単独翼のフラッタ発生速度に及ぼす各種パラメータの影響に関する研究*

石原 国彦^{*1}, 前田 健浩^{*2}

Study on Effects of Various Parameters on Flutter Speed of Isolated Blade

Kunihiko ISHIHARA^{*1} and Takehiro MAEDA

^{*1}The university of Tokushima Institute of Technology and Science
2-1 Minami Jyosanjima-Cho, Tokushima-City, Tokushima-Pref., 770-8506 Japan

The flutter is a dangerous phenomenon bringing down the destruction of aerofoil, so the prediction of the flutter speed is strongly required. In this paper, the theoretical calculation for a two-dimensional flat-plate aerofoil was carried out by using the unsteady aerofoil theory and the wind tunnel experiments for the flat-plate aerofoil was also carried out to clarify the relationship between the flutter speed and various parameters such as the elastic axis position, the bending natural frequency and the torsional natural frequency of the aerofoil. The results are summarized as follows: (1) The flutter speed decreases with going the elastic axis position downstream but increases beyond a certain elastic axis position. (2) The combination of the bending and torsional natural frequencies which makes the flutter speed minimum is the combination which the difference of two combined natural frequencies becomes minimum. (3) When the torsional natural frequency becomes higher than the bending natural frequency, the relation between these two frequencies becomes linear.

Key Words : Flutter, Self-Excited Vibration, Natural Frequency, Elastic Axis

1. 緒 言

フラッタとは航空機やタービンなどの回転機械の流体中におかれる翼などに発生する自励的振動である⁽¹⁾。翼が流れの中に置かれた場合、流体力等により翼に振動が発生し、翼にこの振動に起因する非定常流体力が発生する。このとき、非定常流体力が翼の振動を助長するように働くことがある。しかし、翼は構造減衰を有しているため、通常振動は収束し、大きな問題になることはない。しかし、ある特定の条件において非定常流体力が翼の構造減衰力を上回ると、系全体では負減衰となるため振動が発散し、非常に大きな振動が発生する。この空力弾性的自励振動をフラッタと呼び、機器の運転に支障をきたすだけでなく、翼の破壊につながる可能性のある非常に危険な現象である。

フラッタに対しては古くから多くの研究がなされている^{(1)~(4)}。そのもっとも代表的な例が航空機であり、フラッタは航空機の登場当初から最も重要視されてきた問題といえる。航空機は翼によってその重量を支えているため、フラッタの発生は即墜落につながりかねない非常に危険な現象である。現在の航空機はフラッタ抑制装置の搭載や、翼に十分な剛性をもたせることでフラッタを回避している⁽⁵⁾。しかし、いずれも機体重量の増加を招き、近年高速化、小型化を求められる航空機の大きな障害となっており、フラッタ発生流速を精度良く予測できることが強く求められている⁽⁶⁾。

このフラッタに対して近年 CFD などを用いた様々な解析が行われており、風洞実験と比較して同等といえる解

* 原稿受付 2011 年 10 月 13 日

^{*1} 正員, フェロー, 徳島大学大学院ソシオテクノサイエンス研究部 (〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町 2-1)

^{*2} 学生員, 徳島大学大学院先端技術科学教育部

E-mail: ishihara@me.tokushima-u.ac.jp

析結果も発表されている⁽⁷⁾。しかし、フラッタを構成する要素が多く、複雑な現象であるため、フラッタと各種パラメータの関係についていまだ明確にされていない部分も多い。

