tilde{n}_1 + \dots + \tilde{n}_{2n+1}$ 個となる。個々の動吸振器は番号を付けて区別し, $\tilde{k}$ 番目の動吸振器の物理量を右下添字 $\tilde{k}$ ($1, \dots, \tilde{n}$) で表す (ただし, 図 1 では番号を具体的に与えていないため $\tilde{k}$ を * で表している)。

2・2 運動方程式

各ロールおよび動吸振器の変位をそれぞれ $x_k = x_k(t)$ および $\tilde{x}_{\tilde{k}} = \tilde{x}_{\tilde{k}}(t)$, 瞬時弾性変形部と遅延弾性変形部との境界の変位を $z_k^L = z_k^L(t)$ および $z_k^U = z_k^U(t)$ とする。 k 番目 ($k=1, \dots, 2n+1$) のロールに関する運動方程式は,

$$m_k \ddot{x}_k + c_k \dot{x}_k + k_k x_k - f_{k-1} - f_{k+1} - \sum_{i=1}^{\tilde{n}_k} \left\{ \tilde{c}_{k,i} (\dot{\tilde{x}}_{k,i} - \dot{x}_k) + \tilde{k}_{k,i} (\tilde{x}_{k,i} - x_k) \right\} = 0 \quad (1)$$

となる。ここに, " $\cdot$ " = d/dt であり, f_{k-1} および f_{k+1} はそれぞれ $k-1$ 番目および $k+1$ 番目のロールから k 番目のロールに作用する力を表す。また, 動吸振器に関する物理量の右下添字 k, i は, k 番目のロールに取り付けた i 番目の動吸振器に関する物理量を表し, 動吸振器番号 $\tilde{k}$ との関係は具体的な動吸振器設計時に対応付けされる。 k 番目のロールが鋳鉄ロールの場合 ($k=1, 3, \dots, 2n+1$),

$$\left. \begin{aligned} f_{k-1} &= -k_{k-1}^i (x_k - x_{k-1} - u_{k-1}^U), \quad u_{k-1}^U = x_k - z_{k-1}^U \\ f_{k+1} &= -k_{k+1}^i (x_k - x_{k+1} + u_{k+1}^L), \quad u_{k+1}^L = z_{k+1}^L - x_k \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ゴムロールの場合 ($k=2, 4, \dots, 2n$),

$$\left. \begin{aligned} f_{k-1} &= -k_k^i (x_k - x_{k-1} - u_k^L), \quad u_k^L = z_k^L - x_{k-1} \\ f_{k+1} &= -k_k^i (x_k - x_{k+1} + u_k^U), \quad u_k^U = x_{k+1} - z_k^U \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。ここに, $u_k^L = u_k^L(t)$ および $u_k^U = u_k^U(t)$ は接触点通過直後の遅延弾性変形部の変形量である。なお, 最下段 ($k=1$) および最上段 ($k=2n+1$) では, それぞれ $f_0=0$ および $f_{2n+2}=0$ となる。式(2)および式(3)では, 以下に示す瞬時弾性変形部と遅延弾性変形部との境界点におけるつり合いの式を考慮するとともに, 次章の安定判別法にあわせて, 境界点の変位 z_{k-1}^U , z_{k+1}^L , z_k^L および z_k^U を消去してロール変位 x_k , x_{k-1} および x_{k+1} と遅延弾性変形部の変形量 u_k^L および u_k^U で f_{k-1} および f_{k+1} を表している。 k 番目のゴムロール ($k=2, 4, \dots, 2n$) の下部および上部の境界点におけるつり合いの式は, 遅れ時間 $T/2$ を考慮すると次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} k_k^i (x_{k-1} - x_k + u_k^L) + c_k^d (\dot{u}_k^L - \varepsilon \dot{u}_{k,T/2}^U) + k_k^d (u_k^L - \varepsilon u_{k,T/2}^U) &= 0 \\ k_k^i (x_k - x_{k+1} + u_k^U) + c_k^d (\dot{u}_k^U - \varepsilon \dot{u}_{k,T/2}^L) + k_k^d (u_k^U - \varepsilon u_{k,T/2}^L) &= 0 \\ u_{k,T/2}^L = u_k^L \left(t - \frac{T}{2} \right), \quad u_{k,T/2}^U = u_k^U \left(t - \frac{T}{2} \right), \quad \varepsilon = \exp \left(-\frac{\alpha T}{2} \right) = \exp \left(-\frac{\pi \alpha}{\omega} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに, α はゴムの回復特性指数を表す。 $\tilde{k}$ 番目 ($\tilde{k}=1, \dots, \tilde{n}$) の動吸振器を k 番目のロールに取り付けるとき, $\tilde{k}$ 番目の動吸振器の運動方程式は,

$$\tilde{m}_{\tilde{k}} \ddot{\tilde{x}}_{\tilde{k}} + \tilde{c}_{\tilde{k}} (\dot{\tilde{x}}_{\tilde{k}} - \dot{x}_k) + \tilde{k}_{\tilde{k}} (\tilde{x}_{\tilde{k}} - x_k) = 0 \quad (5)$$

となる。以上より, 本モデルは式(1)および式(5)の合計 $2n + \tilde{n} + 1$ 個の運動方程式と式(4)のゴムロール上下合わせ

て $2n$ 個の境界点のつり合いの式によって記述される. ここで, $k=1, 2, \dots, 2n+1$ 番目のロールに関する運動方程式, $\tilde{k}=1, 2, \dots, \tilde{n}$ 番目の動吸振器に関する運動方程式, 下から $l=1, 2, \dots, 2n$ 番目の境界点のつり合いの式の順に整理して行列表示すると次式となる.

$$M\ddot{\mathbf{y}} + C\dot{\mathbf{y}} + K\mathbf{y} - \varepsilon C_D \dot{\mathbf{y}}_{T/2} - \varepsilon K_D \mathbf{y}_{T/2} = \mathbf{0} \quad (6)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} M_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} C_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{22} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} K_{11} & -K_{12} \\ -{}^t K_{12} & K_{22} \end{bmatrix}, C_D = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{D22} \end{bmatrix}, K_D = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{D22} \end{bmatrix} \\ \mathbf{y} = \mathbf{y}(t) &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \tilde{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix}, \mathbf{y}_{T/2} = \mathbf{y}\left(t - \frac{T}{2}\right) \\ \mathbf{x} &= {}^t(x_1, \dots, x_{2n+1}), \tilde{\mathbf{x}} = {}^t(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{\tilde{n}}), \mathbf{u} = {}^t(u_2^L, u_2^U, \dots, u_k^L, u_k^U, \dots, u_{2n}^L, u_{2n}^U) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

