キャスト型オドメータと非線形オブザーバを用いた 移動ロボットの速度推定*

野中 謙一郎^{*1}, 渡辺 陽平^{*2}

Velocity Estimation for Mobile Robots Using Caster Odometer and Nonlinear Observer

Kenichiro NONAKA^{*1} and Yohei WATANABE

^{*1} Department of Mechanical Systems Engineering, Faculty of Engineering, Tokyo City University
1-28-1, Tamazutsumi, Setagaya, Tokyo, 158-8557, Japan

In this paper, a novel nonlinear observer for caster wheel odometers is proposed which estimates the translational and the rotational velocities of the mobile robots. The proposed method is shown to be applicable to generic mechanism of caster wheel odometers. In addition, for the extended linearized system with respect to the estimation error, exponential convergence of the estimation error is proved, which guarantees that the proposed observer is robust against measurement noise and unmodeled dynamics. The advantage over the conventional approximated differentiator is shown in numerical simulation, which indicates that the estimation error is much smaller and less sensitive to both the external disturbance and the motion of the vehicle. Finally, an experiment on velocity tracking control is conducted for a leg / wheel omnidirectional mobile robot to show that the tracking performance can be obviously improved by the proposed nonlinear observer.

Key Words : Velocity Estimation, Extended Luenberger Observer, Caster Wheel, Odometry, Dead Reckoning

1. は じ め に

キャストは耐荷重が高く滑らかな全方向移動を実現する機構として、車輪型移動体に広く使われている。一般には台車、車椅子、2 輪差動型移動ロボットなどにおいて、荷重支持用の従動輪として用いられているが、近年では鉛直支持軸において 2 自由度の速度を発生することに着目し、操舵軸と車輪軸を能動軸としたキャスト機構を使用する全方向移動ロボット⁽¹⁾⁽²⁾や、双輪キャストの車輪を独立駆動して全方向移動を実現する機構⁽³⁾なども提案されている。さらには、タル型フリーローラなど特殊な車輪を駆動輪とする移動ロボットのオドメトリを精度よく計測するために、双輪キャスト機構を利用したオドメータ⁽⁴⁾も提案されている。キャストを含めた車輪機構の一般的な運動学や特異点解析の詳しい研究結果⁽⁵⁾もある。

移動体の誘導制御では、方位角を含めた座標が重要な状態変数になる。車輪型移動体で内界センサとして広く利用されているロータリエンコーダなど、内界センサを用いたデッドレコニングによる移動体の位置・方位の推定には、積分による累積誤差の影響を考慮する必要がある⁽⁶⁾。この問題については、ジャイロセンサを併用する⁽⁷⁾など複数の内界センサを統合して誤差を低減する方法がある。さらには、カメラ画像⁽⁸⁾、レーザー位置計測⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾など外界センサと内界センサの情報を融合すれば、累積誤差による推定精度の劣化を回避できる。関連する手法として、経路情報などを利用したデッドレコニング自体のモデル化誤差の修正法も提案されている⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。このようなスターレコニングとデッドレコニングの統合には拡張カルマンフィルタ⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾や非線形オブザーバ⁽¹⁵⁾が有効である。

一方で、移動体の運動制御では速度を精度よく計測する必要がある。前述の位置計測では、オドメータのサンプリング毎の差分を用いる⁽³⁾⁽¹⁴⁾ことが一般的であるが、差分を速度情報として直接に用いると、センサ出力の量子化誤差やサンプリング時間の遅れの影響を受ける。このため、オブザーバを用いた速度推定の研究が盛んに行

* 原稿受付 2012 年 2 月 27 日

^{*1} 正員, 東京都市大学工学部機械システム工学科 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

^{*2} 東京都市大学大学院工学研究科機械システム工学専攻 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

E-mail: knonaka@tcu.ac.jp

われ⁽¹⁶⁾，例えば自動車の運動制御では，重心横滑り角とスリップ率は線形の状態オブザーバを用いた推定が提案されている⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾．移動ロボットにおいても，駆動モータの車輪回転角に対して線形オブザーバを用いる⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾方法もある．しかしながら，最初に述べたキャスト機構など車輪型移動体の運動学は一般に非線形系であり，車輪の回転角度を計測するロータリエンコーダから車体の並進運動速度・回転角速度を高い精度で推定するためには，非線形オブザーバを用いる必要がある．

本研究では，キャスト機構の車輪型オドメータを対象として，非線形オブザーバによる車体速度推定法を提案する．本手法は，拡張推定誤差システム⁽²¹⁾における推定誤差の指数的漸近収束性を保証し，極配置により推定誤差の収束速度を直接指定できる．また，様々な形状の車輪型オドメータに対して広く適用可能であり，全方向移動車両や車輪に横滑りを有する前輪操舵車両の並進速度および回転角速度を計測できる．キャスト機構を有する既存の車両に対しても，回転軸にロータリエンコーダなどを装着して本手法を用いることで，高精度な速度推定が可能になる．そして数値シミュレーションにより，提案手法の速度推定誤差が近似微分のそれと比較して小さいことを示す．さらに，脚車輪型移動ロボットを対象とした速度フィードバック制御実験において，近似微分を速度推定に用いた場合に発生した自励振動が，提案するオブザーバでは発生せず，速度追従制御性能が改善した事例を示す．

ここで，移動ロボットの速度オブザーバやキャスト機構を有するオドメータの関連研究との違いを述べる．非線形オブザーバを移動ロボットの速度推定に用いた研究として，左右輪独立操舵型車両に対する非線形ロバスト速度推定オブザーバ⁽²²⁾が提案されているが，位置計測情報を利用している点が異なる．車椅子の前輪キャスト車輪の方向角を後輪回転角に基づく運動学から開ループオブザーバにより推定する方法⁽²³⁾も提案されているが，開ループ推定なので推定誤差フィードバック項の設計は扱っていない．複数の工学マウスセンサを用いたオドメータの研究⁽¹⁴⁾では，車体速度の推定値と俯瞰カメラによる位置情報を拡張カルマンフィルタで融合し，精度の高い位置計測を行っている．センサが計測した移動量と車体速度の関係を表す正規方程式は線形なので，車体速度を最小二乗法で推定することが可能である．一方で，本研究で扱うキャスト機構の正規方程式は一般に非線形方程式となるので，最小二乗法を直接には適用できない．双輪キャスト機構の全方向移動ロボット⁽³⁾やオドメータ⁽⁴⁾の研究では，ロータリエンコーダの計測値による高精度のデッドレコニングを実現している．しかしロータリエンコーダの計測値と車体速度推定の関係を表す正規方程式は，キャスト機構の鉛直回転軸角度に非線形に依存するので，非線形性を考慮した速度推定を行うことが望ましい．本研究で提案する非線形オブザーバは双輪キャスト機構を含めたキャスト型オドメータに対して適用できることを後に示す．

本研究における記号の定義は以下の通りとする． R^n は n 次元実数ベクトル全体の集合， $R^{m \times n}$ は m 行 n 列の実行列全体の集合， I_m は m 行 m 列の単位行列， $O_{m \times n}$ は m 行 n 列の零行列を表す． $\text{diag}(a_1, \dots, a_n)$ は対角成分の要素が $a_1, \dots, a_n$ の対角行列である．時間 t の関数，例えば関数 $f(t)$ のラプラス変換を $\mathcal{L}[f(t)]$ と表す．時間の関数であることが明らかな場合は (t) を省略して，例えば $f(t)$ を f で表すことにする．

