ヒステリシスを有する非線形集中ばねで支持された 小型イヤホン用振動板の FEM による共振応答解析*

笹島 学^{*1}, 山口 誉夫^{*2}, 小池 美夫^{*1}
原 晃^{*3}, 永井 健一^{*2}, 丸山 真一^{*2}

Frequency Response Analysis of Diaphragm for Small Earphone Supported by Nonlinear Springs with Hysteresis Using Finite Element Method

Manabu SASAJIMA^{*1}, Takao YAMAGUCHI, Yoshio KOIKE,
Akira HARA, Ken-ichi NAGAI and Shinichi MARUYAMA

^{*1} Foster electric Co., Ltd.
512 Miyazawa-cho, Akishima, Tokyo, 196-8550 Japan

For small earphones, this paper describes vibration analysis using three-dimensional finite element method for elastic diaphragm supported by multiple nonlinear concentrated springs with linear hysteresis damping. The restoring forces of the springs have cubic nonlinearity. Finite element for the nonlinear springs with hysteresis are expressed and are connected to the elastic diaphragm modeled by linear solid finite elements in consideration of complex modulus of elasticity. Further, the discretized equations in physical coordinate are transformed into the nonlinear ordinary coupled equations using normal coordinate corresponding to linear natural modes. Harmonic balance method is applied to the equations to obtain nonlinear resonance responses. This transformation yields computation efficiency. The calculated resonance responses by the proposed method are verified by experimental responses. In the experiment, the earphone's diaphragm displacement and the envelope response are measured using a laser displacement meter.

Key Words : Electric Equipment, Computer Aided Analysis, Damping, Nonlinear Vibration, Finite Element Method

1. 緒 言

一般的なスピーカの振動板は、その外周部に大きく変形して振動板を面外方向に動かすためのエッジと呼ばれる部位がある。しかし、イヤホンでよく使われている振動板は、エッジに相当する部位がないため常に振動板全体が変形しながら振動している。このタイプの振動板の剛性は、外径、ドーム部形状、振動板周辺部のコルゲーションと呼ばれる同心円状や螺旋状の溝部形状等の寸法値を設計変数することでコントロール可能となっている。しかし、振動板自体が非常に薄く、かつ複雑な形状をしているため設計形状と実際の形状との差がよくあり、周波数特性の予測を難しくしている。設計時には、設計値でモデル化した 3D 解析モデルを作成し有限要素法 (以降、FEM) 解析を行うことで微小振幅条件での周波数特性の予測を行うことが一般的である。しかし、振動板の荷重-変位関係の非線形性から、入力が大きい条件では非線形応答現象が生じていることが予想される。

さらに、昨今の振動板を含むユニットの更なる小型化により、一定の出力を得るためには振動板径に対して振幅を相対的に大きくする必要があり再生音の非線形ひずみが増加しやすい傾向が見受けられる。従来から集中定

* 原稿受付 2011 年 4 月 7 日

^{*1} 正員, フォスター電機(株) (〒196-8550 東京都昭島市宮沢町 512)

^{*2} 正員, 群馬大学 (〒376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1)

^{*3} フォスター電機(株)

E-mail: sasajima@foster.co.jp

数で近似した振動板の非線形振動についての研究はなされてきている。例えば、吉久は振動板が大きな振幅で振動した場合の跳躍現象と非直線歪について検討を行っている⁽¹⁾。今岡らは小型スピーカにおける再生音の非線形性を評価する方法として動的ひずみの測定法を検討している⁽²⁾。佐藤らはスピーカの振動板に生じる高調波ひずみや跳躍現象の原因の一つとして集中定数として扱った振動板スティフネスの非線形性に注目し、その測定法を検討した上で等価回路を用いた解析を行っている⁽³⁾⁽⁴⁾。しかし、振動板を連続体として取り扱った非線形応答解析はなされていない。