である. M , C , K , C_D および K_D は $4n + \tilde{n} + 1$ 次正方行列, M_{11} , C_{11} および K_{11} は $2n + \tilde{n} + 1$ 次正方行列, C_{22} , K_{22} , C_{D22} および K_{D22} は $2n$ 次正方行列であり, K_{12} は $(2n + \tilde{n} + 1) \times 2n$ 行列である. $\mathbf{y}$, $\hat{\mathbf{x}}$, $\mathbf{x}$, $\tilde{\mathbf{x}}$ および $\mathbf{u}$ はそれぞれ $4n + \tilde{n} + 1$, $2n + \tilde{n} + 1$, $2n + 1$, $\tilde{n}$ および $2n$ 次元ベクトルである. 左肩記号 " t " は転置行列を表す. 各行列の詳細は付録に示す. 式(6)は既報⁽⁴⁾の3自由度系と形式的に同じである.

3. 安定判別法および動吸振器の設計法

3・1 安定判別法

安定・不安定境界の存在条件に基づく安定判別法を式(6)に対して適用する. 多段ロールモデルでは遅れ時間がゴムロールの半回転周期であり, その適用法は既報⁽⁴⁾の3自由度系と全く同様であるので, 本節では要点のみを説明する. まず, 系が不安定となる条件は次式で表される (ただし, 以下では使用上の便宜を考慮して表示方法を若干変更しているが, その意味は同じである).

$$\hat{\sigma}_{r,0} < 1 - m \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

ここに, m は形成されるパターン角形数 $\bar{n}$ (正整数) に関連するパラメータであり, m が大きいほど角形数 $\bar{n}$ が大きな領域の条件を表す. この対応関係および下添字 0 の意味については後述する. また, $\hat{\sigma}_{r,0}$ は次式で定義される Ω の関数 $\sigma_{r,0}(\Omega)$ の極小値である. $\sigma_{r,0}(\Omega)$ は接触点の数と同じ $2n$ 個 ($r = 1, \dots, 2n$) 求められる.

$$\sigma_{r,0}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\Omega}{\alpha} \ln |\rho_r(\Omega)| - \arg \rho_r(\Omega) \right) \quad (9)$$

式(9)の $\rho_r(\Omega)$ は, 次の一般固有値問題の複素固有値である.

$$\left. \begin{aligned} [A(\Omega) - \rho B(\Omega)]U &= \mathbf{0} \\ A(\Omega) &= K_{22} + i\Omega C_{22} - {}^t K_{12} (K_{11} - \Omega^2 M_{11} + i\Omega C_{11})^{-1} K_{12} \\ B(\Omega) &= K_{D22} + i\Omega C_{D22} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)は式(6)に対して $\tau = \omega t$ の変数変換および初期値を零としたラプラス変換を施し, 特性根を $s = Ni$ ($i = \sqrt{-1}$) として得られる安定・不安定境界上の特性方程式から導出される⁽⁴⁾. U は遅延弾性変形部の変形量ベクトル $\mathbf{u}$ のラプラス変換後の像ベクトルである. ところで, 本報の対象である多段ロールモデルに対して, 次章で示す例を含めた様々なパラメータで検討した結果, $\Omega = 0$ では $\rho_r(\Omega)$ は正あるいは負の実数となった. そこで, 式(9)の $\arg \rho_r(\Omega)$ は $\arg \rho_r(0) = -\pi$ あるいは -2π から連続的に変化させるものとする.

式(6)において減衰と時間遅れ項を除去したときの j 次モードの不減衰固有角振動数を ω_j ($j = 1, 2, \dots, 2n + \tilde{n} + 1$)

とすると, $\sigma_{r,0}(\Omega)$ が $\Omega = \hat{\Omega}$ で極小値を取るとき, $\hat{\Omega} \approx \omega_j$ が成立する. また, 遅れ時間が半回転周期のモデルでは多くの場合, $\Omega \approx \omega_j$ で異なる $\sigma_{r,0}(\Omega)$ 上に2個の極小値 $\hat{\sigma}_{r,0}$ が得られ, 一方は j 次モードの1角形の安定度を, 他方は2角形の安定度を代表する指標となる. 得られた極小値が1角形あるいは2角形のどちらに対応するかは, 式(9)の導出過程で得られる以下の関係式⁽⁴⁾により判断できる.

$$N_r \approx -\frac{\arg \rho_r(\hat{\Omega})}{\pi} \quad (11)$$

ここに, N_r は特性根の虚部であり発生するパターン角形数を表す. 式(11)より, 極小点は $\arg \rho_r(\hat{\Omega}) \approx -\pi$ のとき1角形に対応し, $\arg \rho_r(\hat{\Omega}) \approx -2\pi$ のとき2角形に対応することがわかる. 式(8)では, $m=1$ (右辺=0) のときに1角形および2角形のパターンが不安定となる条件 $\hat{\sigma}_{r,0} < 0$ を表す. つまり, $\hat{\sigma}_{r,0}$ は安定性の観点から最も厳しい1角形および2角形の安定度を表し, 3角形以上のパターンの安定性解析を行う基準となる. 式(9)の $\sigma_{r,0}(\Omega)$ およびその極小値 $\hat{\sigma}_{r,0}$ の右下添字0はこのような基準値であることを表している. 3角形以上のパターンに関しては, 式(8)の m の値を変えることにより, 奇数角形は1角形の極小値, 偶数角形は2角形の極小値 $\hat{\sigma}_{r,0}$ を用いて容易に安定性解析が可能となる. m とパターン角形数 $\bar{n}$ の関係を次式にまとめる.

$$\left. \begin{array}{l} \text{奇数角形: } \bar{n} = 2m - 1 = 1, 3, 5, 7, \dots \\ \text{偶数角形: } \bar{n} = 2m = 2, 4, 6, 8, \dots \end{array} \right\} m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (12)$$

以上より, 遅れ時間が1回転周期の場合と同様に, 半回転周期の場合でも極小値 $\hat{\sigma}_{r,0}$ のみを求めるだけで, すべてのモードおよびすべての角形数の安定判別が可能となる.