そこで本研究では、フラッタの基礎研究として平板翼に対するフラッタ発生流速と各パラメータの関係を明らかにすることを目的とする。

2. 非定常翼理論を用いた理論計算

2・1 理論計算方法

非定常翼理論を用いた理論計算⁽⁸⁾を行い、各パラメータとフラッタ流速の関係を調べた。図1に理論計算モデルを示す。計算モデルは単位幅を有する二次元翼とし、板厚を考慮しない平板とする。この翼は流れに垂直方向の曲げ変位 h と、弾性軸を中心としたねじり変位 α の2自由度振動系である。質量重心は翼の中心にあり、半弦長を b とすると、質量重心から弾性軸位置の距離は $a_h b$ で定義される。この弾性軸位置 a_h は、半弦長 b と質量重心から弾性軸の距離の比を示したもので、弾性軸が質量重心にある場合は $a_h=0$ 、前縁側にある場合は $-1 < a_h < 0$ 、後縁側にある場合は $0 < a_h < 1$ となる。この系の運動方程式は式(1)で与えられる。

Fig.1 Calculation model

$$\begin{cases} m \ddot{h} + S \ddot{\alpha} + h K_h (1 + i g_h) = P_{(\tau)} - L_{(\tau)} \\ S \ddot{h} + I_{\alpha} \ddot{\alpha} + \alpha K_{\alpha} (1 + i g_{\alpha}) = Q_{(\tau)} + M_{(\tau)} \end{cases} \quad (1)$$

ここで、曲げ変位 h とねじり変位 α はそれぞれ下方、頭上げを正としており、揚力、モーメントはそれぞれ上方、時計回りを正としている。また各記号は下記に示すとおりである。

m : 翼の質量 [kg] (= $\int dm$)

S : 弾性軸回りの静的モーメント [kg・m] (= $\int r dm$)

I_{α} : 弾性軸回りの翼の慣性モーメント [kg・m²]
(= $\int r^2 dm$)

K_h : 曲げばね定数 [N/m] K_{α} : ねじりばね定数 [N・m/rad]

g_h, g_{α} : 曲げおよびねじり振動の損失係数 ($g = 2\zeta$, ζ : 減衰比)

式(1)の右辺第2項の $L_{(\tau)}$ 、 $M_{(\tau)}$ は非定常流体力であり、それぞれ次式で示される⁽⁸⁾。これらの式に現れる記号の意味は次のとおりである。

U : 主流速度

ρ : 空気密度

α_0 : ねじれ振動振幅

h_0 : 曲げ振動振幅

α : ねじれ変位

h : 曲げ変位

b : 翼半弦長

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L(\tau)e^{-ik\tau}}{\rho\pi b U^2} = -k^2 \left(\frac{h_0}{b} - a_h \alpha_0 \right) + ik\alpha_0 \\ \quad + 2C(k) \left[\alpha_0 + \frac{i}{b} kh_0 + \left(\frac{1}{2} - a_h \right) ik\alpha_0 \right] \\ \frac{M(\tau)e^{-ik\tau}}{\rho\pi b^2 U^2} = -k^2 a_h \left(\frac{h_0}{b} - a_h \alpha_0 \right) - \left(\frac{1}{2} - a_h \right) ik\alpha_0 \\ \quad + \left(\frac{1}{2} + a_h \right) 2C(k) \left[\alpha_0 + \frac{i}{b} kh_0 + \left(\frac{1}{2} - a_h \right) ik\alpha_0 \right] + \frac{k^2}{8} \alpha_0 \end{array} \right. \quad (2)$$

ここで $C(k)$ は Theodorsen 関数であり式(3)で与えられる。

$$C(k) = F(k) + iG(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}} = \frac{K_1(ik)}{K_0(ik) + K_1(ik)} \quad (3)$$

また, H, K はそれぞれハンケル関数と修正ベッセル関数である. さらに τ は無次元時間で Ut/b である.