また、非線形の解析手法を考えると、非線形集中ばねを含む系の振動特性の研究は、近藤らは非線形支持されたビームが連結された構造の強制振動について、高速な安定判別法を提案している⁽⁵⁾。Shaw らは両端を単純支持したビームの中央を非線形集中ばねで支持された系について Nonlinear Modal Analysis を行っている⁽⁶⁾。一方、山口らはブロック状の構造物を、線形有限要素を用いて弾性体でモデル化し、それを非線形集中ばねで支持した系の連成振動の解析を行っている^{(7),(8)}。山口らの解析では、線形固有振動形に対応する基準座標を導入して、応答の高速演算法を提案している。この方法を拡張し線形ヒステリシス減衰を復元力に与えた 1 個の非線形集中ばねが接続された粘弾性ブロックの高速応答計算法の定式化を行っている⁽⁹⁾。

本論では、これらの解析法を適用し^{(5)~(8)}、実測した振動板の荷重-変位関係から非線形ばね特性を同定し、このヒステリシスを有する複数の非線形集中ばねで支持した弾性振動板の共振応答を FEM により解析する。具体的には弾性の振動板を、ヒステリシスを有する複数の非線形集中ばね要素で面外方向に外周上の全節点を支持した。さらに弾性板の面内方向を線形集中ばねで支持し、面外方向の周期加振力を加えて動的応答を解析した。ここでは、非線形離散化方程式を、線形固有振動形を基準座標とする運動方程式に変換し、大規模自由度問題の応答について自由度を縮小し高速に解析した。なお、本報告における非線形性は集中ばねの復元力のみから発生し、幾何学的非線形性は考慮されていない。また、提案解析法を検証するためレーザー変位計を用いてイヤホン振動板の変位応答、および応答の包絡線データを収集し考察を行った。

Fig.1 Simulation model

Fig.2 Restoring force of nonlinear concentrated springs

2. シミュレーションモデル

シミュレーションに用いたモデルを図 1 に示す。有限要素モデルの作成にあたっては HyperMesh v10.0 (Altair Engineering) を使用した。振動板中心付近のコーン部と振動板と一体となって振動する電気伝導体の形状を有限要素でモデル化した。外径寸法は 7.0 [mm] で、厚さは 10 [μ m] とする。振動板コーン部高さは 1.0 [mm] である。振動板のコーン部分および電気伝導体の質量密度はそれぞれ 6.12×10^2 [kg/m³]、 8.78×10^3 [kg/m³] とした。また、振動板背後空間の空気層のコンプライアンスを考慮するため、振動板背面に等価な弾性要素を導入している。モデルの原点座標を振動板の xy 平面の底面中心とし、加振方向を z とする。応答点は振動板中心周辺部をとることにする。弾性振動板、電気伝導体は微小変形を仮定し、有限要素法を用い主に非適合モードを考慮した 8 節点 isoparametric solid 要素^{(10), (11)}でモデル化した。集中ばねは振動板の外周上の節点に、それぞれ x , y , z 方向の 3 個を配置した。 z 方向の集中ばねのみ非線形集中ばねである。静的な非線形集中ばねの荷重 R_{mz} - 変位 U_{mz} 曲線を図 2 に示す。動解析では漸硬性の復元力を持つ複素ばねとし、ヒステリシスを考慮する。

3. 基礎式

図 1 のように、弾性振動板が複数の非線形集中ばねで全周縁を支持される場合を考える。この系の有限要素による離散化方程式を求める。

3・1 弾性板周縁部の非線形集中ばねの離散化方程式

非線形集中ばねの節点力は $R_{mz} = \gamma_{1mz} U_{mz} + \gamma_{2mz} U_{mz}^2 + \gamma_{3mz} U_{mz}^3$, ($m=1 \sim 224$) と表現されるとする。 U_{mz} は、非線形集中ばねの振動板への取り付け点に相当する節点 α_m , ($m=1 \sim 224$) における z 方向変位である。 R_{mz} と U_{mz} との関係を行列で記述し次式を得る。

$$\{R_m\} = [\bar{\gamma}_{1m}] \{U_s\} + \{\bar{d}_m\} \quad (1)$$

$$\text{ただし, } \{R_m\} = \{\gamma_{mx}, \gamma_{my}, \gamma_{mz}\}^T, \quad \{U_s\} = \{U_{mx}, U_{my}, U_{mz}\}^T,$$