2. キャスト型オドメータのダイナミクス

2.1 1 輪のキャスト機構のモデル

車体に固定した水平面と平行な x - y 座標系で，オドメータ機構を表した模式図を図 1 に示す． v_x, v_y は車体の x, y 軸方向並進移動速度で， v_q は車体の回転角速度である． R は車輪半径， θ は車輪回転角度， a は x 軸に対するキャストの方向角， s は車輪の走行距離である．鉛直回転軸の座標は (x, y) とする． d は鉛直回転軸と車輪回転軸の間のオフセット距離， h は車輪回転軸方向の車輪回転面と鉛直回転軸の間のオフセット距離である．車輪軸と鉛直軸は滑らかに回転し，車輪横滑り角と車輪の地面に対するスリップ率は零と仮定する．本研究で扱うキャスト型オドメータでは，キャストの方向角 a と車輪の回転角 θ をエンコーダで計測できるものとするが，表記を簡単にするために，以下では θ の代わりに車輪の走行距離 $s = R\theta$ を計測値として扱う．また v_x, v_y, v_q は未知とする．

車輪の横滑り角とスリップ率を零とする速度拘束条件を解くことによって，キャスト機構のダイナミクスを表す次の a と s に関する微分方程式を得る⁽²⁴⁾．

$$\dot{a} = \frac{1}{d} \{ -v_x \sin(a) + v_y \cos(a) + v_q (x \cos(a) + y \sin(a) - d) \} \quad (1)$$

$$\dot{s} = v_x \left(\cos(a) + \frac{h}{d} \sin(a) \right) + v_y \left(\sin(a) - \frac{h}{d} \cos(a) \right) + v_q \left\{ (x \sin(a) - y \cos(a)) - \frac{h}{d} (x \cos(a) + y \sin(a)) \right\} \quad (2)$$

Fig. 1 Coordinates of a caster odometer

車体固定座標系原点の並進速度 v_x, v_y と、回転角速度 v_q を表す未知ベクトル $y_v \in R^3$ を次のようにおく．

$$y_v = [v_x, v_y, v_q]^T \quad (3)$$

表記を簡単にするために $\rho = 1/d$ とおく．またスカラー a, ρ, h, x, y に関する行列値関数 $\phi(a, x, y, \rho) \in R^{1 \times 3}, \psi(a, x, y, \rho, h) \in R^{1 \times 3}$ をそれぞれ次のように定義する．

$$\phi(a, x, y, \rho) = [-\rho \sin(a), \rho \cos(a), \rho(x \cos(a) + y \sin(a)) - 1] \quad (4)$$

$$\psi(a, x, y, \rho, h) = [\cos(a) + h\rho \sin(a), \sin(a) - h\rho \cos(a), x \sin(a) - y \cos(a) - h\rho(x \cos(a) + y \sin(a))] \quad (5)$$

すると、スィベルキャスタ機構のダイナミックスを表す式 (1)(2) は次の形式で表現できる．

$$\dot{a} = \phi(a, x, y, \rho) y_v \quad (6)$$

$$\dot{s} = \psi(a, x, y, \rho, h) y_v \quad (7)$$

2.2 n 台のキャスタによるオドメータシステムの一般式

n 台のキャスタが車体に取り付けられている場合を考える． i 番目 ($i = 1, \dots, n$) のキャスタ機構の x 軸に対する方向角を a_i 、車輪の走行距離を s_i とする．1 輪のキャスタ機構のダイナミックスを表す式 (6)(7) を $i = 1, \dots, n$ についてまとめたベクトル $\alpha \in R^n, \sigma \in R^n$ を下記で定義する．

$$\alpha = [a_1, \dots, a_n]^T \quad (8)$$

$$\sigma = [s_1, \dots, s_n]^T \quad (9)$$

さらに α, σ をまとめたベクトル $\xi \in R^{2n}$ を次式で定義する．

$$\xi = \begin{bmatrix} \alpha \\ \sigma \end{bmatrix} \quad (10)$$

i 番目 ($i = 1, \dots, n$) のキャスタにおける (a, x, y, ρ, h) を $(a_i, x_i, y_i, \rho_i, h_i)$ で表すことにすると、対応する速度拘束条件は式 (6)(7) を用いて、 $\dot{a}_i = \phi(a_i, x_i, y_i, \rho_i) y_v$ 、 $\dot{s}_i = \psi(a_i, x_i, y_i, \rho_i, h_i) y_v$ で表される．よって、 n 台のキャスタをまとめて表したダイナミックスは次式で表現できる．

$$\dot{\xi} = \Phi(\alpha) y_v \quad (11)$$

ここで $\Phi(\alpha) \in R^{2n \times 3}$ は次の通りで、式 (11) は α に関する非線形方程式になっていることに注意する。

$$\Phi(\alpha) = \begin{bmatrix} \phi(a_1, x_1, y_1, \rho_1) \\ \vdots \\ \phi(a_n, x_n, y_n, \rho_n) \\ \psi(a_1, x_1, y_1, \rho_1, h_1) \\ \vdots \\ \psi(a_n, x_n, y_n, \rho_n, h_n) \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.3 ξ の微分を用いた y_v の推定

式 (11) で $n \geq 2$ のキャスタ型オドメータの計測出力 ξ の微分 $\dot{\xi}$ を計測できる場合について、未知量である車両の一般化速度ベクトル y_v を計算する方法を示す。式 (11) において $\Phi(\alpha) \in R^{2n \times 3}$ は $2n \geq 3$ であることから縦長の行列となるが、全ての $\alpha \in R^3$ に対して常に $\text{rank}(\Phi(\alpha)) = 3$ が成立するなら、 $\dot{\xi}, \alpha$ から y_v は $W_a \in R^{2n \times 2n}$ を任意の正則行列とした次式で計算できる。

$$y_v = (\Phi(\alpha)^T W_a^T W_a \Phi(\alpha))^{-1} \Phi(\alpha)^T W_a^T W_a \dot{\xi} \quad (13)$$

実際のシステムでは $\dot{\xi}, \alpha$ に計測誤差が加わるために、式 (13) を用いて計算した y_v は式 (11) の解とはならないが、 α に計測誤差がない場合を考えると、式 (13) は次の正定関数 J_a を最小化する最小二乗解となる。

$$J_a = (\dot{\xi} - \Phi(\alpha)y_v)^T W_a^T W_a (\dot{\xi} - \Phi(\alpha)y_v) \quad (14)$$

2.4 キャスタ型オドメータシステムの例

本節では、キャスタ型オドメータの実例として、双輪のキャスタ型オドメータ⁽⁴⁾と本論文の実機検証で扱う 2 台のキャスタ型オドメータについて、式 (12) の計算例を示す。

2.4.1 双輪のキャスタ型オドメータ

図 2 に示す双輪のキャスタ型オドメータ⁽⁴⁾は、図 1 の 1 輪キャスタで鉛直回転軸と車輪回転軸が一致し、車輪を対称に配置した 2 台のキャスタ機構を考えればよい。鉛直回転軸を車体固定座標系原点におくと $x_1 = y_1 = x_2 = y_2 = 0$ であり、車輪間距離は $2h$ である。鉛直回転軸の回転角度を $a (= a_1 = a_2)$ とすると、 $\xi, \Phi(\alpha)$ は次式になる。

$$\xi = [a, a, s_1, s_2]^T \quad (15)$$

$$\Phi(\alpha) = \begin{bmatrix} -\rho \sin(a), & \rho \cos(a), & -1 \\ -\rho \sin(a), & \rho \cos(a), & -1 \\ \cos(a) + h\rho \sin(a), & \sin(a) - h\rho \cos(a), & 0 \\ \cos(a) - h\rho \sin(a), & \sin(a) + h\rho \cos(a), & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$\Phi(\alpha)$ の 1, 2 行目が同じであることに注意すると、 $\text{rank}(\Phi(\alpha)) = 3$ となる条件は、 $\Phi(\alpha)$ の 1 行目を除いた小行列式の値が非零、すなわち $h\rho \neq 0$ となる。式 (16) を用いて、 $W_a = I_4$ について式 (13) を計算すると次式を得る。

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_q \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0, & 0, & \cos(a) + (h\rho)^{-1} \sin(a), & \cos(a) - (h\rho)^{-1} \sin(a) \\ 0, & 0, & \sin(a) - (h\rho)^{-1} \cos(a), & \sin(a) + (h\rho)^{-1} \cos(a) \\ -1, & -1, & -h^{-1}, & h^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{a} \\ \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