式(2)の揚力 (上の式) において第1項は見かけの質量 ($\pi\rho b^2$) と $\ddot{\alpha}$ を乗じた力で翼中心に作用し, 第2項は見かけの質量と $U\dot{\alpha}$ を乗じた力で 3/4 弦長点に作用する. そして第3項は循環による揚力で 1/4 弦長点に作用する. 一方, 式(2)のモーメント (下の式) も同様であるが, 最後の項は見かけの慣性モーメントに $\ddot{\alpha}$ を乗じたもので頭下げ偶力として作用する. これら各項の作用点は一様流れの中で翼が上下振動 (曲げ振動) またはねじれ振動する場合の非定常圧力分布 $p(x)$ を加速度ポテンシャルと等角写像を用いて求め, 非定常揚力および重心まわりの非定常モーメントをそれぞれ式(4), 式(5)で求める.

$$L = \int_{-1}^1 p(x) dx \quad (4)$$

$$M = \int_{-1}^1 p(x) \cdot x dx \quad (5)$$

ここで x は重心 (原点) からの座標である. これらの式を比べると第3項の循環による揚力とモーメントの関係は $M=L/2$ となり, 半弦長を1としているため, 1/4 弦長点に作用することになる. また, 第2項はねじれ振動する場合に対して同様の計算で圧力分布 $p(x)$ を求め, 式(4), 式(5)から非定常揚力および重心まわりの非定常モーメントを計算し, 両者を比較すると $L=M/2$ となるため, 3/4 弦長点に作用することになる. 詳細については参考文献(8)を参考にされたい.

無次元振動数を $k=(\omega b/U)$ とし, 外力 (励振力) P, Q を式(4)で与え,

$$P(\tau) = P_0 e^{ik\tau}, \quad Q(\tau) = Q_0 e^{ik\tau} \quad (6)$$

式(2)と式(6)を式(1)に代入した運動方程式を解いて得られる変位 h と P_0 に対する変位 h_0 の比を算出し, 応答 (h/h_0) からフラッタ発生流速を求める.

2・2 理論計算結果例

図2に理論計算結果の一例を示す. 計算条件は参考文献(8)に準じて設定しており, 半弦長 $b=0.127[\text{m}]$, 弾性軸位置 $a_h=-0.15$, 曲げ固有振動数 $f_h=8.90[\text{Hz}] (= \sqrt{K_h/m}/2\pi)$, ねじり固有振動数 $f_\alpha=10.2[\text{Hz}] (= \sqrt{K_\alpha/I_\alpha}/2\pi)$, 減衰率 $g_h, g_\alpha=0.01$, 質量比 $\mu=76 (=m/(\pi\rho b^2))$, $x_\alpha=0.25 (=S/mb)$, $r_\alpha=\sqrt{0.388} (= \sqrt{I_\alpha/mb^2})$ である. グラフの各軸は流速,

Fig.2 Example of calculation result

励振力 P , Q の周波数, 応答比 h/h_0 である. このグラフより, まず流速 0 において 2 つピークがみられる. これは曲げとねじりの連成固有振動数においてピークとなって現れたものである. 流速が上昇すると, これら 2 つのピークの振動数は接近し, これらが一致したところで卓越したピークが発生している. これは 2 つの連成振動モードが流体力によって同一の振動数で振動するように引込まれた状態であり, この卓越したピークが曲げねじり連成フラッタ (以下フラッタ) である. 本稿では, このように 2 つの連成振動数が一致したところで卓越したピークが発生したときフラッタが発生したと判定し, このピークの生じた流速をフラッタ流速とする. この例ではフラッタ流速は 28m/s である. ちなみに本条件の無次元振動数 k は $U=28\text{m/s}$, $\omega=65\text{rad/s}$, $b=0.127\text{m}$ より $k=\omega b/U=0.294$ となる. 一般にフラッタは k が小さいほど生じやすい.

2・3 理論計算条件

表 1 に理論計算条件を示す. 理論計算は 2・2 の条件を基本とし, 表 1 の各パラメータをそれぞれ変化させ, 各パラメータとフラッタ流速の関係を調べた.

