転がり軸受の転動体荷重分布に及ぼす ハウジングへの荷重付与位置の影響*

永友 貴史^{*1}, 高橋 研^{*2}, 岡村 吉晃^{*2}
木川 武彦^{*3}, 野口 昭治^{*4}

Effect of Loading Position of Housing on Rolling Element Load Distribution of Rolling Bearings

Takafumi NAGATOMO^{*1}, Ken TAKAHASHI, Yoshiaki OKAMURA,
Takehiko KIGAWA and Shoji NOGUCHI

^{*1} Lubricating Materials, Railway Technical Research Institute
2-8-38 Hikari-cho Kokubunji-shi, Tokyo, 185-8540 Japan

An external load applied to a rolling bearing is distributed among the rolling elements. The conventional calculation of load distribution among rolling elements already established assumes that the bearing races, shaft and housing are rigid except for elastic contact deformations at the individual contacts between rolling elements and raceways. In many applications, the bearing rings as well as the supporting structures can not be considered rigid, so that the actual load distribution is different from that predicted on the above assumption. A newly method of determining dynamic load distributions using an optical fiber strain sensor mounted on a roller of an actual cylindrical roller bearing has been already proposed in our previous work. The objective of this study is to investigate the effect of loading positions of a housing on the load distributions. The measurement results have shown different load distributions from those obtained from the conventional theory. This paper has proposed an expanded load distribution function giving such load distributions which can not be expressed by the conventional theory, and investigated the effect of the load distribution on bearing life. Furthermore, the relationship between the load distribution and the housing deformation has been investigated with the finite element method (FEM).

Key Words : Machine Element, Tribology, Rolling Bearing, Load Distribution, Housing, Loading Position

1. 緒 言

転がり軸受に外部から荷重が加わると、軸受の内部ではそれぞれの転動体が荷重を分担して支持する。転動体が支持する荷重を転動体荷重という。

転動体荷重の分布（以下、荷重分布という）については、すでに計算方法が示されている⁽¹⁾。この方法では、軸受に荷重が加わっても内外輪は共に真円を保持していると仮定し、内輪と外輪に相対変位を与え、各転動体位置での転動体と軌道輪の弾性接触による変形のみを考慮して、転動体荷重を算出している。さらに、軸受が取り付けられている軸やハウジングは剛体として取り扱うことを前提にしている。しかし、構造上の寸法的制約、軽量化や材料費削減、メンテナンス上の都合などの理由により、ハウジングの肉厚が十分でない場合には、ハウジングの変形を無視できず、剛体として考えることができない。また、適正な荷重分布の観点からハウジングの形状やハウジングに作用する荷重の位置は必ずしも考慮されていない。このような場合、ハウジングの変形が外輪の変形にも影響を与えるので、前述した前提の下で求められる荷重分布とは異なる分布になることが知られている⁽²⁾。

* 原稿受付 2012 年 1 月 23 日

^{*1} 正員, (公財) 鉄道総合技術研究所 (〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

^{*2} (公財) 鉄道総合技術研究所

^{*3} 元 (財) 鉄道総合技術研究所

^{*4} 正員, 東京理科大学理工学部 (〒278-8510 千葉県野田市山崎 2641)

E-mail: nagatomo@rtri.or.jp

荷重分布については、理論的および実験的方法の両面から解析されている。理論的解析では、材料力学の曲がり理論を用いる手法や有限要素解析により荷重分布を求めた例^{(3)~(12)}がある。実験的に転動体荷重を測定する方法には、光弾性実験による方法⁽²⁾をはじめ、水晶測力器を用いる方法⁽¹³⁾、足跡 (footprint) 法^{(14)~(17)}、ひずみゲージを用いる方法⁽¹⁸⁾がすでに報告されている。いずれの方法も転動体荷重を直接測定するものではない。光弾性、水晶測力器、足跡法による方法は軸受が静止した状態での測定である。ひずみゲージを用いる方法は、軸受を回転させ、動的に測定する方法であるが、荷重分布を得るためには、軸受を複数回回転させて、ひずみ出力を重ね合わせる必要があり、転動体の公転ごとの荷重分布を得ることはできない。

著者らは、円筒ころ軸受の転動体にひずみ測定用の光ファイバセンサを埋め込み、荷重が加わった際に転動体に発生するひずみを測定することにより、静的および軸受を回転させながら動的に荷重分布を得る方法を開発した⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾。この方法では、上述した測定方法に比べ直接的に荷重分布を転動体の公転ごとに求めることができる。静的測定は離散的な荷重分布を得るが、動的測定では、軸受の全周にわたって連続した荷重分布を測定することにより、荷重分布の形状や負荷圏の範囲を明確に得られる特徴を有する。