ξ の 1, 2 番目の要素が同じ ($a = a_1 = a_2$) であることに注意すると、(17) は等価な次式に変形できるが、これは双輪キャスタ型オドメータ⁽⁴⁾の変換式と一致する。

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_q \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0, & \cos(a) + (h\rho)^{-1} \sin(a), & \cos(a) - (h\rho)^{-1} \sin(a) \\ 0, & \sin(a) - (h\rho)^{-1} \cos(a), & \sin(a) + (h\rho)^{-1} \cos(a) \\ -2, & -h^{-1}, & h^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Fig. 2 Dual caster wheel system

Fig. 3 Two caster wheel system

2.4.2 2台のキャスタによるオドメータシステム

次に本論文の実機検証で用いる，図3に示す2台のキャスタ型のオドメータの例を示す． $a_1 = a_l, a_2 = a_r$, $x_1 = x_2 = 0, y_1 = +b, y_2 = -b, \rho = 1/d = 1/d_1 = 1/d_2, h = 0$ となるので， $\xi, \alpha, \Phi(\alpha)$ は下記で表せる．

$$\xi = [a_l, a_r, s_l, s_r]^T \quad (19)$$

$$\alpha = [a_l, a_r]^T \quad (20)$$

$$\Phi(\alpha) = \begin{bmatrix} -\rho \sin(a_l), \rho \cos(a_l), +\rho b \sin(a_l) - 1 \\ -\rho \sin(a_r), \rho \cos(a_r), -\rho b \sin(a_r) - 1 \\ \cos(a_l), \sin(a_l), -b \cos(a_l) \\ \cos(a_r), \sin(a_r), +b \cos(a_r) \end{bmatrix} \quad (21)$$

任意の $\alpha \in R^2$ に対して， $\text{rank}(\Phi(\alpha)) = 3$ となる条件を求める． $\Phi(\alpha)$ の k 行目を除いた小行列式を $D_k (k = 1, 2, 3, 4)$ とおくと，下記を得る．

$$D_1 = \sin(a_l - a_r) - 2bp \cos(a_l) \quad (22)$$

$$D_2 = \sin(a_l - a_r) - 2bp \cos(a_r) \quad (23)$$

$$D_3 = -\rho(-1 + \cos(a_l - a_r) + 2bp \sin(a_l)) \quad (24)$$

$$D_4 = +\rho(-1 + \cos(a_l - a_r) - 2bp \sin(a_r)) \quad (25)$$

任意の $\alpha \in R^2$ に対して $\text{rank}(\Phi(\alpha)) = 3$ となる必要十分条件は，全ての $D_k (k = 1, 2, 3, 4)$ が同時に零にならないことであるから，次の V が正となる条件を求めることにする．

$$V = \frac{1}{4} \left\{ D_1^2 + D_2^2 + \left(\frac{D_3}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{D_4}{\rho} \right)^2 \right\} \quad (26)$$

V に式(22)～(25)を代入して平方完成すると次式を得る．

$$V = \frac{1}{2} \{ \sin(a_l) - \sin(a_r) - 2pb \}^2 + \frac{1}{2} \{ \cos(a_l) - \cos(a_r) \}^2 \quad (27)$$

式(27)の右辺第2項が零になる条件は， n を任意の整数として $a_r = \pm a_l + 2\pi n$ である．これを右辺第1項に代入して整理すると $V = 0$ となる条件は， n を任意の整数として $\rho b = 0 (a_l = a_r + 2\pi n)$ または $\rho b = \sin(a_l) (a_l = -a_r + 2\pi n)$ である．よって任意の a_l に対して $V > 0$ となる条件は， $\rho b > 1$ である．ゆえに任意の $\alpha \in R^2$ に対して $\text{rank}(\Phi(\alpha)) = 3$ となる必要十分条件は， $\rho b > 1$ である．この条件は $\rho = 1/d$ から $b > d$ と書き表せるので，各々の車輪が他方のキャスタの回転円内に入らない配置であることを意味する．以下では $b > d$ を仮定する．

2.5 問題設定

2.3 節では ξ を精度よく推定できる場合について、式 (13) によって車両の一般化速度ベクトル y_v を推定できることを示した。キャスト型センサでエンコーダなどの角度センサを用いる場合は、差分や近似微分器などで ξ を求めることが考えられる。しかし、差分はセンサ出力の量子化誤差の影響が大きく、サンプリング時間分の遅れが生じる。また近似微分でも位相遅れが発生し、位相遅れを小さくするためにカットオフ周波数を高くすると観測ノイズによる推定誤差が大きくなる⁽²⁵⁾。そこで本論文では、速度ダイナミクスモデルを用いた非線形オブザーバにより、 ξ の計測値から直接 y_v を推定する手法を提案する。提案手法では式 (11) で $\Phi(\alpha)$ が $\xi = [\alpha^T, \sigma^T]^T$ に依存する場合にも、 y_v の推定誤差の指数漸近収束性を保証できる。そして提案手法を図 3 の機構の 2 台のキャスト型オドメータによる速度計測システムに適用し、数値シミュレーションで近似微分と比較することを通じて、その有効性を示す。また脚車輪型移動ロボットの速度追従制御実験を通じて、制御性能が改善される事例を示す。

3. 非線形 Luenberger 型オブザーバによる速度推定

3.1 移動車両の速度ダイナミクス

オブザーバの推定対象となる並進・回転速度ベクトル $y_v = [v_x, v_y, v_q]^T$ は、次のダイナミクスの出力とする。

$$\dot{x}_v = A_v x_v + B_v u \quad (28)$$

$$y_v = C_v x_v \quad (29)$$

ここで、 $u \in R^m$ は入力、 $x_v \in R^{n_v}$ は状態であり、 u は既知、 x_v, y_v は未知とする。また $A_v \in R^{n_v \times n_v}$ 、 $B_v \in R^{n_v \times m}$ 、 $C_v \in R^{3 \times n_v}$ は既知の行列で、 (A_v, C_v) は可観測であるとする。

これらと式 (11) をまとめて、 u を入力、 $[\xi^T, x_v^T]^T$ を状態、 $y_\xi := \xi$ を観測出力とするキャスト型オドメータシステムの非線形状態方程式は次式になる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi \\ x_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{4 \times 4} & \Phi(\alpha) C_v \\ O_{n_v \times 4} & A_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ x_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O_{4 \times m} \\ B_v \end{bmatrix} u \quad (30)$$

$$y_\xi = \begin{bmatrix} I_{4 \times 4} & O_{4 \times n_v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ x_v \end{bmatrix} \quad (31)$$

次節では出力 y_ξ と入力 u を用いて、移動ロボットの一般化速度ベクトル $y_v = C_v x_v$ を指数的に漸近推定する非線形オブザーバを示す。

3.2 拡張 Luenberger 型オブザーバ

次式の Luenberger 型の非線形同次元オブザーバを考える。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\xi} \\ \hat{x}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{n_v \times 2n} & \Phi(\hat{\alpha}) C_v \\ O_{n_v \times 2n} & A_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\xi} \\ \hat{x}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O_{2n \times m} \\ B_v \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} K_\xi \\ K_v \end{bmatrix} (\hat{\xi} - y_\xi) \quad (32)$$

ここで $\hat{\xi}, \hat{x}_v$ はそれぞれ ξ, x_v の推定ベクトルである。また $K_\xi \in R^{2n \times 2n}$ 、 $K_v \in R^{n_v \times 2n}$ は後に示すオブザーバのゲイン行列で、 $\hat{\xi}, \hat{x}_v$ の関数である。以下では任意の $\alpha \in R^{2n}$ に対して、 $\text{rank}(\Phi(\alpha)) = 3$ を仮定する。

