内部抵抗を考慮した圧電素子のインピーダンス計測のみに基づく センサレスパラメータ推定*

高木 賢太郎^{*1}, 山田 靖高^{*2}, 井上 剛志^{*1}

Sensorless Parameter Estimation of Piezoelectric Elements with the Consideration of the Internal Resistance Only Based on Impedance Measurement

Kentaro TAKAGI^{*1}, Yasutaka YAMADA and Tsuyoshi INOUE

^{*1} Dept. of Mechanical Science and Engineering, Nagoya University
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, Aichi, 464-8603 Japan

A sensorless parameter estimation method for piezoelectric structures is proposed. Compared with the conventional method, this paper introduces a lossy electrical model that takes the internal resistance of piezoelectric structures into consideration. A new electrical impedance transfer function for piezoelectric structures is obtained. Parameter estimation method using linear and nonlinear frequency-domain least squares methods are discussed only based on impedance measurement. In the experiment for estimating parameters, the electrical impedance of the piezoelectric element is highly affected by the relative humidity. It is verified that the frequency response of the identified model shows a good agreement with that of the measured impedance, in contrast to that the conventional model could not perform accurate estimation. The accuracy of the estimated parameters are also investigated by damping experiments with a tuned LR shunt circuit.

Key Words : Piezo-Element, Modeling, Parameter Estimation, System Identification, Smart Structure, Vibration Control

1. は じ め に

シャント回路と呼ばれる外部電気回路を接続した圧電素子を用いて構造物の受動的制振を行う方法がある⁽¹⁾。この方法を用いると、抵抗素子を用いる場合には機械的なダンパと同様な効果をもち、またインダクタと抵抗からなる LR 回路を用いる場合には動吸振器と同様な効果をもつことが知られている⁽²⁾。しかしながらこの方法は受動性から系の安定性は保証される反面、機械的な動吸振器と同様、共振を利用して制振を行うために系の不確かさや変動に対して制振性能が敏感であることが知られている⁽³⁾。そのため、よい制振性能を得るには圧電素子と構造物からなる系の精密なパラメータ推定が不可欠である。

圧電シャント制振のためのパラメータ推定に関連する従来の研究として、はじめに Hagood と von Flotow は圧電素子の端子間を短絡したときと開放したときで構造物の固有振動数が変化することを利用し、電気機械結合係数を求める方法を提案した⁽⁴⁾。しかしながら固有振動数の変化はわずかであり計測誤差の影響を受けやすいと考えられる。そこで山田らはインダクタを用いた共振を利用することで、電気機械結合係数を精度よく推定することに成功している⁽⁵⁾。Porfiri らは山田らと同様の手法を用いて電気機械結合係数を推定し、また複数のモードを考慮すると圧電素子の静電容量が振動モードごとにわずかに異なる可能性を指摘しモードキャパシタンスを定義した⁽⁶⁾。ところで、パラメータを推定する際には振動を計測するセンサや加振のためのアクチュエータが通常必要となるが、センサやアクチュエータを用いないパラメータ推定法も提案されている。高木らは静電容量が既知であると仮定してセルフセンシング手法を利用することにより、電気的計測のみに基づいて電気機械結合係数を推定する手法を導いた⁽⁷⁾。菅原らはセルフセンシング手法とインダクタによる共振を用いた山田らの手法を組み合わせ、

* 原稿受付 2011 年 10 月 31 日

^{*1} 正員, 名古屋大学 大学院工学研究科 機械理工学専攻 (〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町)

^{*2} 学生員, 名古屋大学 大学院工学研究科 機械理工学専攻

E-mail: takagi@nuem.nagoya-u.ac.jp

電気機械結合係数の推定に成功している⁽⁸⁾．そして Kim らは，あらかじめ既知のパラメータやインダクタなどを必要としない電氣的計測のみに基づく方法として，電気インピーダンスの計測だけで LR シャント回路を調整することを提案した⁽⁹⁾．しかし文献⁽⁹⁾では複数モードのモデル化や計測したインピーダンスと物理パラメータとの関係式は示されていない．そこで高木らは，圧電素子の静電容量や電気機械結合係数など制振に必要なすべてのパラメータを，電気インピーダンスの計測のみに基づいて推定する方法を提案した⁽¹⁰⁾．この手法は圧電・逆圧電効果を考慮した圧電素子のパラメータを含むインピーダンスのモデルを巧みに推定則に利用することにより，電気インピーダンスの計測データだけからパラメータ推定を行うものである．計測用のセンサ・アクチュエータが不要なうえ，電子インダクタなどの共振回路を必要としないため，センサレスのパラメータ推定法として有用であると期待される．ところが，文献⁽¹⁰⁾の手法ではパラメータ推定が適切にできない場合があることがわかった．