上に述べた光弾性実験や数値解析などの手法を用いて、ハウジングへの荷重付与位置や形状が荷重分布に及ぼす影響について検討した報告^{(2)(7)~(9)(11)(16)(17)}はあるが、著者らのように実物の軸受を用いて動的に連続した荷重分布を求める手法を使って検討した例はみられない。そこで、本研究では、著者らが開発した荷重分布の測定方法を用いて、ハウジングへの荷重付与位置が荷重分布に及ぼす影響を調べることを目的とし、測定された荷重分布に対して拡張した荷重分布関数を提案するとともに、荷重分布が軸受寿命に与える影響について寿命理論により考察し、さらに荷重分布に及ぼすハウジングの変形の影響について有限要素解析を用いて検討する。

2. 転動体荷重および寿命の理論

2.1 転動体荷重の理論

図1に示すように、ラジアルすきま Δ_r を持つ軸受に外力として一定のラジアル荷重 F_r が加わる場合の転動体荷重の分布について以下に述べる⁽¹⁾⁽²¹⁾。ここでは、円筒ころ軸受が十分な剛性を有する軸とハウジングに適正に取り付けられており、荷重が加わる際に、内輪と外輪は共に真円を保ったまま相対変位すると仮定する。 F_r による内外輪の半径方向の相対変位量を δ_r とする。このとき、いくつかの転動体が F_r を分担して支持する。転動体が荷重を支持する範囲を負荷圏という。なお、負荷圏側の荷重線上に転動体が位置し、転動体荷重の分布は荷重線について対称とする。また、転動体の数を Z とし、便宜上、最下部にある転動体の番号を 0、そこから反時計回りに 1, 2, ..., j , 時計回りに $-1, -2, \dots, -j$ とする。角度 ϕ_j は転動体の位置に対する軸受の中心角である。 ϕ_j にある転動体の弾性変形量 $\delta(\phi_j)$ は次式で表される。

$$\delta(\phi_j) = \delta_r \cos \phi_j - \frac{\Delta_r}{2} \quad (1)$$

$$\phi_j = j \frac{2\pi}{Z} \quad (2)$$

また、式(1)は ($\delta_{\max} = \delta(\phi_0)$) を用いて、次のように書き換えられる。

$$\delta(\phi_j) = \delta_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \phi_j) \right] \quad (3)$$

ここで、 ε は負荷圏の範囲を表す負荷率で、式(4)で表される。

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Delta_r}{2\delta_r} \right) \quad (4)$$

軸受中心から見た負荷圏の半分の角度を ϕ_0 で表すと、 ϕ_0 における変形量 $\delta(\phi_0)$ は 0 なので、式(1)の関係を利

Fig. 1 Rolling element load distribution

用して、式 (4) は式 (5) のように表すことができる。

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(1 - \cos \varphi_0) \quad (5)$$

また、転動体荷重 $Q(\phi_j)$ と変形量 $\delta(\phi_j)$ の間には次の関係がある。

$$Q(\phi_j) \propto \delta(\phi_j)^t \quad (6)$$

ここで、点接触の場合 $t = 1.5$ ，線接触の場合 $t = 1.1$ である。従って、次の関係が得られる。

$$\frac{Q(\phi_j)}{Q_{max}} = \left[\frac{\delta(\phi_j)}{\delta_{max}} \right]^t \quad (7)$$

転動体の変形量を表す式 (3) と転動体荷重と変形量を表す式 (7) より、 $Q(\phi_j)$ は式 (8) で表される。

$$Q(\phi_j) = Q_{max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon}(1 - \cos \phi_j) \right]^t \quad (8)$$

式 (8) から、転動体荷重の分布は Q_{max} と ε で決まることがわかる。

次に、Sjövall によって与えられたラジアル積分 $J_r(\varepsilon)^{(22)}$ を導入すると、 F_r と Q_{max} には式 (9) のような関係がある。

$$F_r = ZQ_{max}J_r(\varepsilon) \quad (9)$$

ここで、

$$J_r(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon}(1 - \cos \varphi) \right]^t \cos \varphi d\varphi \quad (10)$$

式 (10) より, $J_r(\varepsilon)$ の値は ε によって決まり, F_r と $J_r(\varepsilon)$ がわかれば, 式 (9) から Q_{max} を求めることができる.

2.2 軸受寿命の理論

Lundberg と Palmgren の理論⁽²³⁾⁽²⁴⁾より, 内輪と外輪の軌道面の疲労寿命は, それぞれ次式より見積もられる.

$$L_i = \left(\frac{Q_{ci}}{Q_i} \right)^p, L_e = \left(\frac{Q_{ce}}{Q_e} \right)^p \quad (11)$$

ここで, L は 10^6 を単位とする寿命で, 添え字の i と e はそれぞれ内輪と外輪を示す. Q_c は軌道面の基本動定格荷重で, Q は軌道接触部に作用する等価転動体荷重である.