状態 ξ, x_v の推定誤差を $\tilde{\xi} = \hat{\xi} - \xi$ 、 $\tilde{x}_v = \hat{x}_v - x_v$ とおく。状態の推定誤差に関する 2 次以上の項を微小量とした拡張線形化⁽²¹⁾を適用すると、推定誤差に関する非線形状態方程式は次式になる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \tilde{x}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_\xi + \Gamma(\hat{\alpha}, \hat{y}_v) \Phi(\hat{\alpha}) C_v \\ -K_v & A_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \tilde{x}_v \end{bmatrix} \quad (33)$$

ここで $\Gamma(\alpha, y_v) \in R^{2n \times 2n}$ は次式で与えられる。

$$\Gamma(\alpha, y_v) = \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} (\Phi(\alpha) y_v) \ O_{2n \times n} \right] \quad (34)$$

望ましい推定誤差のダイナミックスを次の非線形微分方程式で表すことにする．

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_{\xi} & \Phi(\hat{\alpha})C_v \\ O_{n_v \times 2n} A_v - LC_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v \end{bmatrix} \quad (35)$$

ここで $\Lambda_{\xi} \in R^{2n \times 2n}$ は望ましい極を表すフルビッツ行列である．また $L \in R^{n_v \times 3}$ は $A_v - LC_v$ をフルビッツにする定数行列で， (A_v, C_v) が可観測である仮定から， $A_v - LC_v$ を任意に極配置できる．

式 (32) について， K_{ξ} を次の式で計算する．

$$K_{\xi} = -\Lambda_{\xi} - \Phi(\hat{\alpha})C_v H(\hat{\alpha}) + \Gamma(\hat{\alpha}, \hat{y}_v) \quad (36)$$

ここで， $H(\hat{\alpha}) \in R^{n_v \times n_v}$ は， $W \in R^{2n \times 2n}$ を正則行列とした次式で計算される行列である．

$$H(\hat{\alpha}) = -L(\Phi(\hat{\alpha})^T W^T W \Phi(\hat{\alpha}))^{-1} \Phi(\hat{\alpha})^T W^T W \quad (37)$$

また， K_v を次の式で計算する．

$$K_v = H(\hat{\alpha})\Lambda_{\xi} - A_v H(\hat{\alpha}) + \dot{H}(\hat{\alpha}) \quad (38)$$

ここで，右辺第 3 項の $\dot{H}(\hat{\alpha})$ は連鎖公式から次式で表せる．

$$\dot{H}(\hat{\alpha}) = \sum_{i=1}^n \dot{\hat{a}}_i \frac{\partial}{\partial \hat{a}_i} H(\hat{\alpha}) \quad (39)$$

$\dot{\hat{a}}_i$ は，式 (32) の $\dot{\hat{\xi}} = [\dot{\hat{\alpha}}^T, \dot{\hat{\sigma}}^T]^T$ に関するダイナミックス

$$\dot{\hat{\xi}} = \Phi(\hat{\alpha})C_v \hat{x}_v - K_{\xi}(\hat{\xi} - y_{\xi}) \quad (40)$$

で定まる $\hat{\alpha} = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n]^T$ の要素の $\dot{\hat{a}}_i (i = 1, \dots, n)$ を用いて， $\hat{x}_v, \hat{\xi}, y_{\xi}$ で記述できる．なお，式 (37) は最小二乗法の式 (13) と $\Phi(\alpha)$ に関する同じ計算式が含まれていることに注意する．

式 (33) の推定誤差のダイナミックスについて，式 (36)(38) で与えられる K_{ξ}, K_v が指数的な推定誤差の収束 $\tilde{\xi} \rightarrow 0, \tilde{x}_v \rightarrow 0$ を実現することの証明は 4 節に示す．式 (33) は状態の推定誤差に関する 2 次以上の項を無視した拡張線形化⁽²¹⁾で得られた式なので，以下の推定誤差の安定性の証明は $\|\tilde{\xi}\|, \|\tilde{x}_v\|$ が十分に小さい範囲で局所的に成立することに注意する．

4. 推定誤差ダイナミックスの局所安定性の証明

本節では，推定誤差のダイナミックスの式 (33) について，式 (36)(38) で与えられる K_{ξ}, K_v が，指数的な推定誤差の収束 $\tilde{\xi} \rightarrow 0, \tilde{x}_v \rightarrow 0$ を実現することを示す．

式 (33) の両辺に左から次の行列をかける．

$$\begin{bmatrix} I & O \\ H(\hat{\alpha}) & I \end{bmatrix} \quad (41)$$

すると，式 (33) の左辺は次のようになる．

$$\begin{bmatrix} I & O \\ H(\hat{\alpha}) & I \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \tilde{x}_v \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{H}(\hat{\alpha})\tilde{\xi} \end{bmatrix} \quad (42)$$

一方で，式 (33) の右辺は，式 (36) と式 (38) を用いると次のように式変形できる．

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} I & O \\ H(\hat{\alpha}) & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K_{\xi} + \Gamma(\hat{\alpha}, \hat{y}_v) \Phi(\hat{\alpha})C_v \\ -K_v & A_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \tilde{x}_v \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I & O \\ H(\hat{\alpha}) & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K_{\xi} + \Gamma(\hat{\alpha}, \hat{y}_v) \Phi(\hat{\alpha})C_v \\ -K_v & A_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & O \\ -H(\hat{\alpha}) & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & O \\ H(\hat{\alpha}) & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \tilde{x}_v \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -K_{\xi} + \Gamma(\hat{\alpha}, \hat{y}_v) - \Phi(\hat{\alpha})C_v H(\hat{\alpha}) & \Phi(\hat{\alpha})C_v \\ -H(\hat{\alpha})K_{\xi} + H(\hat{\alpha})\Gamma(\hat{\alpha}, \hat{y}_v) - H(\hat{\alpha})\Phi(\hat{\alpha})C_v H(\hat{\alpha}) - K_v - A_v H(\hat{\alpha}) & H(\hat{\alpha})\Phi(\hat{\alpha})C_v + A_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Lambda_{\xi} & \Phi(\hat{\alpha})C_v \\ O_{n_v \times 2n} A_v - LC_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{H}(\hat{\alpha})\tilde{\xi} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Lambda_{\xi} & \Phi(\hat{\alpha})C_v \\ O_{n_v \times 2n} A_v - LC_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{H}(\hat{\alpha})\tilde{\xi} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

したがって、式 (35) のブロック三角化された誤差ダイナミクスを得る．式 (35) より $H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v$ について

$$\frac{d}{dt} \left(H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v \right) = (A_v - LC_v) \left(H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v \right) \quad (45)$$

となるが、 $A_v - LC_v$ がフルビッツ行列なので、 $H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v$ は指数的に零に漸近収束し、ある正の定数 c_1 が存在して次式が成立する．

$$\|H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v\| \leq c_1 e^{\bar{\lambda}_v t} \quad (46)$$

ここで $\bar{\lambda}_v$ は $A_v - LC_v$ の固有値の実部の最大値で、負の定数である．したがって、 $H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v$ は零へ指数的に漸近収束する．さらに、式 (35) より $\tilde{\xi}$ のダイナミクスについて、次式を得る．

$$\dot{\tilde{\xi}} = \Lambda_{\xi} \tilde{\xi} + \Phi(\hat{\alpha})C_v \left(H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v \right) \quad (47)$$

その解は次式で表せる．

$$\tilde{\xi}(t) = e^{\Lambda_{\xi} t} \tilde{\xi}(0) + \int_0^t e^{\Lambda_{\xi}(t-\tau)} \Phi(\hat{\alpha}(\tau))C_v \left(H(\hat{\alpha}(\tau))\tilde{\xi}(\tau) + \tilde{x}_v(\tau) \right) d\tau \quad (48)$$

ここで式 (4)(5)(12) より $\Phi(\hat{\alpha})$ の成分は有界なので、次式を満たす正の定数 c_2 が存在する．

$$\|\Phi(\hat{\alpha})\| \leq c_2 \quad (49)$$

Λ_{ξ} の固有値の実部の最大値を $\bar{\lambda}_{\xi}$ とおく．不等式 (46)(49) と三角不等式を用いると式 (48) より次の不等式を得る．