本論文は，文献⁽¹⁰⁾のモデルでは圧電素子内部の電氣的損失が考慮されていないためパラメータ推定が適切にできない場合があることを明らかにする．そこで，電氣的損失を考慮したモデルを新たに導入することにより，従来の推定手法では適切なパラメータ推定ができない圧電素子に対しても適用可能な，電気インピーダンスの計測のみに基づくパラメータ推定手法を提案する．

本論文の構成は以下の通りである．まず，圧電素子の電氣的な損失として，高周波と低周波でそれぞれ支配的となる 2 種類の内部抵抗を考慮する．そして，内部抵抗を考慮しかつ複数の振動モードも含んだ新たな電気インピーダンスのモデルを導出する．続いて，得られた多モードの電気インピーダンスモデルを単一モードに近似し，その低次元化されたモデルをもとに周波数領域の最小 2 乗法に基づくパラメータ推定法を提案する．提案手法の有効性は実験によって確認する．本論文の実験で使用する圧電セラミクスは湿度によってインピーダンスが大きく変化するものを用いる．そのため，実験条件によって内部抵抗がインピーダンスに与える影響を無視することができない．実際に実験において，共振周波数付近を除けば理想的にはほぼ $-90[\text{deg}]$ であるはずの圧電素子のインピーダンスの位相が， $-50[\text{deg}]$ 程度になる場合もあることが観察できる．そのように内部抵抗が無視できない場合も提案手法によってパラメータ推定が可能であることを実証するため，パラメータ推定によって得られた同定モデルの周波数応答が計測データによく一致することを示し，推定したパラメータの確からしさを確認する．さらに，推定パラメータのわずかな誤差が受動制振回路の設計に与える影響についても制振実験により検証する．

2. モデル化

2.1 機械系モデル

圧電素子や圧電材料を埋め込んだ構造物，すなわち圧電構造物の機械的な特性についてモデル化を行う⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾．圧電構造物の振動に関する機械的な特性を表す系を，本論文では機械系と呼ぶことにする．本論文では線形振動を仮定し，また構造物は一般に無数の振動モードを持つものとして，機械系はモード展開された形式で次のように表現できると仮定する．

$$\mathbf{y}(t, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \eta_i(t) \phi_i(\mathbf{r}) \quad (1)$$

ここで t は時刻， $\mathbf{r}$ は位置変数， $\mathbf{y}(t, \mathbf{r})$ は構造物の振動変位， $\eta_i(t)$ はモード変位， $\phi_i(\mathbf{r})$ はモード形状関数である．添字 i はモードの番号を表し，モード変位 $\eta_i(t)$ の動特性は図 1 に示す 1 自由度系として等価的に表すことができる．図 1 中の変数とパラメータを表 1 と表 2 にまとめる．

Table 1 Variables of the mechanical model

$\eta_i(t)$	Modal Displacement [m]
$u_i(t)$	Modal Force by the Inverse Piezoelectric Effect [N]
$d(t)$	External Force [N]
$v_a(t)$	Terminal Voltage of the Piezoelectric Element [V]

Table 2 Parameters of the mechanical model

m_i	Modal Mass [kg]
c_i	Modal Damping Coefficient [Ns/m]
k_i	Modal Stiffness [N/m]
ϕ_i^d	Modal Participation Factor of d [-]

2.2 電気系モデル

圧電素子の電氣的特性を表す系のことを本論文では電気系と呼ぶ．従来の研究では多くの場合図 2 に示すような等価回路が用いられており，圧電素子の電氣的特性の主要な部分は圧電効果を表す電流源（もしくは電圧源）と拘束静電容量によってモデル化される⁽¹¹⁾⁽⁴⁾⁽⁶⁾．ここで拘束静電容量とは，図 2 中の圧電効果による電流 i_p が恒等