次節以降の動吸振器設計では, 複素固有値 $\rho_r(\Omega)$ に対する固有ベクトル U_r からロール変位に関する固有ベクトル X_r を求める必要がある. そこで, 式(9)の導出過程で得られる次の U と $\hat{X} = {}^t[X \ \hat{X}]$ の関係式を示す.

$$\hat{X} = -(K_{11} - \Omega^2 M_{11} + i\Omega C_{11})^{-1} K_{12} U \quad (13)$$

ここに, X および $\hat{X}$ はそれぞれロール変位 x および動吸振器変位 $\tilde{x}$ のラプラス変換後の像ベクトルである.

3・2 動吸振器のモード毎設計法

1 自由度系の場合とは異なり, 多自由度系では複数の固有モードが存在するため, 安定化には通常複数個の動吸振器が必要である. さらに, 多段ロールモデルのような遅れ時間が半回転周期のパターン形成現象では, 前節で示したように, 同じ固有モードでも奇数角形と偶数角形とでは対応する極小点が異なりその安定性も個別に評価される. このため, 系パラメータによっては固有モード毎に奇数角形と偶数角形とで1個ずつ動吸振器が必要となる場合もある. 複数の動吸振器を同時に設計する場合, 各々の質量, 剛性係数および減衰係数の設計パラメータや取り付け位置等, 考慮すべき要素が増大する. それとともに, 多数の局所的な最適解が現れやすくなるので, 最適設計には膨大な計算が必要となる. そこで, 本報では, 効率的に多自由度系に対する動吸振器を設計する方法として, 固有モード毎および角形数の偶数・奇数毎に動吸振器を1個ずつ設計する手法を提案し, これをモード毎設計法と呼ぶ. 以下, その設計手順を説明する. なお, 本節以降用いる「モード」とは「主系単体時における不減衰固有モード」を意味する.

- (1) **設計対象の決定**: 主系単体時における極小値 $\hat{\sigma}_{r,0}$ をすべて求め, $\hat{\sigma}_{r,0} < 0$ となる不安定な極小点を設計対象とする. 不安定な極小点に対してそれぞれ1個ずつ動吸振器を設計する. 同じモードで奇数角形と偶数角形の両方が不安定な場合もそれぞれ個別に取り扱う.
- (2) **取付けロールの決定**: 発生する振動の振幅が最大となるロールに動吸振器を取り付ける. 式(10)より, 主系単体時の極小点における固有値 $\rho_r(\hat{\Omega})$ に対する固有ベクトル U_r を求め, 式(13)の関係式より X_r を求める. 主系単体時は $\hat{X} = X$ である. U_r および X_r はそれぞれ遅延弾性変形部変形量およびロール変位の極小点における振動モードを表す. この固有ベクトル X_r の各要素の絶対値を求め, その値が最大となる要素のロールに動吸振器を取り付ける.

- (3) **動吸振器パラメータの決定**: 設計対象の極小点を安定化するための動吸振器 1 個を(2)で決定したロールに取り付ける. この状態で求められる新たな極小値の中から, 設計対象である主系単体時の極小点と対応関係にある極小値のみ注目する. 動吸振器を取り付けることで自由度が増加し, パラメータによっては複数の極小値が対応関係にあるとみなされる. この場合, 最小の極小値を $\hat{\sigma}_{\min}$ として, $\hat{\sigma}_{\min}$ が最大となるように動吸振器パラメータ (質量, 剛性係数および減衰係数) を決定する.

(1)で決定したすべての不安定な極小点に対して, (2)および(3)の手順で動吸振器を 1 個ずつ設計した後, すべての動吸振器を同時に取り付ける. 各々の動吸振器が互いに影響し合うため, 単独で最適化された動吸振器はこの状態では最適状態からずれる可能性がある. これを調整するため, 必要に応じて以下の再設計を行う.

- (4) **再設計**: すべての動吸振器を同時に取り付けた状態で(3)と同様に動吸振器を 1 個ずつ再設計する. 再設計を行う動吸振器の対象となる最小の極小値 $\hat{\sigma}_{\min}$ が最大となるようにパラメータを決定する. すべての極小値が収束するまで動吸振器の再設計を 1 個ずつ繰り返す.

以上のモード毎設計法は, 全ての動吸振器を同時に設計する場合と比べると, 個々の動吸振器設計でのパラメータが少なくパラメータに対する $\hat{\sigma}_{\min}$ の分布も単純であるため効率の良い最適設計が可能であり, 最終的にすべての動吸振器を取り付けて微調整を行うことで, 動吸振器同士の影響も考慮した多自由度系に対する適切な動吸振器設計が期待できる.

本設計法の実用性を考慮すると, 主系単体時と動吸振器を取り付けた後の極小点間の対応関係を正確に評価することが不可欠である. しかし, 動吸振器を取り付けると, 系の自由度および固有振動数が変化し不安定な Ω の領域も変化するため, この評価の実現は容易なことではない. 特に, 固有振動数が近いモード同士では, その存在領域も混在するため明確に区別するのは困難である. 次節ではこの対応関係を評価する方法について説明する.

3・3 動吸振器取り付け前後の極小点間の対応関係評価法

動吸振器の質量比は主系の振動特性を大きく変えない程度に設定されるため, 動吸振器の取り付け前後で対応関係にある極小点同士の振動モードは類似していると考えられる. 本報では, 極小点における固有ベクトルの内積を利用してその類似性を評価する方法を提案する.