$$\{\bar{d}_m\} = \{0, 0, \gamma_{2mz} U_{mz}^2 + \gamma_{3mz} U_{mz}^3\}^T$$

なお、 $R_{mx} = R_{my} = 0$ である。 $\{R_m\}$ は m 番目の非線形集中ばねの復元力ベクトル、 $\{U_s\}$ は節点変位ベクトル、 $[\bar{\gamma}_{1m}]$ は線形複素剛性行列表、 $\{\bar{d}_m\}$ は非線形復元力ベクトルである。これらの集中ばねに線形ヒステリシス減衰を導入し、 $\gamma_{1mz} = \bar{\gamma}_{1mz} (1 + j\eta_s)$ とする。ここで、 $\bar{\gamma}_{1mz}$ は γ_{1mz} の実数部、 η_s は集中ばねの線形復元力に対応した材料損失係数、 j は虚数単位である。

3・2 弾性振動板の離散化方程式

弾性振動板は三次元有限要素で分割する。この振動板には微小変形を仮定し、通常の線形三次元要素で分割する。要素内部の変位ベクトル $\{U_d\}$ を $\{U_d\} = \{U_x, U_y, U_z\}^T$ とおき、 $\{U_d\}$ を節点変位ベクトル $\{U_e\}$ と形状関数 $[N]^T$ で次式のように近似する。

$$\{U_d\} = [N]^T \{U_e\} \quad (2)$$

応力ベクトル $\{\sigma\} = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx}\}^T$ と歪ベクトル $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}\}^T$ の関係は次式となる。

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (3)$$

$[D]$ は弾性率 E_e , ポアソン比 ν_e からなる行列である. 変位ベクトル $\{U_d\}$ と歪ベクトル $\{\varepsilon\}$ の関係は

$$\{\varepsilon\} = [A]\{U_d\} = [A][N]^T \{U_e\} = [B]\{U_e\} \quad (4)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}, [B] = [A][N]^T$$

となる. 式(2)から式(4)を用い要素の歪みエネルギー, 運動エネルギー, 外力による仕事を求め, 仮想仕事の原理からばね要素以外の弾性振動板の離散化方程式を求めると, $[M_f]$, $[K_f]$, $\{U_f\}$, $\{F_f\}$ を弾性振動板の質量行列, 複素剛性行列, 節点変位ベクトル, 節点力ベクトルとして次式を得る. $\cdot$ は時間微分を示す.

$$[M_f]\{\ddot{U}_f\} = -[K_f]\{U_f\} + \{F_f\} \quad (5)$$

3・3 弾性振動板と非線形ばねを接続した系の離散化方程式

z 方向の非線形集中ばねによる節点力 $\{R_m\}$ を弾性振動板との接合節点 α_m の節点力に加える. これより全系の離散化方程式を得る.

$$[M]\{\ddot{U}\} = -[K]\{U\} - \{\hat{d}\} + \{F\} \quad (6)$$

$$\{\hat{d}\} = \sum_m \{\hat{d}_m\}$$

$[M]$, $[K]$, $\{U\}$, $\{F\}$ は, それぞれ全系の質量行列, 複素剛性行列, 節点変位ベクトル, 節点力ベクトルである. $\{\hat{d}_m\}$ は式(1)中の非線形復元力 $\{\bar{d}_m\}$ のベクトルのサイズを全系のサイズに直した量である.

3・4 モード減衰の近似計算

式(6)で, 外力項, 非線形復元力項を $\{0\}$ とする. $\{U\} = \{\phi\}e^{j\omega t}$ (t : 時間)を仮定すると, 次の固有値問題の式を得る.

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e (1 + j\eta_e) - (\omega^{(i)})^2 (1 + j\eta_{\text{tot}}^{(i)}) [M]_e) \{\phi^{(i)}\} = \{0\} \quad (7)$$

(i) は i 次振動モード, $(\omega^{(i)})^2$ は複素固有値の実部, $\{\phi^{(i)}\}$ は複素固有モード, $\eta_{\text{tot}}^{(i)}$ はモード損失係数である. 材料減衰 η_e ($e=1,2,3,\dots,e_{\max}$) に関し全要素中最大のものを $\eta_{\max}$ とし以下の β_e を導入する.

$$\beta_e = \eta_e / \eta_{\max}, \beta_e \leq 1 \quad (8)$$

ここで, $\eta_{\max} \ll 1$ と仮定し, 微小量 $\mu = j\eta_{\max}$ を導入し, 式(7)の解を漸近展開すると, 次式を得る^{(9), (6)}.