(i) $\bar{\lambda}_v \neq \bar{\lambda}_{\xi}$ の場合

$$\|\tilde{\xi}(t)\| \leq e^{\bar{\lambda}_{\xi} t} \|\tilde{\xi}(0)\| + \frac{c_1 c_2}{\bar{\lambda}_v - \bar{\lambda}_{\xi}} \cdot \|C_v\| \cdot \left(e^{\bar{\lambda}_v t} - e^{\bar{\lambda}_{\xi} t} \right) \quad (50)$$

(ii) $\bar{\lambda}_v = \bar{\lambda}_{\xi}$ の場合

$$\|\tilde{\xi}(t)\| \leq e^{\bar{\lambda}_{\xi} t} \|\tilde{\xi}(0)\| + c_1 c_2 \cdot \|C_v\| \cdot t e^{\bar{\lambda}_{\xi} t} \quad (51)$$

Λ_{ξ} はフルビッツ行列であるから $\bar{\lambda}_{\xi} < 0$ なので、右辺の第 1 項は零に指数的に漸近収束し、第 2 項も $\bar{\lambda}_v < 0$ であるから零に指数的に漸近収束する．したがって $\tilde{\xi}$ は零に指数的に漸近収束する．

$\tilde{x}_v$ について、三角不等式を用いると次の不等式が成立する．

$$\begin{aligned} \|\tilde{x}_v\| &= \|(H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v) - H(\hat{\alpha})\tilde{\xi}\| \\ &\leq \|H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v\| + \|H(\hat{\alpha})\| \cdot \|\tilde{\xi}\| \end{aligned} \quad (52)$$

ここで式 (37) において、 W は正則行列で $\text{rank}(\Phi(\hat{\alpha})) = 3$ であり、 $\Phi(\hat{\alpha})$ の成分は有界なので、式 (37) で計算される $H(\hat{\alpha})$ も有界である．したがって、 $\|H(\hat{\alpha})\| \leq h$ を満たす正の定数 h が存在するので、次式が成立する．

$$\|\tilde{x}_v\| \leq \|H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v\| + h \cdot \|\tilde{\xi}\| \quad (53)$$

すでに示したように、 $H(\hat{\alpha})\tilde{\xi} + \tilde{x}_v, \tilde{\xi}$ は共に零に指数的に漸近収束するので、 $\tilde{x}_v$ も零に指数的に漸近収束する．ゆえに式 (33) の推定誤差ダイナミクスは指数漸近安定である．

5. 2 個のキャスト型オドメータを有する脚車輪型移動ロボット

本章では図 3 のキャスト型オドメータを搭載した、図 4 の脚車輪型移動ロボット⁽²⁶⁾を説明する．

5.1 脚車輪型移動ロボット

図 4 の脚車輪型移動ロボット⁽²⁶⁾は各脚に 3 軸の鉛直関節軸と駆動輪を有し、関節のサーボモータにより平面上の任意の位置で任意方向に車輪を配置できる全方向移動車両である．模式図を図 5 に示す．各脚のリンク長は車体側からそれぞれ 130 mm, 37 mm, 61 mm であり、車体の軸間距離は前後、左右共に 250 mm である．制御計算はオンボードの組込み CPU で行い、文献⁽²⁶⁾の逆運動学計算から関節軸の角度を指示するとともに、順運動学から車輪走行速度を計算して各脚の駆動モータ制御用ドライバに車輪の回転角速度を指示する．駆動モータ制御用ドライバは駆動輪に取り付けたロータリエンコーダで車輪の回転角度を計測して指示速度での回転を実現している．今回の実験に用いる路面の摩擦係数は約 0.3 と低いために、駆動輪にスリップと車輪横滑り角が定常的に生じる．したがって、車体重心の速度追従制御を実現するために、速度計測が必要になる．

 Fig. 4 Photograph of a leg / wheel robot ⁽²⁶⁾

Fig. 5 Coordinates of a leg / wheel robot

5.2 スリップ率と横滑り角

図5に座標系を示す．原点は車体重心， x 軸は車体前方， y 軸は車体左方とする． v_x, v_y, v_q は車体中心の並進速度と回転角速度である．脚に関する変数は，図を簡潔にするために左前の1脚だけを图示している．各脚の変数を表すために，左前，右前，左後，右後の順に添え字に，00, 01, 10, 11をつけることにする． $\bar{\delta}_{ij}$ ($i, j = 0, 1$)は指示操舵角度で x 軸に対する車輪の偏角を表し， $\bar{v}_{ij}$ は駆動輪への指示走行速度とする．車輪位置を (x_{ij}, y_{ij}) とみると，車輪位置の移動方向 δ_{ij} と移動速度 v_{ij} は次式で表現できる．

$$\delta_{ij} = \tan^{-1} \left(\frac{v_y + x_{ij}v_q}{v_x - y_{ij}v_q} \right) \quad (54)$$

$$v_{ij} = (v_x - y_{ij}v_q) \cos \bar{\delta}_{ij} + (v_y + x_{ij}v_q) \sin \bar{\delta}_{ij} \quad (55)$$

車輪にスリップが生じるので一般に $\delta_{ij} \neq \bar{\delta}_{ij}, v_{ij} \neq \bar{v}_{ij}$ である．各輪の横滑り角 β_{ij} ，スリップ率 s_{ij} は次式になる⁽²⁸⁾．

$$\beta_{ij} = \delta_{ij} - \bar{\delta}_{ij} \quad (56)$$

$$s_{ij} = \frac{v_{ij} - \bar{v}_{ij}}{\bar{v}_{ij}} \quad (57)$$

自動車では，横滑り角とスリップ率のフィードバック制御⁽²⁹⁾により，車体重心の並進速度と回転角速度の制御を行うことができるが，本研究でも同様に横滑り角とスリップ率をフィードバックに用いた速度制御を行う．

5.3 2台のキャスタ型オドメータ

車体の下に取り付けた，2台のキャスタ型オドメータの写真を図6と図7に示す．オドメータの車輪直径 $2R$ は26.5 mm，オフセット距離 d は16 mm，原点からキャスタ鉛直回転軸への距離 b は45 mmとした．滑らかに回転する車輪回転軸と鉛直回転軸に取り付けたエンコーダの仕様を表1に示す．車輪軸に取り付けたインクリメンタル型エンコーダ (Microtech Laboratory Inc. 製 MES-6-500PC) で車輪回転角度を 500 pulse/revolution の分解能で計測し，鉛直軸に取り付けたインクリメンタル型エンコーダ (同社製 MEH-20-1000P) で移動方向角度を 1000 pulse/revolution の分解能で計測する．データ取得のサンプリングタイムは4 ms である．図3の座標系原点と座標軸は図5の座標系原点と座標軸に一致させる．

Table 1 Specification of encoders

Type name	Travel distance	Direction
Manufacturer	Microtech Laboratory Inc.	
Model	MES-6-500PC	MEH-20-1000P
Output pulse number	500 P/R	1000 P/R
Output phase	A, B, and Z phase

Fig. 6 Front view of the caster odometer

Fig. 7 Bottom view of the caster odometer

5.4 速度モデル

図4の脚車輪型移動ロボットは、車体の速度ベクトル $y_v = [v_x, v_y, v_q]^T$ の目標値を与えると、オンボードの組み込みCPUで関節角度と車輪速度の運動学計算を行い⁽²⁶⁾、関節のサーボモータと駆動輪モータのドライバに指令値を送る。この際にモータ制御系の遅れなどによるダイナミクスが存在する。そこで、移動ロボットの速度ベクトル $y_v = [v_x, v_y, v_q]^T$ に対応する目標速度 $u = [u_x, u_y, u_q]^T$ にそれぞれ矩形波を入力した同定実験により、 u_x, u_y, u_q に対する v_x, v_y, v_q の応答波形を計測し、次の2次遅れ系でそれぞれモデル化する。

$$\mathcal{L}[v_i] = \frac{K_i \omega_i^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \mathcal{L}[u_i] \quad (58)$$