極小点におけるロールの振動モードは, 式(10)より複素固有値 $\rho_r(\Omega)$ に対する固有ベクトル $\mathbf{U}_r$ を求め, 式(13)の関係式より得られる $\hat{\mathbf{X}}_r$ 中の $\mathbf{X}_r$ により表される. 以下の説明では次数 r は特に必要ないので添字 r は省略する. 極小点には $\hat{\Omega}$ の小さな順に番号を付けるものとし, 主系単体時における p 番目の極小点におけるロール変位および遅延弾性変形部変形量に関する複素固有ベクトルをそれぞれ $\mathbf{X}_0^p$ および $\mathbf{U}_0^p$ とする. 同様に, $\tilde{k}$ 番目の動吸振器を 1 個取り付けた後の q 番目の極小点における複素固有ベクトルを $\mathbf{X}_k^q$ および $\mathbf{U}_k^q$ とする. 主系単体時の p 番目の極小点と $\tilde{k}$ 番目の動吸振器を取り付けた後の q 番目の極小点との対応関係は, 次式で定義される二つの内積の絶対値により評価される.

$${}^{IP}X_k^{p,q} = |\bar{\mathbf{X}}_0^p \cdot \mathbf{X}_k^q|, \quad {}^{IP}U_k^{p,q} = |\bar{\mathbf{U}}_0^p \cdot \mathbf{U}_k^q| \quad (14)$$

ここに, ' $\bar{\cdot}$ 'は*の共役な複素ベクトルを表す. また, すべての複素固有ベクトルは, そのノルムが1となるように正規化されている (例えば, $\|\mathbf{X}_0^p\| = \sqrt{\bar{\mathbf{X}}_0^p \cdot \mathbf{X}_0^p} = 1$). このとき, 内積をとる2個のベクトルの類似性が高ければ, 内積の絶対値は1に近くなる. よって, 主系単体時の p 番目の極小点が j 次モードの極小点であり内積 ${}^{IP}X_k^{p,q}$ が1に近い値になれば, $\mathbf{X}_0^p$ と $\mathbf{X}_k^q$ との間の類似性が高く, 動吸振器を取り付けた後の q 番目の極小点は, 主系単体時の j 次モードと対応関係にある極小点であるとみなせる. ただし, ロール変位の振動モードからは, この極小点と同じ j 次モードの奇数角形と偶数角形のどちらに関係するのかを判断することは困難である. そこで, 遅延弾性変形部の変形量に関する複素固有ベクトル $\mathbf{U}$ に注目する. ゴムロール上下の2個の接触点の変形は, パターンが完全な奇数角形であれば一方は凸部で他方は凹部となる. パターンが完全に偶数角形であれば両方とも凸部あるいは凹部となる. この関係は複素固有ベクトル $\mathbf{U}$ に反映されているはずであり, 動吸振器取り付け前後の内積 ${}^{IP}U_k^{p,q}$ は奇数同士あるいは偶数同士であれば1に近い値をとる. 以上より, 二つの内積 ${}^{IP}X_k^{p,q}$ および ${}^{IP}U_k^{p,q}$ がともに1に近い値となる極小点同士は互いに対応関係にあるとみなすことができる. このように固有モード毎および角形数の偶数・奇数毎に存在する極小点の対応関係を二つの内積 ${}^{IP}X_k^{p,q}$ および ${}^{IP}U_k^{p,q}$ を用いて評価するこ

とで、動吸振器のモード毎設計法を容易に行うことが可能となり最適な動吸振器設計が期待できる。なお、ここでは動吸振器を単独で取り付けただけの場合で説明を行ったが、再設計の場合も主系単体時の極小点と全ての動吸振器を取り付けた状態の極小点との対応関係を同様の方法で評価すればよい。

4. 数値計算結果

4・1 主系単体の安定判別結果

本報では、多段ロールモデルの例として1, 3および5段目が鋳鉄ロール、2および4段目がゴムロールからなる5段ロールモデル(5自由度系)を対象とする。表1にこのモデルのパラメータを、表2に表1のパラメータの不減衰固有角振動数 ω_j ($j=1,2,\dots,5$)を示す。表1のパラメータを用いて動吸振器を取り付けていない主系単体の安定性解析を行った結果を図2に示す。横軸は Ω 、縦軸は $\sigma_{r,0}(\Omega)$ である。一点鎖線は、表2に示す不減衰固有角振動数 ω_j を表す。5段ロールモデルでは、鋳鉄ロールとゴムロールとの接触点が4個あるので、 Ω に対して4本の $\sigma_{r,0}(\Omega)$ が求められていることが確認できる。次数 r は $|\rho_r(0)|$ の大きい順に番号を付しており、それぞれ線の色を変えて区別している。それぞれの $\sigma_{r,0}(\Omega)$ 上に存在する極小点を線と同色の○で表している。これらの極小点には図2に示すように $\hat{\Omega}$ が小さな順に番号($p=1\sim 10$)を付し、極小点 p に関するデータを表3に示している。 $\hat{\sigma}_p$ は極小点 p の極小値である。パターン角形数の偶数・奇数は式(11)の関係式より判断した結果を示している。本パラメータの場合、表3に示すように $r=1$ および2の $\sigma_{r,0}(\Omega)$ 上の極小点はすべて偶数角形であり、 $r=3$ および4の $\sigma_{r,0}(\Omega)$ 上の極小点はすべて奇数角形となっているので、図2では偶数角形に対応する2本を実線($r=1, 2$)で、奇数角形に対応する2本を破線($r=3, 4$)で表している。 $\Omega = \omega_j$ の近傍には偶数角形および奇数角形の極小点がそれぞれ1個ずつあることが確認できる。

図2および表3より、1次モード($p=1, 2$)は奇数角形および偶数角形に関する極小値は2個とも正であり、式(8)よりすべての角形数に対して安定であることがわかる。2次モード($p=3, 4$)と3次モード($p=5, 6$)は奇数角形および偶数角形の極小値は2個とも負となり不安定となっている。4次モード($p=7, 8$)と5次モード($p=9, 10$)は奇数角形の極小値のみが負で不安定であり偶数角形の極小値は正で安定である。それぞれの不安定な極小点に対して、不安定振動が発生する最大角形数 $\bar{n}_{\max}$ は式(8)を用いて容易に求めることができる。例えば、4次モード奇数角形($p=7$)の場合、極小値は $\hat{\sigma}_7 = \sigma_{4,0}(426.7) = -3.49$ であり、 $m=1, 2, 3, 4$ のとき式(8)を満たす。式(12)の m と $\bar{n}$ の関係式より、奇数角形の場合 $\bar{n}=1, 3, 5, 7$ が不安定となり $\bar{n}_{\max}=7$ であることがわかる。同