Table 1 Calculation parameter

Parameter	Value
Elastic axis position a_h	-0.6~0.6
Bending natural frequency f_h [Hz]	3.2~15.9
Torsional natural frequency f_a [Hz]	3.2~15.9
Damping ratio $g_{h,a}$	0~0.2

2・4 理論計算結果および考察

2・4・1 弾性軸位置 a_h とフラッタ流速の関係

図 3 に弾性軸位置 a_h とフラッタ流速の関係を示す. このグラフより, 上流側 (左側) と下流側 (右側) で異なる傾向を示しているため, 図中の線 A より上流側と下流側でそれぞれ考察を行う.

まず, 上流側では弾性軸位置が下流側へ移動するほどフラッタ流速が低下している. これは循環による揚力が前縁より 1/4 弦長点に作用するので⁽⁸⁾, 弾性軸位置が下流側へ移動するほど, 振動を助長するモーメント (式(2)のモーメントの虚数部) の腕が長くなるためと考えられる. 非定常流体力である式(2)において, 振動を助長する項である M の右辺の第 3 項の虚数部および第 2 項 (これは虚数部のみ) は弾性軸位置が下流側に移動する (a_h が

増加する) ほど大きくなる. この結果, 同流速でも弾性軸位置が下流側にあるほど励振力 (モーメント) が大きくなり, より低い流速でフラッタが発生したと考えられる. ここで式(2)の右辺にある非定常モーメント M の虚数部が振動を助長する働きをすると説明したが, その意味は以下のように説明できる. すなわち M は曲げ変位 h とねじれ変位 α の 1 次結合で表される.

$$M = M_h \cdot h + M_\alpha \cdot \alpha \quad (7)$$

また, それぞれの係数 M_h , M_α は複素数でそれぞれ $M_h = M_{hR} + jM_{hI}$, $M_\alpha = M_{\alpha R} + jM_{\alpha I}$ で表される. これらは左辺に移項でき, 実数部は剛性に, 虚数部は減衰に寄与する. この減衰項である虚数部, M_{hI} , $M_{\alpha I}$ の値が正で g_h , g_α より大きい場合は負減衰となり振動を助長することになる.

Fig.3 Relationship between elastic axis positions and flutter speed (Theory)

Fig.4 Imaginary part of moment due to circulation

Fig.5 Flutter occurring map

線 A より下流側では、弾性軸位置が下流側へ移動すると、フラッタ流速は僅かに増加した後急激に上昇し、さらに下流側へすすむとフラッタは発生しなくなった。この理由は先に述べたモーメントの腕の長さだけでは説明できない。そこで式(2)における M の第 3 項及び第 2 項の虚数部の和を横軸に a_h をとり図 4 に示す。ただし無次元振動数 k はフラッタが発生した 0.3 とし、 $h/h_0=\alpha_0=0.1$ と仮定している。図 4 より a_h の増加に伴い虚数部が大きくなるが、ある a_h を過ぎると逆に減少していることがわかる。虚数部の増加はフラッタを助長するものであるため、ある a_h からフラッタ速度が上昇したのと考えられる。しかしながら図 3 と比較すると必ずしもこの項のみで説明できるものではなく、剛性項の非対称性に基づく検討も必要と思われるが今後の課題としたい。ここで、フラッタが発生すかないかの境となる臨界弾性軸位置 a_{hc} に着目すると、減衰率ごとに異なる a_{hc} となっていることがわかる。そこで、図 5 に弾性軸位置と減衰率で示すフラッタ発生マップを示す。図 5 は図 3 に示す減衰比をパラメータとした弾性軸位置 a_h とフラッタ流速の関係からフラッタが発生しなくなる、すなわち a_h の増加につれてプロット点が途切れる a_h の値を各減衰比に対して求めたものをグラフ化したものである。曲げとねじれの固有振動数はそれぞれ 8.9Hz, 10.2Hz である。グラフの線は指数関数で近似でき、この線より下側がフラッタ発生領域となる。このグラフより、弾性軸位置が下流側にあるほど小さな減衰力でフラッタを抑制できることがわかる。