$$\{\phi^{(i)}\} = \{\phi^{(i)}\}_0 + \mu\{\phi^{(i)}\}_1 + \mu^2\{\phi^{(i)}\}_2 + \dots \quad (9)$$

$$(\omega^{(i)})^2 = (\omega_0^{(i)})^2 + \mu^2(\omega_2^{(i)})^2 + \mu^4(\omega_4^{(i)})^2 + \dots \quad (10)$$

$$j\eta_{\text{tot}}^{(i)} = \mu\eta_1^{(i)} + \mu^3\eta_3^{(i)} + \mu^5\eta_5^{(i)} + \mu^7\eta_7^{(i)} + \dots \quad (11)$$

$\beta_e \leq 1$ であるので $\eta_{\max}\beta_e \ll 1$ が成立し, $\mu\beta_e$ も μ と同様に微小量となる. また $\{\phi^{(i)}\}_0, \{\phi^{(i)}\}_1, \dots$ と $(\omega_0^{(i)})^2, (\omega_2^{(i)})^2, \dots$ および $\eta_1^{(i)}, \eta_3^{(i)}, \dots$ は実数とする. ついで式(9)~式(11)を式(7)に代入し, μ^0 と μ^1 の量ごとに整理すると次式を得る.

$$\eta_{\text{tot}}^{(i)} = \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\eta_e S_e^{(i)}), \quad S_e^{(i)} = \{\phi^{(i)}\}_0^T [K_R]_e \{\phi^{(i)}\}_0 / \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\{\phi^{(i)}\}_0^T [K_R]_e \{\phi^{(i)}\}_0) \quad (12)$$

$S_e^{(i)}$ は i 次振動モードで変形した条件での各要素の歪みエネルギー分担率(要素 e の歪みエネルギー/全系の歪みエネルギー)である. $\{\phi^{(i)}\}_0$ は実固有モードである. 上式からモード損失係数 $\eta_{\text{tot}}^{(i)}$ は材料減衰 η_e と歪みエネルギー分担率 $S_e^{(i)}$ との積の全要素にわたる和から近似計算できる. $\eta_e S_e^{(i)}$ は各要素の散逸エネルギーの分担量に相当し, これが大きい要素ほどモード減衰 $\eta_{\text{tot}}^{(i)}$ への影響が大きい場所となる.

3・5 非線形離散化方程式の基準座標への変換

式(6)のような物理座標で記述された運動方程式は自由度が大きく, 計算時間が膨大となる. そこで, 式(6)に線形固有振動モードに対応する基準座標を導入し, 自由度を縮小する^{(7)~(9), (13)}. ただし, 線形固有振動モード $\{\phi^{(i)}\}$ は3章4節の $\{\phi^{(i)}\}_0$ で $\{\phi^{(i)}\} \cong \{\phi^{(i)}\}_0$ と近似する. この $\{\phi^{(i)}\}_0$ に対応する基準座標 $\tilde{b}_i$ を導入し, 変位 $\{U\}$ を次式のように記述する.

$$\{U\} = \sum_{i=1} (1/n_i) \tilde{b}_i \{\tilde{\phi}^{(i)}\}_0 \quad (13)$$

ただし, $\{\phi^{(i)}\}_0 = \{\tilde{\phi}^{(i)}\}_0 / n_i$, $m_i = \{\phi^{(i)}\}_0^T [M] \{\phi^{(i)}\}_0$, $n_i = (m_i)^{-(1/2)}$, $\{\tilde{\phi}^{(i)}\}_0^T [M] \{\tilde{\phi}^{(i)}\}_0 = 1$

$\{U\}$ を全系離散化方程式(6)に代入すると, 基準座標 $\tilde{b}_i$ を用いた非線形連立三次常微分方程式を得る.

$$M(\tilde{b}_i) \equiv \ddot{\tilde{b}}_i + \eta_{\text{tot}}^{(i)} \omega_0^{(i)} \dot{\tilde{b}}_i + (\omega_0^{(i)})^2 \tilde{b}_i + \sum_j \sum_k \tilde{D}_{ijk} \tilde{b}_j \tilde{b}_k + \sum_j \sum_k \sum_l \tilde{E}_{ijkl} \tilde{b}_j \tilde{b}_k \tilde{b}_l - \tilde{P}_i = 0 \quad (14)$$