Table 1 5-DOF system parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
m_1, m_3, m_5 (kg)	300	m_2, m_4 (kg)	250
k_1, k_5 (MN/m)	20, 10	k_2, k_3, k_4 (MN/m)	5.0
c_1, c_5 (kNs/m)	5.0, 2.0	c_2, c_3, c_4 (kNs/m)	3.0
k_2^i, k_4^i (MN/m)	20	k_2^d, k_4^d (MN/m)	100
c_2^d, c_4^d (kNs/m)	300	α (1/s)	2.0

Table 2 Natural angular frequencies

j	1	2	3	4	5
ω_j (rad/s)	166.7	251.2	339.1	442.1	494.2

Fig.2 Result without dynamic absorber

Table 3 Data at minima shown in Fig.2

p	j	r	$\hat{\Omega}$ (rad/s)	$\hat{\sigma}_p$	Polygonal Pattern	$\bar{n}_{\max}$	p	j	r	$\hat{\Omega}$ (rad/s)	$\hat{\sigma}_p$	Polygonal Pattern	$\bar{n}_{\max}$
1	1	2	158.4	0.66	Even	-	6	3	4	340.8	-1.10	Odd	3
2	1	4	160.1	0.45	Odd	-	7	4	4	426.7	-3.49	Odd	7
3	2	1	242.2	-1.46	Even	4	8	4	1	436.5	3.79	Even	-
4	2	3	243.1	-0.47	Odd	1	9	5	3	477.4	-3.93	Odd	7
5	3	2	327.5	-2.87	Even	6	10	5	1	511.2	5.55	Even	-

様に他の不安定な極小点に対する $\bar{n}_{\max}$ も求めることができ、表3にその結果を示している。図2および表3より、極小値が最小で最も安定度が低い極小点は5次モード奇数角形 ($p=9$) であり、次に4次モード奇数角形 ($p=7$) が低いことがわかる。以上の結果を踏まえて、不安定な極小点を対象に動吸振器による安定化を図る。

4・2 動吸振器のパラメータ設定

本報では、遺伝的アルゴリズム (以下 GA と呼ぶ) を適用して最適な動吸振器のパラメータを求める。 $\tilde{k}$ 番目の動吸振器を設計するときの設計パラメータを質量 $\tilde{m}_{\tilde{k}}$ 、剛性係数 $\tilde{k}_{\tilde{k}}$ および減衰係数 $\tilde{c}_{\tilde{k}}$ とし、それぞれ以下の無次元量で設定する。動吸振器を k 番目のロールに取り付ける場合、動吸振器の質量の k 番目のロールの質量に対する質量比 $\tilde{\mu}_{\tilde{k}} = \tilde{m}_{\tilde{k}} / m_k$ 、動吸振器単体の不減衰固有角振動数 $\tilde{\omega}_{\tilde{k}} = \sqrt{\tilde{k}_{\tilde{k}} / \tilde{m}_{\tilde{k}}}$ と主系単体の1次モードの不減衰固有角振動数との振動数比 $\tilde{\nu}_{\tilde{k}} = \tilde{\omega}_{\tilde{k}} / \omega_1$ および動吸振器単体の減衰比 $\tilde{\zeta}_{\tilde{k}} = \tilde{c}_{\tilde{k}} / 2\sqrt{\tilde{m}_{\tilde{k}}\tilde{k}_{\tilde{k}}}$ とする。質量比 $\tilde{\mu}_{\tilde{k}}$ は 0.10 で一定とし、3・3節の方法で設計対象であるとみなされる極小点のうち、最小の極小値 $\hat{\sigma}_{\min}$ が最大となるように、GA により振動数比 $\tilde{\nu}_{\tilde{k}}$ および減衰比 $\tilde{\zeta}_{\tilde{k}}$ を決定する。設定範囲は、 $\tilde{\nu}_{\tilde{k}}$ は上限値が5次モードの固有振動数の振動数比 $492.4/166.7=2.96$ より十分大きな値とし 2^{10} 分割して刻みが $\Delta\tilde{\nu}_{\tilde{k}}=0.004$ となるように $0 < \tilde{\nu}_{\tilde{k}} \leq 4.092$ とし、 $\tilde{\zeta}_{\tilde{k}}$ は上限値を 1.0 程度で 2^{10} 分割して刻みが $\Delta\tilde{\zeta}_{\tilde{k}}=0.001$ となるように $0 \leq \tilde{\zeta}_{\tilde{k}} \leq 1.023$ とした。GA の計算パラメータは個体数: 150, 交叉確率: 0.8 および突然変異確率: 0.01 とした。

4・3 内積を利用した対応関係評価法の検証

ここでは、最も安定度の低い5次モード奇数角形 ($p=9$) に対する動吸振器 ($\tilde{k}=1$) の設計を例にあげて、内積を利用した動吸振器取り付け前後の極小点間の対応関係評価法の検証を行う。表4に、極小点 $p=9$ のロール変位に関する複素固有ベクトル $\mathbf{X}_0^9$ の各要素の絶対値 $|X_k|$ を示す。 $|X_2|$ が最も大きいので、動吸振器を下から2番目のロール ($k=2$) に取り付けると。4・2節の方法で極小点 $p=9$ と対応関係にある最小の極小値 $\hat{\sigma}_{\min}$ が最大となるように動吸振器のパラメータを決定すると、 $\tilde{\nu}_1=2.32$ および $\tilde{\zeta}_1=0.095$ となった。この動吸振器を取付けた状態の安定性解析を行った結果を図2と同様に図3に示す。横軸上の▲は動吸振器を付けていない主系単体時の固有角振動数であり、図2の一点鎖線と同じ値である。△は動吸振器単体の固有角振動数 $\tilde{\omega}_{\tilde{k}}$ を表す。一点鎖線は、動吸振器を取り付けて6自由度系となった全系の固有角振動数 $\tilde{\omega}_{\tilde{j}}$ ($\tilde{j}=1\sim6$) を示している。また、極小点には $\hat{\Omega}$ が小さな順に番号 ($q=1\sim12$) を付しており、左図の破線で囲まれた部分の拡大図を右図に示している。