線接触の場合, 荷重指数 $p=4$ であり, 内外輪の Q_c は次式で与えられる.

$$Q_{ci} = A \frac{(1-\gamma)^{\frac{29}{27}}}{(1+\gamma)^{\frac{1}{4}}} \gamma^{\frac{2}{9}} D_a^{\frac{29}{27}} l_a^{\frac{7}{9}} Z^{-\frac{1}{4}}, Q_{ce} = A \frac{(1+\gamma)^{\frac{29}{27}}}{(1-\gamma)^{\frac{1}{4}}} \gamma^{\frac{2}{9}} D_a^{\frac{29}{27}} l_a^{\frac{7}{9}} Z^{-\frac{1}{4}} \quad (12)$$

$$\gamma = \frac{D_a}{d_m} \quad (13)$$

ここで, A は材料による定数, D_a はころの直径, d_m はころのピッチ円直径, l_a はころの有効長さである.

内外輪の等価転動体荷重 Q は, 式 (8) を転動体の任意の角度位置 φ における転動体荷重分布関数として, 次式によりそれぞれ与えられる.

$$Q_i = \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} Q^p(\varphi) d\varphi \right]^{\frac{1}{p}}, Q_e = \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} Q^w(\varphi) d\varphi \right]^{\frac{1}{w}} \quad (14)$$

または, 各転動体荷重の値 $Q(\phi_j)$ を用いて, 次式でそれぞれ与えられる.

$$Q_i = \left[\frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z Q^p(\phi_j) \right]^{\frac{1}{p}}, Q_e = \left[\frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z Q^w(\phi_j) \right]^{\frac{1}{w}} \quad (15)$$

ここで, $w = pm$ で, $m = 9/8$ である. 以上から, 転がり軸受の寿命は次式より計算される.

$$L = (L_i^{-m} + L_e^{-m})^{-\frac{1}{m}} \quad (16)$$

3. 測定方法

3.1 測定用軸受

測定用の軸受は, 普通すきま ($20 \sim 45 \mu\text{m}$) を持つ円筒ころ軸受 NU206 (内径 30 mm, 外径 62 mm, 幅 16 mm, ころ径 9 mm, ころ数 13 個) である. なお, 軸受の内部すきまの実測値は約 $41 \mu\text{m}$ である. 光ファイバの一部に FBG (Fiber Bragg Grating) を形成した光ファイバセンサを用いて, 転動体の軸方向に発生するひずみを測定する. 転動体に作用する荷重の大きさに応じて, 転動体の軸方向に発生するひずみも変化するので, 軸方向のひずみを転動体荷重に直接対応させて, 転動体荷重を求める. 図 2 に示すように, 転動体の軸中心線上に放電加工により設けた $\phi 0.5 \text{ mm}$ 程度の貫通孔に光ファイバを挿入し, センサ部が転動体の中心部に位置するようにエポキシ系の接着剤で固定する.

Fig. 2 A measuring roller equipped with an optical fiber sensor

Fig. 3 Model housing

Fig. 4 Load conditions

3.2 ハウジングおよび荷重付与位置

供試ハウジングは図3に示す寸法で上下および左右対称の形状を有し、上面に荷重を与える。材質は、鉄道車両で軸受のハウジングに用いられているアルミニウム合金 A7050 である。

ハウジングの荷重付与位置が転動体荷重分布に及ぼす影響について調べるため、本研究では、図4に示す4種類の荷重付与位置を考える。同図(a)では、ハウジング上面に荷重を均等に与えるためにハウジングと同じ幅を持つ鋼製のプレートをハウジング上面に設置して等分布荷重を与える。また同図(b)~(d)ではハウジング上面に幅 10 mm の鋼製のプレート二枚を異なる間隔で左右対称に配置し、それらを介して荷重を与える。プレートの間隔 s はそれぞれ 0, 20, 40 mm である。 $s = 0$ mm のときはハウジング上面中央部で集中して、また $s = 20, 40$ mm のときはハウジング上面の二点に荷重を付与することになる。なお、プレートがハウジングに対してずれることを防ぐために、プレートにはハウジングの奥行き方向前後にフランジが設けてある。

3.3 測定装置

本研究における荷重分布の測定には著者らが開発した測定装置を用いる⁽²⁰⁾。測定装置全体の概略を図5に示す。本装置の特徴は、軸受を回転させた状態で、自転および公転運動する、光ファイバセンサを埋め込んだ転動体（以下、センサ付き転動体という）に発生するひずみ（光の波長の変化）を静止場に設置された計測器に連続的に出

Fig. 5 Schematic view of the measuring system for dynamic load distribution determination