ただし, $\tilde{P}_i = n_i \{\tilde{\phi}^{(i)}\}_0^T \{F\}$, $\tilde{D}_{ijk} = \sum_{m=1} \gamma_{2mz} (n_i / (n_j n_k)) \tilde{\phi}_{\alpha m z i} \tilde{\phi}_{\alpha m z j} \tilde{\phi}_{\alpha m z k}$

$$\tilde{E}_{ijkl} = \sum_{m=1} \gamma_{3mz} (n_i / (n_j n_k n_l)) \tilde{\phi}_{\alpha m z i} \tilde{\phi}_{\alpha m z j} \tilde{\phi}_{\alpha m z k} \tilde{\phi}_{\alpha m z l}$$

$$\{\tilde{\phi}^{(i)}\}_0 = \{\tilde{\phi}_{1Xi}, \tilde{\phi}_{1Yi}, \tilde{\phi}_{1Zi}, \tilde{\phi}_{2Xi}, \tilde{\phi}_{2Yi}, \tilde{\phi}_{2Zi}, \tilde{\phi}_{3Xi}, \dots\}^T$$

$\tilde{\phi}_{\alpha m z i}$ は, 非線形ばねと弾性振動板の接合点 α_m における $\{\tilde{\phi}^{(i)}\}_0$ の Z 成分である. 式(14)は, 式(6)に比べ大幅に自由度を縮小できる(後の計算では約 5 万自由度を 10 自由度に縮約した).

3・6 非線形周期応答

外力 $\tilde{P}_i$ は周期的な加振 $\tilde{P}_i = P_{di} \cos \omega t$ (ω : 加振角周波数)とする. 周期応答を求めるために, 応答には加振周波数 ω の高調波成分 $2\omega, 3\omega, \dots$, 分数次調波成分 $(1/2)\omega, (1/3)\omega, \dots$, さらに, 歪分数次調波成分 $(3/2)\omega, (2/3)\omega, \dots$, を考慮し, 解を次式で仮定する.

$$\tilde{b}_i = C_{i1\kappa 0} + \sum_p [C_{i1\kappa p} \cos(\kappa p \omega t) + C_{i2\kappa p} \sin(\kappa p \omega t)], \quad (i = 1, 2, 3, \dots, \quad p = 1, 2, 3, \dots, \quad \kappa = 1, 1/2, 1/3, \dots) \quad (15)$$

なお, $C_{i1\kappa p}$, $C_{i2\kappa p}$ は未定係数である. 主共振や高調波共振応答を求めるには, $\kappa = 1$ とおき, 分数次調波共振応答では, $\kappa = 1/n$ (n : 整数) を用いる. 式(15)を式(14)に代入し, 調和バランス法を適用して次式を得る.

$$\begin{aligned} ((\kappa \omega)/2\pi) \int_0^{2\pi/(\kappa \omega)} M(\tilde{b}_i) \sin(\kappa \omega t) dt &= 0, \quad (s = 1, 2, \dots) \\ ((\kappa \omega)/2\pi) \int_0^{2\pi/(\kappa \omega)} M(\tilde{b}_i) \cos(\kappa \omega t) dt &= 0, \quad (s = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (16)$$

上式より得られる $C_{i1\kappa p}$, $C_{i2\kappa p}$ に関する連立三次方程式をニュートンラプソン法で解くと, 共振応答の周期解を得る. 評価点 ξ における応答振幅の実効値の z 方向成分 W_{rms} は次式により求められる.

$$W_{rms} = \left\{ (1/2) \sum_p \left[\left(\sum_i C_{i1\kappa p} (1/n_i) \tilde{\phi}_{\xi Z} \right)^2 + \left(\sum_i C_{i2\kappa p} (1/n_i) \tilde{\phi}_{\xi Z} \right)^2 \right] + \left(\sum_i C_{i1\kappa 0} (1/n_i) \tilde{\phi}_{\xi Z} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (17)$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots, p = 1, 2, 3, \dots)$$

ここで, $\tilde{\phi}_{\xi Z}$ は観測位置 ξ における i 次振動形に対応する固有ベクトルの z 方向成分である.