図2の主系単体時の結果と比較すると、 $p=1\sim6$ の極小点と $q=1\sim6$ の極小点とでは大きな変化はないが、△で示された動吸振器の固有角振動数近傍である $\Omega \approx 350 \sim 500$ rad/s の領域では、全系の固有角振動数の数や値の変化にともない、極小点の数や位置も変化していることが確認できる。また、奇数に関する2本 ($r=3$ および 4) の $\sigma_{r,0}(\Omega)$ は $\Omega \approx 350$ rad/s でお互い入れ替わっていることがわかる。このように、動吸振器を取り付けると主系単体時とは $\sigma_{r,0}(\Omega)$ の様相が大きく変化するため、設計対象である極小点を特定することが困難となる。3・3節で提案した内積を利用した対応関係評価法により、5次モード奇数角形と対応関係にあると判断された極小点は

Table 4 Absolute values of complex mode $\mathbf{X}_0^9$ elements

p	$\hat{\Omega}$ (rad/s)	$ X_1 $	$ X_2 $	$ X_3 $	$ X_4 $	$ X_5 $
9	477.4	0.249	0.577	0.556	0.518	0.167

Fig.3 Result with a dynamic absorber for $p=9$ ($\tilde{\nu}_1 = 2.32$, $\tilde{\zeta}_1 = 0.095$)Table 5 Inner product of values for different minima q and those for $p=9$

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\hat{\Omega}$	157.1	158.0	237.5	238.0	327.2	339.4	348.4	357.8	416.20	444.1	472.3	522.6
${}^{IP}X_1^{9,q}$	0.059	0.442	0.007	0.109	0.060	0.160	0.814	0.149	0.597	0.169	0.943	0.689
${}^{IP}U_1^{9,q}$	0.053	0.925	0.057	0.343	0.054	0.253	0.992	0.009	0.669	0.016	0.959	0.020

$q=7$ および 11 であり、これらの極小点がある $\sigma_{r,0}(\Omega)$ と同じ色の●で図3に示している。それぞれの極小点は $r=3$ および $r=4$ の異なる $\sigma_{r,0}(\Omega)$ 上にあることが確認できる。前報⁽³⁾の1自由度系の動吸振器設計の結果から、極小点は同じ $\sigma_{r,0}(\Omega)$ 上で2個に分かれるようにも思われるが、多段ロールモデルのような接触点が複数個ある系では異なる $\sigma_{r,0}(\Omega)$ 上に分かれて存在する場合もあるため注意が必要である。このように設計対象となる2個の極小点は異なる $\sigma_{r,0}(\Omega)$ 上に存在しているものの、これらの極小値は-0.77 および -0.73 と同程度であり主系単体時の-3.93 から大幅に改善されている。この結果は、1自由度系の動吸振器設計と類似しており、動吸振器取り付け後の新たな極小点から設計対象である極小点が特定され、適切な動吸振器設計がなされているとみなせる。なお、動吸振器取り付け後も5次モード奇数角形は不安定なままではあるが、式(8)より $m=2$ 以上が安定であり、主系単体では不安定であった3~7角形の領域の安定化が実現していることがわかる。

主系単体時の5次モード奇数角形の極小点 $p=9$ と、動吸振器を取り付けた後の各極小点 ($q=1\sim 12$) との間の複素固有ベクトルの内積の絶対値を表5に示す。 ${}^{IP}X_1^{9,q}$ および ${}^{IP}U_1^{9,q}$ とともに1に近い値となるのは、前述の $q=7$ および 11 の極小点だけであり、他の極小点との値は ${}^{IP}X_1^{9,q}$ および ${}^{IP}U_1^{9,q}$ の両方もしくはいずれか一方の値が小さくなっている。ただし、極小点 $q=9$ に関しては、 ${}^{IP}X_1^{9,9} = 0.597$ および ${}^{IP}U_1^{9,9} = 0.669$ とやや大きな値となっており、他の極小点と比較すると主系単体時の極小点 $p=9$ との類似性は高いと考えられる。しかし、極小点 $q=9$ と主系単体時の4次モード奇数角形の極小点 ($p=7$) との内積の絶対値は ${}^{IP}X_1^{7,9} = 0.802$ および ${}^{IP}U_1^{7,9} = 0.760$ であり、 $p=9$ との値より大きな値となっている。このことは、極小点 $q=9$ が5次モード奇数角形よりも4次モード奇数角形と類似性が高く、4次モード奇数角形と対応関係にあることを示す。同様に他の取り付け後の極小点に関しても、表5に示す $p=9$ との内積値より大きな値をとる主系単体時の他の極小点が存在し、 $p=9$ 以外の極小点と対応関係があることを確認している。このように、動吸振器取り付け後の極小点 q は、その内積の絶対値 ${}^{IP}X_1^{p,q}$ および ${}^{IP}U_1^{p,q}$ が最大値となり1に最も近くなる極小点 p と対応関係にあるとみなす。

また、図2と図3の結果を比較すると、5次モード奇数角形を対象とした動吸振器を取り付けることで、4次モードの奇数角形の極小値 ($q=9$) も増加し安定性が向上していることが確認できる。このように、固有振動数が比較的近いモード間では動吸振器が互いの安定性に影響しあうことがあり、このことが極小点間の対応関係を評価する上で最大の障害となっていた。しかし、図3の様に、設計対象の極小点の近傍やその間に影響が大きな他の極小点が存在しても、内積の絶対値を比較することで正確に対象の極小点を特定できていることから、本手法の有効性が確認できた。