Fig. 6 Details of the measurement

力させることができることである。図6に計測部の詳細を模式的に示し、以下に本装置の概略について述べる。

測定用の軸受は、前節で示したハウジングに収められ、ラジアル荷重を負荷できる、内輪回転用の軸受回転試験装置に取り付けてある。なお、軸と内輪は約 $13\ \mu\text{m}$ のしまりばめで、外輪とハウジングは約 $20\ \mu\text{m}$ のすきまばめであり、試験装置に測定用軸受を組込んだ後の内部すきま（残留すきま）は約 $31\ \mu\text{m}$ である。ラジアル荷重は負荷用ボルトを締め付けてばねを圧縮させ、鋼製ブロック、プレートを通じてハウジングに鉛直方向上から下に向けて加えられる。光ファイバはインタロゲータに接続されている。インタロゲータは広帯域の光源を持ち、FBG にレーザ光を入射し、FBG から反射してきた光の波長の変化量からひずみを計測する機能を有している。また、インタロゲータはパーソナルコンピュータにより、計測条件の設定やデータの表示、保存などができるようになっている。主軸をサーボモータ1により回転させると、測定用軸受の転動体はそれぞれ自転しながら公転運動を行う。そのため、回転運動をしているセンサ付き転動体に、静止場にあるインタロゲータから光を入射するとともに反射光をインタロゲータに取り込む必要がある。そこで、回転体と静止体の間で光を伝送するロータリジョイントをセンサ付き転動体の自転と公転に対し、それぞれ用いる。

インタロゲータから入射された光は、公転用のロータリジョイント1および自転用のロータリジョイント2を経由してセンサ付き転動体のFBGに達し、反射光はこの逆の経路をたどってインタロゲータへ戻ってくる。ロータリジョイント2の回転部とセンサ付き転動体とは光ファイバで結ばれているが、転動体が自転する際の回転力がロータリジョイント2の回転部により円滑に伝達されるように、両者は十分な剛性を持つラバーチューブで連結されており、これにより光ファイバに無理な力が加わることなく、ラバーチューブを介して転動体の回転力がロータリジョイント2の回転部に伝達される。なお、センサ付き転動体にはラバーチューブをつなぐためのコネ

Table 1 Condition of applied radial load F_r

F_r/C_r	0.02	0.05	0.1	0.15	0.2
F_r [N]	780	1950	3900	5850	7800

クタが固定されている。

また、ロータリジョイント 2 自体を転動体の公転速度と同期して回転させるために、転動体の公転速度と等しい保持器の回転速度を以下の方法で計測し、ロータリジョイント 2 を回転させるサーボモータ 2 にこの計測信号を入力することにより、両者の回転を同期させる。保持器の回転速度は、1 deg. ピッチの目盛りを持つ円スケール（全円分度器）を保持器に取付け、光電反射方式の回転検出器を用いて計測する。

さらに、公転ごとのセンサ出力を区別するために、転動体の一公転あたり一パルスの信号を得られるよう工夫した。これにより、センサ出力とパルス信号を同期して計測することで、公転ごとのセンサ出力が得られる。

以上に示した装置を用いることで、軸受を回転させながら転動体の公転ごとに転動体荷重の動的挙動を連続的に調べることができる。

3.4 測定条件

供試ハウジングに与えるラジアル荷重は、表 1 に示すように、ここで用いた円筒ころ軸受の基本動定格荷重 C_r に対する割合から決定した値とする。軸受に各ラジアル荷重を負荷させた状態で、軸の回転速度を 60 min^{-1} 一定として転動体を 20 回公転させ、転動体に発生するひずみをサンプリング周波数 1250 Hz で計測する。なお、一公転あたりの測定データ数は 3100 点であり、1 deg. あたり約 8 点である。本測定では転動体の公転すべりは生じないことが確認できているので、測定データはそのまま転動体の角度位置におけるひずみの変化としてみることができる。

4. 測定結果および考察

4.1 転動体荷重分布

3 章で述べた方法により得られた荷重分布を荷重付与条件ごとに図 7 に示す。図中の実験から求めた荷重分布を示す曲線は以下による。連続して測定した転動体 20 公転分のひずみデータを平均化処理して得られたひずみ分布について、頂点（ここでは荷重作用線上の真上）に転動体が位置する場合を考え、各転動体位置でのひずみの鉛直成分の合計値が軸受に与えたラジアル荷重に対応することから荷重換算係数を求めて転動体荷重を得た。また、図中の各曲線上のプロットは仮に転動体が頂点に位置する場合の各転動体位置における転動体荷重を示している。

表 2 に、実験で得られた図 7 の荷重分布曲線から得た Q_{max} 、 ϕ_0 および ε の値をそれぞれ示す。なお、 ε は ϕ_0 の値を用いて、式 (5) から求めた。いずれの荷重付与条件においても、0 deg. の転動体位置（荷重作用線）について左右対称の分布を呈しており、負荷荷重が増加するにつれて、 Q_{max} 、 ϕ_0 および ε の値が大きくなっていくことがわかる。図 7 には、従来示されている荷重分布を表す式 (8) に表 2 の Q_{max} と ε を代入して得られる荷重分布曲線も併記する。