Fig. 1 Mechanical model of the i -th mode

的に 0 にしたとき ($i_p \equiv 0$) の、すなわちモード変位が拘束されたときの静電容量として定義される．しかしながら圧電効果とキャパシタのみを考慮したこのような理想的なモデルでは、実際のインピーダンスの応答を再現できない場合がある．なお、従来の理想的なモデルでは再現できないようなインピーダンスの応答は後述の実験にて示す．そこで本研究では、理想モデルでは再現できない応答が圧電素子内部の電気的な損失に起因すると仮定して、損失を内部抵抗として考慮したインピーダンスのモデル化とそれに基づくパラメータ推定法を提案する．

図 3 に本論文で用いる電気系モデルを示す．図 3 中の変数とパラメータは表 3 と表 4 に示す．図 3 において、拘束静電容量 C^S に対して直列な抵抗 R_{p1} は誘電損失⁽¹²⁾などの高周波における損失を表し、また並列な抵抗 R_{p2} は漏れ電流⁽¹³⁾などの低周波における損失を考慮するためのものである．そのため、 R_{p2} は R_{p1} に比べ相対的に大きく、 $R_{p2} \gg R_{p1}$ であると仮定する．なお、さらに一般的に電極抵抗なども考慮し、端子側に直列に抵抗素子（たとえば R_{p3} と表記する）を追加したモデルも考えられる．しかしながら R_{p3} の影響は R_{p1} と似て高周波であらわれ、また電極抵抗 R_{p3} は R_{p2} に比べて通常十分に小さいと考えられるため、本論文では R_{p1} のみ考慮し R_{p3} を考慮しないものとした．なお、図 3 において $R_{p1} \rightarrow 0$ 、 $R_{p2} \rightarrow \infty$ とおくと、図 3 のモデルは図 2 のモデルに漸近するため、本論文で用いる電気系のモデルは従来のモデルを包含している． R_{p2} と R_{p1} がインピーダンスに与える影響については後述の数値例にて議論する．

Fig. 2 Conventional ideal electrical model

Fig. 3 Proposed electrical model

Table 3 Variables of the electrical model

$v_a(t)$	Terminal Voltage of the Piezoelectric Element [V]
$v_p(t)$	Internal Voltage of the Piezoelectric Element [V]
$i_a(t)$	Terminal Current of the Piezoelectric Element [A]
$i_{a1}(t)$	Internal Current of the Piezoelectric Element [A]
$i_{a2}(t)$	Internal Current of the Piezoelectric Element [A]
$i_p(t)$	Internal Current Induced by the Piezoelectric Effect [A]

Table 4 Parameters of the electrical model and the electromechanical coupling coefficient

C^S	Constrained Capacitance of the Piezoelectric Element [F]
R_{p1}	Internal Resistance of the Piezoelectric Element [Ω]
R_{p2}	Internal Resistance of the Piezoelectric Element [Ω]
ψ_i	Modal Electromechanical Coupling Coefficient [N/V], [C/m]

2.3 全体系の支配方程式

図1, 図3に示した機械系および電気系の支配方程式, ならびに電気機械結合を表す圧電・逆圧電効果の式を示し, 全体系の支配方程式を導く. まず機械系について, 第 i 次振動モードの運動方程式は次のように表される.

$$m_i \ddot{\eta}_i(t) + c_i \dot{\eta}_i(t) + k_i \eta_i(t) = -u_i(t) + \phi_i^d d(t) \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

式(2)の両辺を m_i で除すと, 第 i 次振動モード運動方程式は

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2 \eta_i(t) = -\frac{u_i(t)}{m_i} + \frac{\phi_i^d}{m_i} d(t) \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

となる. ここで, 第 i 次のモード減衰比 ζ_i と固有振動数 ω_i をそれぞれ次のように定義した.

$$\zeta_i := \frac{c_i}{2\sqrt{m_i k_i}}, \quad \omega_i := \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} \quad (4)$$

機械系と電気系は圧電効果と逆圧電効果によって相互に結合しており, その効果をモード空間で表現すると次式で表される.

$$u_i(t) = \psi_i v_p(t) \quad (5)$$

$$i_p(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i \dot{\eta}_i(t) \quad (6)$$

最後に電気系の支配方程式は図3から次のような式が得られる.

$$v_p(t) = \frac{1}{C^S} \int (i_p(t) + i_{a1}(t)) dt \quad (7)$$

$$i_a(t) - i_{a1}(t) - i_{a2}(t) = 0 \quad (8)$$

$$v_a(t) - R_{p2} i_{a2}(t) = 0 \quad (9)$$

$$v_a(t) - v_p(t) - R_{p1} i_{a1}(t) = 0 \quad (10)$$

式(3)~(10)が, 系全体の支配方程式である.