2・4・2 固有振動数とフラッタ流速の関係

図 6 に固有振動数 f_h , f_a とフラッタ流速の関係を示す。いずれの f_h のグラフにおいてもある固有振動数 f_{ac} で最小値（白抜きのプロット点）を示しており、一概にねじり固有振動数 f_a （剛性）が高いほどフラッタ流速が高くなるとは言えないことがわかる。また、フラッタ流速の最小値の左右でグラフの傾きが大きく異なっており、いずれも $f_a < f_h$ においてグラフの傾きが大きくなっている。また $f_a > f_h$ においてグラフは赤色の鎖線で示すように直線的になり、おおよそ $f_h/f_a < 0.6$ においてフラッタ流速 $= 3.5f_a$ となっている。

次にフラッタ流速が最小となる固有振動数に着目する。ここで、図 7 にフラッタ流速および複素固有値解析から求められる 2 つの連成振動数の差が最小となる曲げおよびねじり固有振動数の組合せを示す。図 7 より、2 つのグラフは傾向、値ともに非常に近く、フラッタ流速が最小となる固有振動数の組合せは、連成振動数の差が小さくなる固有振動数の組合せであるといえる。

Fig.6 Relationship between natural frequency and flutter speed ($a_h=-0.15$)

Fig.7 Relationship between minimum of flutter speed and difference of coupled frequencies

3. 平板翼に対する風洞実験

3・1 実験装置

図8に実験装置の概略図を示す。実験装置は送風機、ダクト、翼、弾性軸、翼支持部によって構成されており、翼支持部と弾性軸によってダクト断面中央に翼を設置し、送風機からの送風でフラッタを発生させるものである。図9に本実験で用いた平板翼の断面図を示す。翼は弦長 100[mm]、幅 155[mm]で、アクリル製である。また流体の急激な剥離を防ぐため、下流側にテーパを設け、前縁および後縁はRをつけている。これまで圧縮機翼のように比較的そりが小さい翼の振動問題には平板翼理論を用いて検討した例^{(9),(10)}があるためこの翼型は単純な平板翼ではないが、対象翼であり、平板翼理論が適用できると考えこの翼型を採用した。また、翼には弾性軸取付け位置を複数設けており、取付け位置を変えることで、弾性軸位置 a_h を-0.6~0.4 まで変化させることができる。図10は曲げおよびねじりの固有振動数を調節する支持部の詳細を示している。いずれも支持位置を可変にして調節している。

Fig.8 Over-view of experimental apparatus

Fig.9 Cross-section of aerofoil

3・2 実験方法

実験は流速を 0.6[m/s] ずつ上昇させ、流速が安定したのちに弾性軸を介して翼を加振する。この際、振動が散散した場合、もしくは収束しなかった場合、フラッタが発生したものとし、その際の流速をフラッタ流速とする。また、図 8 の加速度ピックアップ①で振動の加速度スペクトルを測定し、弾性軸から流れ方向に一定距離の位置に取付けた加速度ピックアップ②・③で位相差を測定する。この位相差は曲げ変位のみの場合は 0° 、ねじり変位のみの場合は 180° となり、位相差から曲げとねじり変位のどちらが支配的な振動かがわかる。

実験条件を表 2 に示す。実験は弾性軸位置 a_h 、軸端部からねじり支柱までの距離 L_t 、翼から曲げ支柱までの距離 L_b を変化させ、すべての組み合わせについてフラッタ流速を調べ、加速度ピックアップ②と③の位相差を測定した。なお、本実験のパラメータは 2 章の理論計算例のパラメータとは異なっているため定性的な傾向のみを議論の対象とする。

Fig.10 Detail of aerofoil support system

Table 2 Experimental condition

Elastic axis position a_h	Bending length L_b [mm]	Torsional length L_t [mm]
-0.6, -0.4, -0.2, 0, 0.2, 0.4, 0.6	400, 500, 600, 700, 800, 900	160, 260, 320, 400