荷重付与条件によって荷重分布に特徴がみられるので、図 7(a) に示す、ハウジング上部に等分布荷重として荷重を付与する場合と、図 7(b)～(d) に示す、局部的に荷重を付与する場合を比較する。図 7(b) のハウジング中央部に集中して荷重を付与する場合、図 7(a) の同じ荷重条件と比較すると、 Q_{max} は増加し、負荷圏 ($2\phi_0$) は縮小している。図 7(a) では負荷荷重が大きいと 5 個の転動体が荷重を支持するが、図 7(b) では負荷荷重が大きい場合でも荷重分布曲線両端に近い転動体荷重はほぼ 0 N であり、荷重を支持する転動体数は 3 個と、少ない個数の転動体で負荷荷重を支持していることになる。一方、図 7(c) および (d) のハウジング上部の二点に荷重を付与する場合、どちらも荷重分布の中央 (0 deg. の位置) で最大値をとらず、その両側でほぼ同じ値の極大値（最大値）をとる“二山（あるいは凹）型”の形状を示している。図 7(c) に比べて荷重付与位置の距離が離れている図 7(d) のほうが、いずれの荷重条件においても Q_{max} は小さく、さらに Q_{max} と $Q(\phi_0)$ の差が増加し、 ϕ_0 も増加している。また、図 7(c) と (d) では、荷重を支持する転動体数は図 7(a) と同じ 5 個であるが、以下のような特徴がある。図 7(c) では頂点とその両側に位置する 3 個の転動体の支持する荷重はほぼ同じである。図 7(d) では頂点の転動体荷重より、その両側の転動体荷重のほうが大きく、頂点と頂点から二つ離れた両側の転動体荷重はほぼ同じである。

Fig. 7 Experimental roller load distributions

Table 2 Load distribution parameters obtained from measurements

		Applied load F_r [N]				
		780	1950	3900	5850	7800
Q_{max} [N]	Uniform load	342	770	1486	2130	2815
	Local load A $s = 0$ mm	399	917	1853	2510	3574
	Local load B $s = 20$ mm	329	684	1340	1988	2623
	Local load C $s = 40$ mm	327	647	1231	1814	2429
	Local load D $s = 60$ mm	325	642	1221	1804	2419
ϕ_0 [deg.]	Uniform load	54.5	62.0	66.1	69.6	70.7
	Local load A $s = 0$ mm	45.3	52.2	54.8	56.3	57.6
	Local load B $s = 20$ mm	58.1	65.3	69.4	70.7	72.6
	Local load C $s = 40$ mm	67.2	76.2	80.9	82.5	83.3
	Local load D $s = 60$ mm	76.3	85.3	89.9	91.5	92.6
ϵ	Uniform load	0.2098	0.2649	0.2977	0.3259	0.3349
	Local load A $s = 0$ mm	0.1482	0.1935	0.2115	0.2223	0.2321
	Local load B $s = 20$ mm	0.2359	0.2908	0.3240	0.3349	0.3503
	Local load C $s = 40$ mm	0.3066	0.3811	0.4213	0.4343	0.4414
	Local load D $s = 60$ mm	0.3773	0.4518	0.4919	0.5049	0.5119

図7に併記した式(8)による荷重分布曲線は、図7(a)の等分布荷重および(b)のハウジング中央部の集中荷重の場合には概ね実験で得られた荷重分布を表しているが、図7(c)および(d)のハウジング上部の二点に荷重を付与する場合にはあてはまらないことがわかる。

以上から、負荷荷重が同じであっても、ハウジングの荷重付与位置によって異なる荷重分布が得られることがわかる。特に、ハウジング中央部に局所的な荷重を付与する場合には Q_{max} は増加して φ_0 は縮小し、荷重分布は上に細く上がった形状になる。一方ハウジング上面の左右対称の二点に荷重を付与する場合に、荷重分布は最大値を二つ持つようになり、 Q_{max} は減少して φ_0 は拡大する。荷重付与方法によっては、少ない転動体数で負荷荷重を支持しなくてはならず、一つの転動体の支持荷重が大きくなり、転がり疲れへの影響が大きくなることが考えられる。

4.2 荷重分布関数の検討

2.1節で記述した、式(8)で表される転動体荷重の分布関数は単純に上に凸の荷重分布については表すことができるが、図7(c)や(d)にみられるような“二山型”の形状をした荷重分布を表すことはできない。また、式(14)を用いて、等価転動体荷重 Q を算出する場合、荷重分布関数 $Q(\varphi)$ が必要である。そこで、このような荷重分布をも表すことのできる荷重分布関数について検討する。