ここで K_i, ζ_i, ω_i ($i = x, y, q$) はそれぞれ、2次遅れ系の定常ゲイン、減衰係数、自然角周波数を表す正の定数である。すると、式(28)(29)の速度モデルの A_v, B_v, C_v は次式で表せる。

$$A_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_x^2 & 0 & 0 & -2\zeta_x \omega_x & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_y^2 & 0 & 0 & -2\zeta_y \omega_y & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_q^2 & 0 & 0 & -2\zeta_q \omega_q \end{bmatrix}, \quad B_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ K_x \omega_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & K_y \omega_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & K_q \omega_q^2 \end{bmatrix}, \quad C_v = [I_3 \quad O_{3 \times 3}] \quad (59)$$

同定したパラメータ K_i, ζ_i, ω_i ($i = x, y, q$) の値を速度モデルの出力誤差の標準偏差と共に表2に示す。

Table 2 Identified parameters of velocity model and standard deviation on identification error

i	K_i	ζ_i	ω_i	Standard deviation [m/s]
x	9.47×10^{-1}	3.85×10^{-1}	4.00×10^0	1.36×10^{-2}
y	9.12×10^{-1}	3.92×10^{-1}	4.56×10^0	6.32×10^{-3}
q	1.08×10^0	3.35×10^{-1}	4.33×10^0	7.35×10^{-2}

6. シミュレーションによる速度推定性能の比較

本章では5.3節のキャスタ型オドメータのモデルと5.4節の速度モデルを用いた数値シミュレーションで、提案するオブザーバと近似微分器の重心速度推定性能を比較して、提案するオブザーバの優位性を示す。さらに、式(56)(57)の車輪横滑り角とスリップ率の推定値も示す。ただし速度推定性能だけを比較するために、本章では車輪位置を固定して、脚車輪機構が及ぼす影響を除いた結果について議論する。

式(30)と、式(31)にエンコーダの観測ノイズ $n_\xi \in R^4$ を加えた次式を考える。

$$y_\xi = \begin{bmatrix} I_{4 \times 4} & O_{4 \times n_v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ x_v \end{bmatrix} + n_\xi \quad (60)$$

ここで n_ξ は a_l, a_r, s_l, s_r に加わる量子化誤差を再現する未知信号で、表1より a_l, a_r は $2\pi/1000 \text{ rad} \approx 6.28 \times 10^{-3} \text{ rad}$ 、 s_l, s_r は $26.5\pi \times 10^{-3}/500 \text{ mm} \approx 0.167 \text{ mm}$ の量子化幅で量子化された信号 y_ξ を観測するものとする。

Fig. 8 $\hat{a}_l$ and $\hat{a}_r$ (observer)

Fig. 9 $\hat{s}_l$ and $\hat{s}_r$ (observer)

Fig. 10 $\hat{v}_x$, $\hat{v}_y$, and $\hat{v}_q$ (observer)

Fig. 11 $\hat{v}_x$, $\hat{v}_y$, and $\hat{v}_q$ (app. diff.)

Fig. 12 $\tilde{v}_x$, $\tilde{v}_y$, and $\tilde{v}_q$ (observer)

Fig. 13 $\tilde{v}_x$, $\tilde{v}_y$, and $\tilde{v}_q$ (app. diff.)

Fig. 14 Norms of velocity estimation error: J_e

Fig. 15 Error of slip ratio and wheel slip angle

式 (30) と式 (60) に対して式 (32) の拡張 Luenberger オブザーバを適用した結果を図 8,9,10,12 に示す．オブザーバのパラメータについては， $\Lambda_{\xi} = -10I_4$ とし， L は $A_v - LC_v$ の極が -10 の 6 重根になるように極配置法で設計し，式 (37) の W はオフセット距離 $d = 16 \text{ mm}$ を用いて $W = \text{diag}(d, d, 1, 1)$ とした．初期値については， $\xi(0) = [0.2, -0.2, 0.02, -0.02]^T$ とし， $x_v(0), \hat{\xi}(0), \hat{x}_v(0)$ は全て零ベクトルにした．また速度ダイナミクスへの入力 $u = [0.5 + 0.2 \sin(t), 0.2 \cos(t), 0.4 + 0.2 \sin(t)]^T$ とした．図 8 は a_l, a_r の，図 9 は s_l, s_r の真値 (True) と推定値 (Estimated)，および量子化ノイズを含んだ計測値 (Measured) をそれぞれ示す．図 9 には推定誤差 (Est. error) のグラフも示す．図 10,12 には v_x, v_y, v_q の真値と推定値，推定誤差を示す．初期応答では過渡的に大きな推定誤差を生じるが，推定値は真値へと速やかに漸近収束していることが確認できる．比較対象として， ξ の計測値に近似微分器 $s/(0.01s + 1)$ をかけて推定した $\hat{\xi}$ を用いて， $W_a = W$ とした式 (13)(21) により推定した v_x, v_y, v_q のグラフと推定誤差を図 11,13 に示す．図 11 から初期応答でより大きな推定誤差が発生していることがわかる．さらに図 13 で，量子化誤差の影響を受けた高周波振動誤差と，周期が 2π の入力 u の影響を受けた同じ周期の推定誤差を確認できる．後者は， y_v を一定とした場合のシミュレーションでは現れないことを確認している．したがって y_v が時変の場合には，近似微分器の遅れによる $\hat{\xi}$ の推定誤差と $\Phi(\alpha)$ の部分の非線形性が，式 (13) を通じて求めた y_v の推定値に影響したと考えられる．一方で図 12 のオブザーバでは，推定誤差は u の周期的な変化の影響は少ない． a_l, a_r の変化が小さい $t = 0.4, 3.8, 6.1, 10.1, 12.4 \text{ s}$ 近傍では a_l, a_r の量子化誤差による偏差が大きくなり，オブザーバと近似微分の両方で推定偏差が増大するが，この場合もオブザーバの方が推定誤差が小さい．性能を定量的に評価するために，推定誤差 $\tilde{v}_i := \hat{v}_i - v_i$ ($i = x, y, q$) のノルム積分値として

$$J_e(t) = \int_0^t \{ \tilde{v}_x(\tau)^2 + \tilde{v}_y(\tau)^2 + b^2 \tilde{v}_q(\tau)^2 \} d\tau \quad (61)$$

をオブザーバと近似微分で評価したグラフを図 14 に示す． J_e では v_q [rad/s] を v_x, v_y [m/s] と共に評価するために，車体固定座標系原点からキャストの鉛直回転軸への距離 $b = 45 \text{ mm}$ を $\tilde{v}_q$ にかけている．オブザーバと近似微分は共に，初期応答で J_e は大きく増加した後は一定速度で増加している．明らかにオブザーバの推定誤差は近似微分より小さいことを確認できる．最後にスリップ率と横滑り角への影響を確認するために，車輪位置 (255 mm, 223 mm) における横滑り角の式 (56) とスリップ率の式 (57) について，オブザーバまたは近似微分で推定した v_x, v_y, v_q を用いて計算した値の真値からの誤差を図 15 に示す．定常応答値を確認するために $-0.03 \sim 0.05$ の範囲を表示している．定常状態に入ったと思われる 2 s 以降で比較すると，オブザーバでは，横滑り角の推定誤差の絶対値が最大で 0.005 rad，スリップ率の推定誤差の絶対値の最大値が 0.002 と抑えられている．しかし近似微分では，横滑り角の推定誤差の絶対値が最大で 0.025 rad，スリップ率の推定誤差の絶対値の最大値が 0.028 となり，明らかに大きくなっている．この様に提案する非線形オブザーバが近似微分と比較して，優れた速度推定性能を有することを確認できた．