Fig.3 System of Measurement

4. 計算方法の検証

解析結果検証のための比較対象として, レーザー変位計でイヤホンにおける振動板中心部付近の変位応答測定をおこなった.

4・1 測定システム

測定システムの概要を図3に示す. ファンクションジェネレータの出力信号をヘッドホンアンプで増幅してイヤホンに加えた. 出力信号は正弦波とし, 20[Hz]から 20k[Hz]まで掃引した. この時の振動板変位をレーザー変位計で測定し, 変位応答と, 応答の最大・最小値の包絡線データを収集した. レーザー変位計のスポット径は 25[μ m] $\times$ 1400[μ m], サンプリング周期は 10[μ sec]とした.

4・2 周波数応答

固有値解析より得られた固有モードとそれぞれの共振周波数を図 4 に示す。この固有値解析より得られたモードパラメータを用いて応答解析を行った結果と、レーザー変位計で振動板の中心部変位を測定した結果を比較した。

解析の諸量は、振動板のヤング率は $3.07[\text{GPa}]$ 、ポアソン比は 0.29 とした。電気伝導体では樹脂接着層を考慮した等価ヤング率として $33.0[\text{GPa}]$ を用いた。非線形ばねのばね定数は、 $\bar{\gamma}_{1mz} = 4.54 \times 10^{-3}[\text{N/mm}]$ 、 $\gamma_{2mz} = 1.53 \times 10^{-2}[\text{N/mm}^2]$ 、 $\gamma_{3mz} = 1.82 \times 10^{-2}[\text{N/mm}^3]$ とした。また、材料損失係数 η_s は 0.5 とした。 x および y 方向のばね定数は $\bar{\gamma}_{mx} = \bar{\gamma}_{my} = 4.54 \times 10^{-3}[\text{N/mm}]$ とし、 z 方向と同じ大きさの材料損失係数 η_s を与えた。解析の参照点は振動板中心から少し外れた点を選び、加振は電気伝導体の周囲を均等に加振した。加振力は実験では入力値 $300[\text{mV}]$ 、 $400[\text{mV}]$ 、 $500[\text{mV}]$ とし、解析上の入力値は $100[\text{Hz}]$ で実測値の変位量と同等となるような値を入力した。周波数領域について、調和バランス法を用いた非線形共振応答解析と実測値の例を図 5 に示す。横軸は加振周波数 ω である。解析結果・実測値ともに主共振と、3 倍の高調波共振が出ている。両者はよく一致していることがわかる。

Fig.4 Vibration modes of eigenvalue analysis

Fig.5 Nonlinear frequency responses

4・3 時間応答と周波数分析

ルンゲ・クッタ・ギル法を用いた時間領域の非線形時刻歴応答解析を行った。また、レーザー変位計で振動板の応答変位 w を測定して比較した。

400[Hz]を入力した場合の結果を図 6(a) (b)に示す。このとき、ルンゲ・クッタ・ギル法のタイムステップは加振周期 0.25×10^{-2} [sec]の 1/25,000 の固定刻みとした。それぞれの周波数スペクトル $A(\omega_{sp})$ を図 7(a) (b)に示す。横軸は分析周波数 ω_{sp} である。入力信号の周波数 400[Hz]とその倍数次の高調波成分が現われている。定性的に両者は一致している。

Fig.6 Time histories of the diaphragm displacement (400[Hz])

Fig.7 Fourier Spectrum of the Time histories (400[Hz])

4・4 解析による線形共振応答と非線形共振応答の比較

線形の解析プログラムを用いて計算した場合の共振応答および非線形性の影響を把握しやすくするため、入力を実験での 500[mV]相当の入力を F として、 F を 2 倍から 4 倍まで大きくした場合の非線形共振応答を求めた。結果を図 8 に示す。