ここでの荷重分布は転動体位置 0 deg. について左右対称なので、それを表す分布関数は偶関数になる。そこで、式(8)を基本分布関数として、これに余弦関数からなる補正関数を追加することで、実験で得られた種々の荷重分布を表せないか、最小二乗法を用いて検討した結果、式(17)を得た。

$$Q(\varphi) = Q_{max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \varphi) \right]^t + \sum_{k=1}^4 a_k \cos(k+1)\varphi + C \quad (17)$$

ここで、右辺第一項は式(8)そのもので Q_{max} と ε は実験で得られた荷重分布から求めた、表2に示す値を用い、続く補正関数は余弦の2~5倍角のそれぞれに係数 a_k を乗じたものの和に定数項 C を加えたものである。5倍角までとした理由は、それより小さいあるいは大きい倍角とした場合では、実験で得られた荷重分布を正確に表現できなかったためである。

実験で得られた図7の各荷重分布について、式(17)による回帰分析を行って得られた荷重分布曲線を図8に示す。実験による荷重分布曲線と回帰分析による荷重分布曲線は良い一致を示していることから、ここで考案した式(17)は実験で得られた荷重分布を十分表現できることがわかる。したがって、さまざまな荷重分布に対して式(17)を用いて近似することが可能になり、その結果式(14)から等価転動体荷重を計算できる。

4.3 荷重分布が寿命に及ぼす影響の検討

2.2節で述べた軸受寿命の理論計算式を用いて、ここで得られた各荷重分布に対する寿命を求め、荷重分布の違いが寿命に及ぼす影響について検討する。

図9に、等分布荷重条件での理論寿命を100%として、局部荷重条件A~Cとの理論寿命比を示す。同図(a)では式(14)を、また同図(b)では式(15)をそれぞれ用いて、等価転動体荷重を算出し、理論寿命を求めた。式(14)のように連続的な荷重分布関数、あるいは式(15)のように離散的な転動体荷重のいずれを用いて等価転動体荷重を算出しても、図9に示す寿命比の比較は同様の傾向を示している。等分布荷重条件と比較して、理論寿命はハウジング中央部に集中して荷重を付与する局部荷重条件Aでは減少し、局部荷重条件BおよびCでは、荷重を付与する二点間の距離が離れるに従い、理論寿命が増加している。これらの傾向は、外部からハウジングに加わる荷重が同じであっても、軸受内部の荷重分布が異なると、これから算出される等価転動体荷重の値が荷重分布に依存することによる。

以上から、ハウジング上面の離れた二点に荷重を付与することは軸受寿命を増加させる効果があると考えられる。

Fig. 8 Fitted curves for experimental load distributions

Fig. 9 Comparison of bearing lives under the load distribution conditions

Fig. 10 Finite element model of housing and bearing

4.4 有限要素解析による荷重分布とハウジング変形の検討

4.4.1 解析モデルと解析条件

図7に示したように、ハウジングの荷重付与条件によって荷重分布が異なる結果が得られた。ここでは、その理由を検討するために、ハウジングと軸受から構成される簡単な二次元有限要素解析モデルを作成し、荷重分布とハウジングの変形との関係を調べる。解析に用いた有限要素コードはNX Nastran V6.1である。

図10に解析モデルを示す。解析モデルは、前述の測定に用いた軸受およびハウジングの円周方向断面と同一の寸法および形状を持ち、全体を解析対象とする。座標軸は軸受中心を原点Oとする極座標系 (r, θ) を用いる。そのうち軸受の転動体中心部は三角形要素を、他は四角形要素を用いて要素分割した。本解析モデルでは、転動体と内輪およびハウジングと外輪の接触する各要素の間にギャップ要素を用いることにより、軸受の内部すきまおよび、外輪とハウジングのはめあいすきまを、それぞれ考慮している。ここでは、3.3節で示した測定用軸受と軸およびハウジングのはめあい条件と対応させ、軸受の内部すきまおよび外輪とハウジングのはめあいすきまをそれぞれ $30\text{ }\mu\text{m}$ 、 $20\text{ }\mu\text{m}$ とした。また、軸受内部における転動体と内外輪および、外輪とハウジングのそれぞれの接触する要素間にばね要素を用いている。以上により、総要素数は5798、総節点数は5512である。境界条件として、内輪内径部すなわち軸と内輪のはめあい部において r および θ 方向の自由度を、かつ頂点に位置する転動体の中心を通る鉛直線上の節点の θ 方向の自由度を拘束し、図4の荷重付与条件に合うようにハウジングの上部の節点に、表1に示した大きさのラジアル荷重を与える。解析モデルはすべて弾性体と仮定し、縦弾性係数およびポアソン比は、軸受の内外輪と転動体についてはそれぞれ210 GPaおよび0.3、ハウジングについてはそれぞれ71 GPaおよび0.33である。