7. 脚車輪型移動ロボットの速度フィードバック制御

5 章で説明した脚車輪型移動ロボットは，3 軸スカル関節のサーボモータの速度飽和や駆動モータのバックラッシュのために，近似微分を速度フィードバック制御に直接に用いると，高いフィードバックゲインでは自励振動が生じる問題があった．このため過去の研究⁽²⁷⁾では近似微分した推定値に，時定数が 10 ms と 54 ms の 1 次ローパスフィルタを 2 回用いて振動成分を除去し，低周波数成分のみをフィードバック制御に用いていた．本章では提案手法の有効性を示す事例として，近似微分を直接用いると自励振動が生じるフィードバックゲインに対して，提案するオブザーバを使用することにより，自励振動を生じずに目標速度追従制御を実現した実験結果を示す．

7.1 脚車輪型移動ロボットの速度フィードバック制御系

オブザーバを含めた制御システム全体のブロック線図を図 16 に示す．図を簡潔にするために，4 脚のうち 1 脚の部分だけを記載している．図中の Vehicle dynamics は移動ロボットの動力学を表し，その結果として生じる車両重心速度ベクトル y_v が，式 (11) で表されるキャスト車輪のダイナミクス (Caster wheel dynamics) に入力され，車輪の移動方向角度 a_l, a_r と移動距離 s_l, s_r を出力する．ロータリエンコーダ (Rotary encoder) を通じて計測したこれらの値と速度ダイナミクスへの入力 u を用いて，式 (32) の拡張 Luenberger オブザーバ (Extended Luenberger

Fig. 16 System configuration diagram of the leg/wheel mobile robot

observer) によって y_v の推定値の $\hat{y}_v$ を計算する．式 (54)(55) に対して $\hat{y}_v$ を用いた順運動学計算 (Vehicle forward kinematics) により，車輪位置の推定移動方向角度 $\hat{\delta}_{ij}$ と推定移動速度 $\hat{v}_{ij}$ ($i, j = 0, 1$) を求める．同様に，目標速度 $y_v^* = [v_x^*, v_y^*, v_q^*]^T$ を用いた順運動学計算 (Vehicle forward kinematics) により，車輪位置の目標操舵角度 δ_{ij}^* と目標移動速度 v_{ij}^* を計算し $\hat{\delta}_{ij}, \hat{v}_{ij}$ との差を求めて，下記の PI 制御則により操舵角度 $\tilde{\delta}_{ij}$ と車輪の走行速度 $\tilde{v}_{ij}$ を定める⁽²⁷⁾．

$$\tilde{\delta}_{ij} = \delta_{ij}^* - k_P^\delta (\hat{\delta}_{ij} - \delta_{ij}^*) - k_I^\delta \int_{t_0}^t (\hat{\delta}_{ij}(\tau) - \delta_{ij}^*(\tau)) d\tau \quad (62)$$

$$\tilde{v}_{ij} = v_{ij}^* - k_P^v (\hat{v}_{ij} - v_{ij}^*) - k_I^v \int_{t_0}^t (\hat{v}_{ij}(\tau) - v_{ij}^*(\tau)) d\tau \quad (63)$$

ここで， $k_P^\delta, k_I^\delta, k_P^v, k_I^v$ は正の定数である． $\tilde{\delta}_{ij}$ から計算した 3 軸の関節角度を各軸のサーボモータに指示し，駆動モータには走行速度 $\tilde{v}_{ij}$ を指示する．4 脚の $\tilde{\delta}_{ij}, \tilde{v}_{ij}$ から逆運動学計算により重心の指示速度を計算し，拡張 Luenberger オブザーバの入力 u として用いる．

7.2 横滑り角とスリップ率を用いた速度追従制御実験

x, y 方向速度の目標値をそれぞれ， $v_x^* = 0.75$ m/s, $v_y^* = 0.00$ m/s，回転角速度の目標値を $v_q^* = 0.75$ rad/s とし，定常円旋回実験により，提案手法の有効性を検証する．車輪スリップ率に関する車輪移動速度のフィードバック係数をそれぞれ $k_P^v = 1.0, k_I^v = 0.2$ ，車輪横滑り角に関する操舵角度のフィードバック係数をそれぞれ $k_P^\delta = 0.7, k_I^\delta = 0.3$ とする．これらのフィードバック係数は小さい値から，十分な速度追従性能が得られるまで増加させながら試行錯誤的に決定した．オブザーバのパラメータは 6 章のシミュレーションと同じ値に設定した．

 Fig. 17 v_x, v_y , and v_q (approximated differentiation)

 Fig. 18 v_x, v_y , and v_q (extended Luenberger observer)

Fig. 19 s_l and s_r (approximated differentiation)

Fig. 20 s_l and s_r (extended Luenberger observer)

Fig. 21 a_l and a_r (approximated differentiation)

Fig. 22 a_l and a_r (extended Luenberger observer)

Fig. 23 $\bar{\delta}_{ij}$ (approximated differentiation)

Fig. 24 $\bar{\delta}_{ij}$ (extended Luenberger observer)

Fig. 25 $\bar{v}_{ij}$ (approximated differentiation)

Fig. 26 $\bar{v}_{ij}$ (extended Luenberger observer)

Table 3 Error RMS

	v_x	v_y	v_q
Approximated differentiation	2.00×10^{-2}	9.16×10^{-2}	1.43×10^{-1}
Nonlinear Luenberger observer	9.60×10^{-3}	2.18×10^{-3}	2.42×10^{-2}

近似微分を用いて計算した重心速度によるフィードバック制御の実験結果を図 17,19,21,23,25 に示す．オブザーバにより推定した重心速度を用いたフィードバック制御の実験結果を図 18,20,22,24,26 に示す．推定性能を同じ基準で比較するために，いずれの実験でも近似微分器とオブザーバを並列に動作させ，推定結果をデータにしている．図 17,18 は v_x, v_y, v_q の目標値 (Target)，近似微分器による推定値 (App. diff.)，オブザーバによる推定値 (Estimated) を示している．図 17 から，近似微分器によりフィードバック制御した場合は目標値を中心に大きな振動を伴う偏差を生じていることが確認できる．一方で図 18 から，オブザーバによりフィードバック制御した場合は目標値によく追従している．並列して計算した近似微分器による速度推定のデータからも，オブザーバによる推定値を用いたフィードバック制御の結果が近似微分器の結果より優れていることを確認できる．図 19,20 は s_l, s_r のグラフを示し，オブザーバの性能検証のために推定値 $\hat{s}_l, \hat{s}_r$ とその推定誤差 $\tilde{s}_l, \tilde{s}_r$ も示している．図 21,22 に a_l, a_r の応答を示す．オブザーバの性能検証のために推定値 $\hat{a}_l, \hat{a}_r$ も示している．図 23,24 に指令操舵角 $\delta_{ij} (i, j = 0, 1)$ を示す．また図 25,26 に指令車輪走行速度 $\bar{v}_{ij} (i, j = 0, 1)$ を示す．いずれも近似微分器を用いたフィードバック制御では振動的な値になっている一方で，オブザーバによるフィードバック制御では滑らかな値になっていることが確認できる． v_x, v_y, v_q について，その目標値との誤差 RMS を表 3 に示す．追従性能を比較するために，近似微分器とオブザーバを用いたフィードバック制御のいずれの結果についても，オブザーバによる推定値を用いて計算した．近似微分器による推定値をフィードバック制御に用いた場合と比較して，オブザーバによる推定値をフィードバック制御に用いた場合には， v_x は約 48%， v_y は約 2%， v_q は約 16% に追従誤差を抑制できている．