3・3 実験結果および考察

3・3・1 実験結果一例

実験結果と 2・2 で述べた理論のフラッタの特徴が一致しているかを比較し、本実験における振動がフラッタであることを確認する。図 11 に実験結果の一例として、 $a_h=0$ 、 $L_t=320$ [mm]、 $L_b=500$ [mm] の場合の各流速における変位スペクトルを示す。その他の実験パラメータは右枠に示したとおりである。ここで流速 35.3[m/s] の結果のみ第 2 軸にスケールを示す。このグラフより流速 35.3[m/s] において 12[Hz] に卓越したピークが発生し、他と比較して急激に変位が増加している。これらの特徴は 2・2 で述べたフラッタの特徴と一致している。また、30[Hz] 付近にピークが確認できる。しかし、フラッタは 12[Hz] で生じているため、30[Hz] のピークはフラッタとは無関係であり、これは弾性軸の高次モードによって生じたものである。実際本実験条件において流れがある場合の固有振動数を計測したところ、曲げ固有振動数が 24Hz、ねじり固有振動数が 14Hz であり、流速の増加につれてわずかに固有振動数が低下することが確認された。フラッタは高風速で発生しているため流れのある場合の固有振動数より低い振動数でフラッタが生じたものと思われる。この場合のフラッタモードはねじれが支配的であることも確認している。

Fig.11 Experimental results

3・3・2 フラッタの振動成分

一例として、図 12 に $L_r=240[\text{mm}]$ ($f_\alpha=17.8\text{Hz}$) の場合の 2 つの加速度ピックアップの位相差を示す。これより、多くの条件において位相差が 150° 以上となっており、ねじれ変位が支配的なフラッタが発生していることが分かる。

一方 $a_h=0$ においてのみ位相差が 90° 以下の振動が多数発生している。これは $a_h=0$ では式(1)からもわかるように弾性軸まわりの静的モーメント S が 0 になることから、構造的な連成はなくなるが、式(1)および式(2)からわかるように空力的な連成は存在している。しかしながら弾性軸位置に対する非定常揚力の各項の成分を示す図 13 から非定常揚力に対する a_h の影響は小さいことがわかる。したがって $a_h=0$ の場合は構造的に曲げとねじれが独立しており、曲げ剛性が弱い場合は曲げ振動が、ねじれ剛性が弱い場合はねじれ振動が生じやすくなる。したがって図 12 からわかるように曲げ固有振動数が小さい場合に曲げ振動が卓越すると考えられる。なお、図 13 に示す番号は揚力を示す式(2)の項番号を示しており、添え字 r, i はそれぞれ実部、虚部を示している。

Fig.12 Phase Difference of acceleration sensors

 Fig.13 Effect of a_h on non-dimensional force

3・3・3 弾性軸位置 a_h とフラッタ流速の関係

図 14 に弾性軸位置とフラッタ流速の関係を示す。このグラフより、弾性軸位置が下流側へ移動する(a_h が大きくなる) ほどフラッタ流速が低下する傾向がみられる。これは、弾性軸位置が下流側へ移動するほど揚力によるモーメントが増加するためと考えられる。この傾向は理論計算結果と一致する。また、ある a_h を境にフラッタ速度が上昇する傾向も理論計算結果と合致する。

 Fig.14 Relationship between elastic axis positions a_h and flutter speed ($L_b=900\text{mm}$)