4.4.2 解析結果

まず、荷重付与条件ごとに求められた転動体荷重の解析値と4.1節で示した実験値の相関を調べる。荷重付与条件ごとに、転動体が頂点に位置する場合の各転動体荷重の実験値に対する解析値をプロットして直線近似した結果を図11に示す。直線の傾きは0.99~1.03、決定係数 R^2 は0.95~0.99が得られ、良い相関を示していることが確認できる。したがって、本解析モデルにより実験結果を概ね表現できると考えられる。例として、ラジアル荷重が3900 Nおよび7800 Nの場合における荷重付与条件ごとの解析値（プロット）を実験値（曲線）とともに図12に示す。

次に、ハウジング内径面の半径方向の変位を図13に示す。図13から、局部荷重条件A($s=0\text{ mm}$)では、ハウジング中央部に集中的に荷重を付与するので、ハウジング中央部の変形が大きく、局部荷重条件C($s=40\text{ mm}$)では、ハウジング上面の離れた二点に荷重を付与するので、ハウジングの左右上部の変形が大きいことがわかる。等分

Fig. 11 Correlation between experimental values and FEM analytical ones

Fig. 12 Comparison of load distribution by experimental and FEM

Fig. 13 Displacements of housing bores

布荷重条件と局部荷重条件 B($s=20\text{ mm}$) での変位量は局部荷重条件 A および C と比較して小さく、図ではその差は明確ではないが、等分布荷重条件より局部荷重条件 B のほうが、ハウジングの頂点寄りの左右において変位量が大きいことが確認できた。

図 12 の荷重分布と対比してみると、局部荷重条件 A ではハウジング中央部の変形が大きいので、 Q_{max} が増加するとともに負荷圏が縮小し、一方、局部荷重条件 C ではハウジングの左右上部の変形が大きいので、頂点の転動体荷重よりもその両隣の転動体荷重が増加することにより“二山型”の荷重分布になるとともに負荷圏が拡大することがわかる。局部荷重条件 B では、上述したように頂点寄りの左右においてハウジングの変位量が大きいので、等分布荷重条件に比較して Q_{max} が減少し、減少した荷重分を両隣の転動体が支持していると考えられる。

以上より、ここでの有限要素解析により荷重分布とハウジング変形の合理的な対応が確認できた。

5. 結 言

本研究で得られた知見を以下に要約する。

- (1) ハウジング上面にラジアル荷重を等分布荷重として付与する条件での単純に上に凸の荷重分布に比べて、ハウジング上面中央部に局部的な荷重を付与する条件では最大転動体荷重が増加し負荷圏が減少したが、ハウジング上面を荷重線対称の二点に付与する条件では荷重分布がほぼ同じ極大値を二つ持つ“二山型”になり、最大転動体荷重が減少し負荷圏が増加した。さらに、二点に付与する条件では、二点間距離が離れているほうが、最大転動体荷重が減少し負荷圏が顕著に増加した。以上から、負荷するラジアル荷重が同じであっても、ハウジングの荷重付与条件によって異なる荷重分布が得られることがわかった。
- (2) また、ハウジング上面に等分布荷重として荷重を付与する条件に比べて、ハウジング中央部に集中して荷重を付与する条件では、少ない転動体で荷重を支持するので一つの転動体の支持荷重が大きくなり、二点に荷重を付与する条件では、二点間距離が離れているほうが荷重を支持する両端の転動体荷重が大きくなることから、荷重分布の違いが荷重を支持する転動体の個数や転動体荷重の大きさに影響することがわかった。
- (3) “二山型”の荷重分布を表す荷重分布関数を検討した結果、荷重分布理論においてすでに示されている荷重分布関数 [式 (8)] に余弦関数からなる補正関数を追加することによって、“二山型”の荷重分布をも表すことができる荷重分布関数 [式 (17)] が得られ、実験によって得られた荷重分布を十分よく表現できることがわかった。
- (4) 得られた荷重分布を用いて理論寿命を計算した結果、ハウジング上面に等分布荷重として荷重を付与する条件に比べて、ハウジング中央部に集中して荷重を付与する条件では寿命は減少する一方で、二点に荷重を付与する条件では寿命は増加し、二点が離れているほうが寿命の増加が顕著であることがわかった。以上から、ハウジング上面の離れた二点に荷重を付与することは軸受寿命を増加させる効果があると考えられる。
- (5) 荷重付与条件が荷重分布に及ぼす影響について、有限要素解析によりハウジングと軸受をモデル化して調べた結果、荷重付与条件によってハウジングの変形が異なることにより荷重分布が変化することがわかった。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、公益財団法人鉄道総合技術研究所の寺田泰也氏と西山幸夫氏に測定装置の設計・製作の協力を得た。また、株式会社ジェイアール総研情報システムに有限要素解析の協力を得た。ここに感謝の意を表す。

文 献

- (1) Harris, T.A., "Rolling Bearing Analysis (3rd Edition)", (1991), pp.194-197, John Wiley & Sons, Inc.
- (2) Münnich, H., Erhard, M., Niemeyer, P., "The Effect of Elastic Deformation on Load Distribution in Rolling Bearings", *The Ball Bearing Journal*, No.155(1968), pp.3-12.
- (3) Jones, A.B. and Harris, T.A., "Analysis of a Rolling-Element Idler Gear Bearing Having a Deformable Outer-Race Structure", *ASME Journal of Basic Engineering*, Vol.85, (1963), pp.273-278.