近似微分と提案手法のオブザーバで，速度追従性能の差が生じた理由を考察する．6 章のシミュレーションで示した様に，近似微分により車体速度を推定すると，量子化誤差による振動的な推定誤差や，近似微分器の遅れと式 (13) の非線形性による y_v に依存した推定誤差を生じる．そのため，フィードバック制御の実験においても，車両の並進速度や回転角速度の推定値に振動的な推定誤差が生じ，それらを用いてフィードバック制御をした結果，3 軸スカル関節のサーボモータの速度飽和や駆動モータのバックラッシュによって，脚車輪部分の高次振動モードが励起されて自励振動が発生し，大きな速度追従偏差を生じたと考えられる．一方で，提案する非線形オブザーバにより車両の速度を推定した場合は，量子化誤差や y_v の影響が軽減され，車体速度の推定誤差は小さい．そのため指示操舵角や指示車輪速度が滑らかに変化し，前述の高次振動モードが励起されることなく，より精度の高い速度追従制御が可能になったと考えられる．したがって，提案する非線形オブザーバによる推定は，脚車輪型移動ロボットの速度追従制御においても有効であることが確認された．

8. お わ り に

本研究では，ロータリエンコーダなど回転角度を計測するセンサを備えたキャスト型オドメータで，速度推定を行うための非線形オブザーバを提案した．提案手法は，平面上での移動距離を計測するキャスト型オドメータに適用可能である．また，提案するオブザーバの拡張推定誤差ダイナミクスが，指数的漸近収束性を有することを証明した．さらに全方向移動が可能な脚車輪型移動ロボットに対して，キャスト型オドメータを用いた車体移動速度推定を行った．ロータリエンコーダの量子化誤差を考慮したシミュレーションにおいて，近似微分器と比較して，オブザーバは優れた推定精度を有することを示した．さらに，脚車輪型移動ロボットによる目標速度追従フィードバック制御実験を行い，提案手法を利用することで，より優れた追従性能を達成できる事例を示した．今後の課題は，剛性の高い車両における提案手法の検証と，速度モデルのモデル化誤差に対するオブザーバのロバスト性の向上，および，脚車輪型移動ロボットの速度追従制御則の改善である．

謝 辞

本研究の一部は平成 23 年度科研費補助金(基礎研究 C, 21560475)により実施しました。また東京都市大学の鈴木勝正教授からは多くの助力を頂きました。そして査読者の方には大変に有益なコメントをいただきました。ここに感謝申し上げます。

文 献

- (1) 和田 正義, 森 俊二, “ ホロノミック全方向移動ロボットの開発 ”, Vol. 15, No. 8 (1997), pp. 1139-1146.
- (2) 和田 正義, “ アクティブキャストを用いた全方向移動ロボットのモデル化と制御 ”, Vol. 25, No. 7 (2007), pp. 1100-1107.
- (3) 山田 隆明, “ アクティブ双輪キャスト機構を有するホロノミック全方向移動ロボットの動的制御 ”, 日本ロボット学会誌, Vol. 20, No. 2 (2002), pp. 65-73.
- (4) 牛見宜博, 山本元司, 毛利彰, “ 全方向移動ロボットのための 2 輪キャスト型オドメータの開発 ”, 日本ロボット学会誌, Vol. 21, No. 8 (2003), pp. 909-915.
- (5) Gracia L., Tornero J., “ Kinematic modeling and singularity of wheeled mobile robots ”, *Advanced Robotics*, Vol. 21, No. 7 (2007), pp. 793-816.
- (6) 小森谷 清, “ 移動ロボットの位置決め技術 ”, 精密工学会誌, Vol. 65, No. 10 (1999), pp. 1402-1406.
- (7) 前山 祥一, 大矢 晃久, 油田 信一, “ 移動ロボットの屋外ナビゲーションのためのオドメトリとジャイロのセンサ融合によるデッドレコニング・システム ”, 日本ロボット学会誌, Vol. 15, No. 8, (1997), pp. 1180-1187.
- (8) Adam A., Rivlin E., Rotstein H., “ Fusion of fixation and odometry for vehicle navigation ”, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, Vol. 29, No. 6 (1999), pp. 593-603.
- (9) Watanabe Y., Yuta S., “ Position estimation of mobile robots with internal and external sensors using uncertainty evolution technique ”, *Proceedings of 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (1990), pp. 2011-2016.
- (10) 橋本 雅文, 大場 史憲, 藤川 泰司, 今牧 和敏, 西田 哲生, “ レーザ位置計測とデッドレコニングの統合による車輪型移動ロボットの位置推定法 ”, 日本ロボット学会誌, Vol. 11, No. 7, (1993), pp. 96-106.
- (11) Borenstein, J., Liqiang Feng, “ Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots ”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 6, (1996), pp. 869-880.
- (12) Doh Nakju, Choset Howie, Chung Wan, “ Relative localization using path odometry information ”, *Autonomous Robots*, Vol. 21, No. 2 (2006), pp. 143-154.
- (13) 前山 祥一, 大矢 晃久, 油田 信一, “ 移動ロボットのための遡及的現在位置推定法 処理時間を要する外界センサデータの利用 ”, 日本ロボット学会誌, Vol. 15, No. 7, (1997), pp. 115-121.
- (14) 関森 大介, 宮崎 文夫, “ 複数の光学マウスセンサを用いた移動ロボットのデッドレコニング ”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 41, No. 10, (2005), pp. 775-782.
- (15) 樋口 宗明, 中村 文一, 西谷 紘一, “ 初期状態オブザーバを用いた移動体の自己位置推定法 ”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 43, No. 5, (2007), pp. 347-356.
- (16) 坂田 晃一, 藤本 博志, “ 量子化誤差低減のための移動差分ロングサンプリングオブザーバの提案 ”, 電気学会研究会資料 IIC, 産業計測制御研究会, (2009), pp. 19-24.
- (17) Aoki Y., Uchida T., Hori Y., “ Experimental demonstration of body slip angle control based on a novel linear observer for electric vehicle ”, *The 31st Annual Conference on Industrial Electronics Society of IEEE*, (2005), pp. 2620-2625.
- (18) 鈴木 亨, 藤本 博志, “ 車体速度と加速度検出不要な電気自動車の減速時におけるスリップ率推定と回生ブレーキ制御 ”, 電気学会論文誌 D, Vol. 130, No. 4, (2010), pp. 512-517.
- (19) 森 善一, 中野 栄二, 高橋 隆行, 高山 訓治, “ 新しい全方向移動台車 ODV9 の機構とその走行モードについて ”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 64, No. 619 (1998), pp. 951-958.

- (20) 中野 栄二, 小森谷 清, 米田 完, 高橋 隆行, “ 高知能移動ロボティクス ”, 講談社, (2004).
 - (21) Zeitz, M., “The extended Luenberger observer for nonlinear systems”, *Systems and Control Letters*, Vol. 9, Issue 2 (1987), pp. 149-156.
 - (22) 大屋 勝敬, 和田 慎, 小林 敏弘, “ 速度推定オブザーバを用いた車輪型移動ロボットのロバスト軌道追従制御 ”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 40, No. 4, (2004), pp. 474-476.
 - (23) Chenier F., Bigras P., Aissaoui R., “ An Orientation Estimator for the Wheelchair’s Caster Wheels ”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 19, No. 6 (2011), pp. 1317-1326.
 - (24) Siegwart K., Nourbakhsh I.R., Scaramuzza D., “ Introduction to Autonomous Mobile Robots, Second Edition ”, *The MIT Press*, (2011), pp. 1139-1146.
 - (25) 岩井善太, 井上昭, 川路茂保, “ オブザーバ ”, コロナ社, (1988), pp. 118-123.
 - (26) Nonaka K., “ Nonlinear Tracking Control and Leg Optimal Allocation for Wheeled Mobile Robots with 3DOF SCARA Legs ”, *The 9th International Conference on Motion and Vibration Control*, (2008).
 - (27) Watanabe Y., Nonaka K., “ Slip Measurement and Vehicle Control for Leg/Wheel Mobile Robots using Caster Type Odometers ”, *2011 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, (2011), pp. 681-686.
 - (28) 安部正人, “ 自動車の運動と制御 ”, 山海堂, (1992), p. 65.
 - (29) 服部義和, “ 制駆動力と操舵をどう制御するのか? ”, 計測と制御, Vol. 45, No. 3, (2006), pp. 191-196.
-