4・4 動吸振器の設計結果

4・3 節の 5 次モード奇数角形の動吸振器 ($\tilde{k}=1$) と同様に, 他の不安定な極小点を安定化するための動吸振器設計を行う. 2 次モードおよび 3 次モードに関しては偶数角形および奇数角形とも不安定となっているため, 偶数角形および奇数角形それぞれに対して 1 個ずつ動吸振器を設計する. 設計方法は 5 次モード奇数角形の場合と全く同様であり, 動吸振器を 1 個だけ取り付けた状態で, 対象となる極小値が最大となるように GA を用いて動吸振器のパラメータを決定する. ただし, 3 次モード奇数角形 ($p=6$) および 4 次モード奇数角形 ($p=7$) の安定化を図る動吸振器設計においては, 適切な動吸振器を取り付けることで完全に安定化し, 設計対象の極小点が存在しなくなる. このような結果となる動吸振器パラメータは多数存在するため, 以下のような設計を行った. 前述のように, 4 次モード奇数角形と 5 次モード奇数角形の間では動吸振器が互いに影響しあうので, 4 次モード奇数角形の動吸振器の影響により若干ではあるが 5 次モード奇数角形の安定度の向上が期待できる. そこで, 4 次モード奇数角形が安定かつ 5 次モード奇数角形の極小値が最大となるパラメータを最適とした. 極小点間の内積を利用することで, 全ての極小点の対応関係を容易に求めることができるため, このように複数の極小点の安定度を同時に評価することが可能となる. この点も本手法を用いた動吸振器設計の大きな利点である. 同様に 3 次モード奇数角形の動吸振器は同じ 3 次モードの偶数角形への影響が大きいので, 3 次モード奇数角形が安定かつ偶数角形の極小値が最大となるように設計した. 本報では主系単体時の安定度が低い順に動吸振器設計を行いその順番に動吸振器番号 $\tilde{k}$ を付した.

不安定な極小点に対してモード毎および角形数の偶数・奇数毎に単独で最適設計したすべての動吸振器 6 個を同時に取り付けたときの安定性解析結果を図 4 に示す. 図 3 と同様に右図は左図の破線で囲まれた部分の拡大図である. 拡大図中の数字とアルファベットの組合せは主系単体時の極小点を表しており, 数字はモード次数, アルファベットの o は奇数角形, e は偶数角形を意味する. たとえば, 5o と示された Δ は 5 次モード奇数角形を安定化するための動吸振器単体の固有角振動数であり, 同様に 5o と示された楕円内の $\bigcirc$ は 5 次モード奇数角形と対応関係にある極小点であることを表す. 図 4 より 5 次モード奇数角形と対応関係にある極小点は 3 個あることがわかる. この中で $\hat{\Omega}=255.9\text{rad/s}$ の極小点は 3 次モード奇数角形の動吸振器の影響により生じた極小点であり, 他の 2 個の不安定な極小点 ($\hat{\Omega}=353.3$ および 466.0rad/s) よりも安定度が低くなることはないで, 後者の 2 個の極小点のみに注目すればよい. これら 2 個の極小値は -0.46 および -0.08 であり 1 角形の領域のみが不安定となる結果となった. 図 3 の単独で取り付けた場合と比較すると極小値は大きくなっているが, 2 個の極小値に差が生じており最適な状態からずれた結果となっている. その他の極小点に関しても単独で取り付けた場合は 2 個の極小値が同程度となる結果であったにもかかわらず, 図 4 に示すように極小点が 1 個になっており最適な状態からずれている. これは動吸振器を同時に取り付けたことで動吸振器が互いに影響しあうことが原因である.

この問題を改善するために, すべての動吸振器を取り付けた状態で再設計を試みる. 再設計は極小値が小さい極小点に対する動吸振器から順番に 3・2 節(4)項で示した方法で 1 個ずつ行った. 再設計後の安定性解析の結果を図 4 と同様に図 5 に示す. 表 6 はこのときの動吸振器のパラメータである. 再設計の結果, 5 次モード奇数角形の領域は不安定なままではあるが, 2 個の極小値は同程度となっており, その値は $\hat{\sigma}_{\min}=-0.32$ で図 4 よりも安定性が向上していることが確認できる. 5 次モード奇数角形を完全に安定化するためには, 動吸振器の質量比あるいは主系の外部減衰を大きくする等の対策が必要となる. その他の極小点はすべて安定であり, 特に 4 次モード奇数角形は完全に安定化して極小点が無くなっている. 3 次モード奇数角形の動吸振器は前述の通り 3 次モード偶数角形の安定度を最大とするように設計しているため極小点は 1 個となっているが, その他のモードおよび角形数の極小点は, 安定性が向上するとともに 2 個の極小値が同程度である均整のとれた結果となっており, 動吸振器同士の影響が考慮された最適設計が実現されている.

再設計時は, すべての動吸振器が取り付けられているため, 全系の自由度は 11 自由度であり極小点の数が増加するとともに, その位置も複雑に重なっている. 複素固有ベクトルの内積を利用する方法は, このような場合も主系単体時における極小点と動吸振器を取り付けた状態の極小点との対応関係が判別できる. また, 本報では理論と結果を詳細に説明するために表現が多少複雑となっているが, 実際の設計においては複素固有値 ρ_r の次数や極小点の奇数・偶数を特定する必要は無く, 極小値とそれに関する複素固有ベクトルを求めれば十分である. 以上のように, モード毎設計法は多自由度系における適切な動吸振器設計を効率よく行えることが確認された.

Fig.4 Result with all dynamic absorbers (Pre-redesign)

Fig.5 Result with all dynamic absorbers (Post-redesign)

Table 6 Dynamic absorber parameters (Post-redesign)

$\tilde{k}_k$	1	2	3	4	5	6
Mode j	5	4	3	2	3	2
Polygonal pattern	Odd	Odd	Even	Even	Odd	Odd
Peak p	9	7	5	3	6	4
Roll k	2	4	1	5	5	2
$\tilde{v}_{\tilde{k}_k}$	2.22	2.27	1.52	1.01	1.66	1.17
$\tilde{\zeta}_{\tilde{k}_k}$	0.155	0.122	0.183	0.160	0.194	0.134

5. 結 言

本報では、多自由度系における効率的な動吸振器の設計法を提案した。多自由度系では、系の安定性向上に複数の動吸振器が必要であり、その最適設計は複雑となる。今回提案したモード毎設計法は、系の振動特性に応じた設計をモード毎および角形数の偶数・奇数毎に行うことが可能であり、非常に均整の取れた安定化もしくは安定性向上が実現できた。さらに、モード毎設計において大きな課題であった安定化の対象である主系単体時の極小点と、動吸振器取り付け後の極小点との対応関係の評価方法を明確にした。この方法は、極小点の複素固有ベクトルの内積を利用して、動吸振器の取り付け前後の対応を数値的に比較できるため、遺伝的アルゴリズムのような発見的手法の適用が容易であり、動吸振器のモード毎設計法を効率的かつ正確に行うことを可能とした。また、複数のモードを同時に特定できるため、モード間の動吸振器の影響を考慮した設計も可能となる。このように、目的に応じた柔軟な設計は安定・不安定境界の存在条件に基づく安定判別法を導入したことにより実現したことであり、改めて本安定判別法の有効性を示す結果となった。なお、本報で提案した多自由度系における動吸振器の最適設計法の実験的検証を実施しており、その成果は稿を改めて報告する。