どちらの解析においても 500[Hz]近傍の共振(Mode6)では振動板の変形は殆どなく、集中ばね主体の変形である。線形解析の場合には高調波共振は現れない。非線形解析の場合は漸硬型の強い非線形性を持つ応答になっている。主共振のピークを見ると特に変位量が 0.6[mm]を超えるあたりから高い周波数にシフトしていくことがわかる。これは、図 5 の周波数応答測定と解析でも認められた傾向と一致している。さらに、新たに 3 倍の高調波共振が現われており、入力が大きくなるに従って影響が大きくなることがわかる。

また、例として図 8 中の Nonlinear F×4 の条件での 765[Hz]にあるピークでの未定係数(絶対値, 式(15)参照)を表 1 にまとめた. 加振をコサインの周期加振としているため, Mode6 の主共振のコサイン成分が 0.90 と他に比べて大きい, Mode6 の 3 倍の高調波のコサイン成分が 0.22, サイン成分が 0.22, また, 2 倍の高調波のサイン成分が 0.15, コサイン成分が 0.13 となっており, 非線形ばねの 2 次・3 次の係数の影響が生じていることがわかる.

さらに, 弾性振動板の分割共振のモードにあたる Mode7 の主共振のコサイン成分が 2.02×10^{-5} , サイン成分が 1.41×10^{-5} , また, この分割共振の 2 倍の高調波のサイン成分が 1.70×10^{-5} となっており, 影響はわずかではあるが, 分割共振モードとも非線形連成していることが確認できた.

Fig.8 Nonlinear frequency responses

5. 結 語

ヒステリシスを有する複数の非線形集中ばねを接続した小型イヤホン用弾性振動板の非線形共振応答について, 固有振動形を基準座標に導入した FEM による高速計算法を示した. 提案法により求めた共振応答は, レーザー変位計を用いて測定した実際の小型イヤホン振動板の共振応答と近く, 本解析法が有効であることを示した.

文 献

- (1) 吉久信幸, “スピーカの跳躍現象”, 日本音響学会誌, Vol.14, No.2 (1958), pp.97-101.
- (2) 今岡啓一, 大賀寿郎, “小型スピーカにおける動的歪と高調波歪の関係とその解析”, 日本音響学会誌, Vol.65, No.1 (2009), pp.15-22.
- (3) 佐藤和栄, “スピーカの非線形等価回路定数測定”, 日本音響学会誌, Vol.61, No.4 (2005), pp.208-218.
- (4) 佐藤和栄, “スピーカ等価回路定数の測定と特性解析について”, 信学技報, EA2005-29 (2005-7), pp.25-30.
- (5) 近藤孝広, 佐々木卓実, 綾部隆, “非線形支持された直線上はり構造物の強制振動解析”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.67, No.656 (2001), pp.914-921.
- (6) Pesheck, E., Boivin, N., Pierre, C. and Shaw, S. W., “Non-linear Modal Analysis of Structural Systems Using Multi-mode Invariant Manifolds”, *Nonlinear Dynamics*, Vol.25 (2001), pp.183-205.
- (7) 山口誉夫, 永井健一, 丸山真一, 油田知宏, “非線形ばねで支持された弾性ブロックの連成振動の有限要素解析”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.69, No.688 (2003), pp.3167-3174.

- (8) 山口誉夫, 中原直人, 永井健一, 丸山真一, 藤井雄作, “FEM による非線形ばねで支持された複数の弾性ブロックの共振応答解析”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.70, No.696 (2004), pp.2219-2227.
 - (9) 山口誉夫, 斉藤友明, 永井健一, 丸山真一, 黒沢良夫, 松村修二, “非線形集中ばねで支持された粘弾性ブロックの減衰振動の有限要素解析”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.71, No.703 (2005), pp.829-836.
 - (10) Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K., *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics* (1967), MacGraw-Hill.
 - (11) Wilson, E. L., Taylor, R. L., Doherty, W. P. and Ghaboussi, J., Incompatible Displacement Methods, in *Numerical and Computer Methods in Structural Mechanics* (1973), *Academic Press*.
 - (12) Ma, B. A. and He, J. F., “A Finite Element Analysis of Viscoelastically Damped Sandwich Plates”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.152-1 (1992), pp.107-123.
 - (13) Yamaguchi, T. and Nagai, K., “Chaotic Vibration of a Cylindrical Shell-panel with an In-plane Elastic Support at Boundary”, *Nonlinear Dynamics*, Vol.13 (1997), pp.259-277.
-