3・3・4 曲げおよびねじれ固有振動数とフラッタ流速の関係

図 15 に $a_h < 0$, 図 16 に $a_h > 0$ の場合のねじり固有振動数 f_a とフラッタ流速の関係を曲げ固有振動数 f_h をパラメータにして示す. いずれの図もねじり固有振動数が大きくなるにつれてフラッタ発生流速が高くなる傾向を示している. 理論解析では図 6 に示すように $f_a > f_h$ においてはねじり固有振動数が大きくなるにつれて直線的にフラッタ発生流速が高くなることが示された. 本実験結果である図 15, 図 16 では $f_h=9.92\text{Hz}$ と $f_h=11.9\text{Hz}$ は $f_a > f_h$ の条件での実験であることから本実験結果と理論結果は定性的に一致する. 一方理論解析では $f_a < f_h$ においては図 6 からねじり振動が小さくなると急激にフラッタ発生流速が高くなることが示されている. 図 15, 図 16 において $f_a < f_h$ の条件を満たすのは $f_h=18.2\text{Hz}$ (図で△で示す) の f_a が 13.7Hz, 15.3Hz および 17.7Hz の 3 点ならびに $f_h=14.5\text{Hz}$ (図で△で示す) の f_a が 13.7Hz の 1 点である. 特に $f_h=18.2\text{Hz}$ の場合のプロット点を見るとわずかではあるがねじり振動が低いほどフラッタ発生流速が高くなっており理論結果と整合する.

 Fig.15 Relationship between bending natural frequency and flutter speed in case $a_h < 0$ (Experiment)

Fig.16 Relationship between bending natural frequency and flutter speed in case $a_h > 0$ (Experiment)

4. 結 語

本研究結果から、以下の結果が得られた。

- (1) 弾性軸が下流側へ移動すると、フラッタ流速は低下する傾向にある。しかしある弾性軸位置を境に上昇する。すなわちフラッタ流速を最小とする弾性軸位置（フラッタ発生臨界弾性軸位置）が存在する。
- (2) 理論計算においてフラッタ発生臨界弾性軸位置は減衰率と指数関数的関係がある。
- (3) フラッタ流速が最小となる固有振動数の組合せは、連成振動数の差が最小となる組合せである。
- (4) ねじり固有振動数 f_a が曲げ固有振動数 f_h より大きくなると、ねじり固有振動数とフラッタ流速の関係は線形になる。

最後に本研究を遂行するに当たり協力して頂いた本学学生秋月恭兵君に感謝いたします。

文 献

- (1) 谷田好通, “流体機械における流体関連振動”, P-CS10 流体関連振動分科会 成果報告書 機械工学における流体関連振動-その実情と対策-, (1980), pp.235-252
- (2) 内田郁雄, “弾性的片持翼の弾性-重心両軸と翼フラッタの限界速度との関係”, 東京帝国大学航空研究所彙報 216, (1942), pp.218-233
- (3) 田中英穂, 花村庸治, 篠原憲二, 山口和夫, “翼のはく離形態と失速フラッタ特性との関係”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.46, No.410(1980), pp.1871-1880
- (4) 小林紘, “振動する亜音速環状翼列のヒテ異常空力特性の研究 (第2報, 大きな転向角のタービン翼列に作用する空力減衰力)”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.52, No.474, (1986), pp.514-523
- (5) 松下洸, “フラッタのアクティブ制御～21 世紀の航空技術～”, 建築雑誌, Vol.109, (1994), p.55
- (6) 高原茂, 増沢近統, “準定常解析による翼列失速フラッタの解析”, 日本ガスタービン学会誌, Vol.28, No.1, (2000), pp.51-57
- (7) 中道二郎, “フラッタ解析における連成力学”, 日本数値流体力学学会誌 Vol.9, No.4(2001), pp.116-121
- (8) Y.C.Fung, “AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF AEROELASTICITY”, (1955), 206-225
- (9) 石原国彦, 船川正哉, “周期的ガストを受ける翼に加わる空気力とその振動応答 (第1報, 応力の評価解析)”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.45, No.397, (1979), pp.1213-1223
- (10) 石原国彦, “流体励振力によるガスタービン圧縮機ベーンの振動”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.65, No.629, (1999), pp.16-22