最後に、本研究は平成 21 年度～23 年度の独立行政法人日本学術振興会科学研究費 [基盤研究(C), 課題番号 21560244] の補助を受けたことを記し謝意を表する。

付 録

式(7)の行列の要素を以下に示す.

$$\left. \begin{aligned} M_{11} &= \text{Diag}[m_{11}, \tilde{m}_{22}], \quad m_{11} = \text{diag}[m_1, \dots, m_{2n+1}], \quad \tilde{m}_{22} = \text{diag}[\tilde{m}_1, \dots, \tilde{m}_{\tilde{n}}] \\ C_{11} &= \begin{bmatrix} c_{11} + \tilde{c}_{11} & -\tilde{c}_{12} \\ -{}^t\tilde{c}_{12} & \tilde{c}_{22} \end{bmatrix}, \quad c_{11} = \text{diag}[c_1, \dots, c_{2n+1}], \quad \tilde{c}_{22} = \text{diag}[\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_{\tilde{n}}] \\ K_{11} &= \begin{bmatrix} k_{11} + \tilde{k}_{11} & -\tilde{k}_{12} \\ -{}^t\tilde{k}_{12} & \tilde{k}_{22} \end{bmatrix}, \quad K_{12} = \begin{bmatrix} k_{12} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{k}_{22} = \text{diag}[\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_{\tilde{n}}] \\ C_{22} &= \text{Diag}[c_{22}^2, c_{22}^4, \dots, c_{22}^{2n}], \quad K_{22} = \text{Diag}[k_{22}^2, k_{22}^4, \dots, k_{22}^{2n}] \\ C_{D22} &= \text{Diag}[c_{D22}^2, c_{D22}^4, \dots, c_{D22}^{2n}], \quad K_{D22} = \text{Diag}[k_{D22}^2, k_{D22}^4, \dots, k_{D22}^{2n}] \\ c_{22}^k &= \text{diag}[c_k^d, c_k^d], \quad k_{22}^k = \text{diag}[k_k^i + k_k^d, k_k^i + k_k^d] \\ c_{D22}^k &= \begin{bmatrix} 0 & c_k^d \\ c_k^d & 0 \end{bmatrix}, \quad k_{D22}^k = \begin{bmatrix} 0 & k_k^d \\ k_k^d & 0 \end{bmatrix}, \quad (k = 2, 4, \dots, 2n) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1})$$

ここに, diag および Diag はそれぞれ対角行列およびブロック対角行列を表す. また, $k-1$ 番目および $k+1$ 番目のロールを鋳鉄ロール, k 番目のロールをゴムロールとした場合, k_{11} および k_{12} は以下のように表せる.

$$\left. \begin{aligned} k_{11} &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2^i & -k_2^i & & & & & \\ & \ddots & \ddots & & & & \\ & & -k_{k-2}^i & k_{k-1} + k_{k-2}^i + k_k^i & -k_k^i & & \\ & & & -k_k^i & k_k + 2k_k^i & -k_k^i & \\ & & & & -k_k^i & k_{k+1} + k_k^i + k_{k+2}^i & -k_{k+2}^i \\ & & \mathbf{0} & & & \ddots & \ddots \\ & & & & & & -k_{2n}^i & k_{2n+1} + k_{2n}^i \end{bmatrix} \\ k_{12} &= \begin{bmatrix} k_2^i & & & & & & \\ -k_2^i & k_2^i & & & & & \\ & \ddots & \ddots & & & & \\ & & -k_{k-2}^i & k_k^i & & & \\ & & & -k_k^i & k_k^i & & \\ & & & & -k_k^i & k_{k+2}^i & \\ & & & & & \ddots & \ddots \\ \mathbf{0} & & & & & & -k_{2n}^i & k_{2n}^i \\ & & & & & & & -k_{2n}^i \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2})$$

なお, $\tilde{c}_{11}$, $\tilde{c}_{12}$, $\tilde{k}_{11}$ および $\tilde{k}_{12}$ の要素は動吸振器をどのロールに取り付けるかによって異なるが, 第 $\tilde{k}$ 番目の動吸振器を第 k 番目のロールに取り付ける場合, $\tilde{c}_{11}$ および $\tilde{k}_{11}$ には k 行 k 列に, $\tilde{c}_{12}$ および $\tilde{k}_{12}$ には k 行 $\tilde{k}$ 列にそれぞれ $\tilde{c}_{\tilde{k}}$ および $\tilde{k}_{\tilde{k}}$ を加えればよい.

文 献

- (1) 末岡淳男, 劉 孝宏, 近藤孝広, 津田吉広, 片山圭一, 高崎勝明, 山口正博, 広岡秀樹, “ゴム巻きロールの多角形化現象”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 59, No. 563 (1993), pp. 2078-2085.
- (2) 近藤孝広, 宗和伸行, 森 博輝, 崔 銘秀, “接触回転系におけるパターン形成現象に対する動吸振器の最適設計 (第1報, 1自由度系の場合)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 71, No. 704 (2005), pp. 1131-1138.

- (3) 宗和伸行, 近藤孝広, “接触回転系におけるパターン形成現象に対する動吸振器の最適設計（第2報, 1自由度系粘弾性モデルの実験的検証）”, 日本機械学会論文集C編, Vol. 77, No. 778 (2011), pp. 2181-2192.
 - (4) 宗和伸行, 近藤孝広, 森 博輝, 崔 銘秀, “接触回転系の時間遅れに基づく不安定振動の防止対策（第1報, 新しい安定判別法の適用）”, 日本機械学会論文集C編, Vol. 71, No. 709 (2005), pp. 2670-2678.
 - (5) 近藤孝広, 宗和伸行, “接触回転系におけるパターン形成現象（第2報, 簡易安定判別法による多自由度ロール系の安定化法）”, 日本機械学会論文集C編, Vol. 67, No. 659 (2001), pp. 2129-2135.
-