- (4) Harris, T.A., Broschard, J.L., “Analysis of an Improved Planetary Gear-Transmission Bearing”, *ASME Journal of Basic Engineering*, Vol.86, (1964), pp.457-432.
- (5) Harris, T.A., “Optimizing the Design of Cluster Mill Rolling Bearings”, *ASLE Transactions*, Vol.7, (1964), pp.127-132.
- (6) Harris, T.A., “Optimizing the Fatigue Life of Flexibly-Mounted Rolling Bearings”, *Lubrication Engineering*, Vol.21, No.10(1965), pp.420-428.
- (7) Brändlein, J., “The Stressing of Rolling Bearings in Elastic Housings”, *FAG Ball and Roller Bearing Engineering*, Vol.12, No.1(1973), pp.4-9.
- (8) 小山武夫, 坂口和利, “有限要素法によるハウジングの変形を考慮した軸受の転がり疲れ寿命解析”, *NSK Technical Journal*, No.638, pp.14-20.
- (9) Taha, M. M. A., “The Influence of Housing and Shaft Configurations on the Performance of Rolling Bearings by Finite Element Analysis”, *Proceedings International Mechanical Tool Design Research Conference*, (1982), pp.119-126.
- (10) Ozen, M., McKenzie, M. R., “Stress Analysis of Rolling Element Bearings Using the Finite Element Method”, *SAE paper*, No.881234(1989).
- (11) Grigorescu, R., Gafitanu, M. D., “Constructive Optimisation Criteria to Increase Bearing Service Life”, *Tribology Letters*, Vol.8, (2000), pp.57-62.
- (12) Lazovic, T., Ristivojevic, M., Mitrovic, R., “Mathematical Model of Load Distribution in Rolling Bearing”, *FME Transactions*, Vol.36, No.4(2008), pp.189-196.
- (13) 中野幸久, “ころがり軸受” (1963), p. 47, 日刊工業新聞社
- (14) Goodelle, R.A., Derner, W.J., Root, L.E., “A Practical Method for Determining Contact Stresses in Elastically Loaded Line Contacts”, *Tribology Transactions*, Vol.13, No.4(1970), pp.269-277.
- (15) Goodelle, R.A., Derner, W.J., Root, L.E., “Determination of Static Load Distributions from Elastic Contacts in Rolling Element Bearings”, *Tribology Transactions*, Vol.14, No.4(1971), pp.275-291.
- (16) 木村好次, 網野一夫, 岡田和三, 東原和行, “ころがり軸受の寿命に及ぼす外輪の弾性変形の影響(第1報)―接触荷重の分布―”, *潤滑*, Vol.24, No.12(1979), pp.800-807.
- (17) Cheng, W., “Experimental and Numerical Study of Multibody Contact System with Roller Bearing—Part I: An Improved Footprint Test Method”, *Tribology Transactions*, Vol.39, No.1(1996), pp.75-80.
- (18) 田中克彦, “円すいころ軸受の実働荷重測定(第1報)”, *潤滑*, Vol.17, No.1(1972), pp.45-52.
- (19) 永友貴史, 岡村吉晃, 高橋研, 木川武彦, 野口昭治, “光ファイバセンサによる転がり軸受の転動体荷重測定法(第1報, 静的測定)”, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 76, No. 771 (2010), pp. 404-412.
- (20) 永友貴史, 高橋研, 岡村吉晃, 木川武彦, 野口昭治, “光ファイバセンサによる転がり軸受の転動体荷重測定法(第2報, 動的測定)”, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 77, No. 778 (2011), pp. 273-286.
- (21) 転がり軸受工学編集委員会編, “転がり軸受工学”(1975), pp.86-93, 養賢堂
- (22) Sjövall, H., “The Load Distribution within Ball and Roller Bearings under Given External Radial and Axial Load(in Swedish)”, *Tekniks Tidskrift, Mek.*, Vol.h, No.9(1933).
- (23) Lundberg G, and Palmgren A., “Dynamic Capacity of Rolling Bearings”, *Acta Polytechnica Mechanical Engineering Series*, Vol.1, No.3(1947)
- (24) Lundberg G, and Palmgren A., “Dynamic Capacity of Roller Bearings”, *Acta Polytechnica Mechanical Engineering Series*, Vol.2, No.4(1952)