2.4 電気インピーダンスの多モードモデル

以降の議論では, 外力 $d \equiv 0$ とし, シャント回路を接続せずに圧電素子の電極端子において v_a, i_a を計測する場合を考える. ここで, i_a から v_a までの伝達関数であるインピーダンスを $Z_{v_a i_a}(s)$ とおく. 式(3)~(10)をラプラス変換して整理すると次式が得られる.

$$Z_{v_a i_a}(s) = \frac{1}{R_{p2}^{-1} + (R_{p1} + Z_p(s))^{-1}} \quad (11)$$

ここで $Z_p(s)$ は i_{a1} から v_p までの伝達関数であり, 次式で表される.

$$Z_p(s) = \frac{1}{s \left(C^S + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{\psi}_i^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \right)} \quad (12)$$

また $\bar{\psi}_i$ はモード質量により正規化されたモード電気機械結合係数であり, 次式で定義する.

$$\bar{\psi}_i := \frac{\psi_i}{\sqrt{m_i}} \quad (13)$$

式(11), (12)から, 圧電素子のインピーダンスには拘束静電容量 C^S , 圧電効果を表すパラメータ $\bar{\psi}_i$, 機械系のパラメータ ζ_i, ω_i が含まれていることがわかる. したがって, 電気インピーダンスの計測によりこれらのパラメータが推定できると考えられる.

2.5 電気インピーダンスの単一モード近似モデル

式 (11), (12) をみるとインピーダンスには無数のモードが含まれており, このままでは推定に用いにくい. そこで, 着目する単一のモードだけでインピーダンス伝達関数の近似を行うことを考える⁽¹⁰⁾. 以降ではパラメータ推定対象とするモードを第 n 次モードとする. 第 n 次モードは, 固有値の重複がなく縮退しておらず, また隣りある第 $n-1$ 次と第 $n+1$ 次のモードどちらにも近接していない ($\omega_{n-1}/\omega_n \ll 1, \omega_n/\omega_{n+1} \ll 1$) と仮定する.

式 (12) の分母について, 着目する第 n 次モードの項とそれ以外の項とにわけると,

$$Z_p(s) = \frac{1}{s \left(C^S + \frac{\bar{\psi}_n^2}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} + \Delta_{(n)}(s) \right)} \quad (14)$$

ここで, $\Delta_{(n)}(s)$ は次式のように定義する.

$$\Delta_{(n)}(s) := \sum_{i=1, i \neq n}^{\infty} \frac{\bar{\psi}_i^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (15)$$

本論文では, 式 (11), (12) に示す $Z_{v_a i_a}, Z_p$ をそれぞれ次式のように $\hat{Z}_{v_a i_a}, \hat{Z}_p$ として近似する.

$$Z_{v_a i_a}(s) \approx \hat{Z}_{v_a i_a}(s) = \frac{1}{R_{p2}^{-1} + (R_{p1} + \hat{Z}_p(s))^{-1}} \quad (16)$$

$$Z_p(s) \approx \hat{Z}_p(s) = \frac{1}{s \left(C_{(n)} + \frac{\bar{\psi}_n^2}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} \right)} \quad (17)$$

式 (14) から式 (17) の導出において, 第 n 次モード付近の周波数で $\Delta_{(n)}(s)$ を定数で近似できると仮定し, 第 n 次モード付近の周波数における静電容量を第 n 次のモードキャパシタンス $C_{(n)}$ を用いて近似した.

$$C^S + \Delta_{(n)}(s) \approx C_{(n)} \quad (18)$$

ここで, モードキャパシタンス $C_{(n)}$ は次式のように定義される⁽¹⁰⁾.

$$C_{(n)} := C^S + \sum_{i=1, i \neq n}^{\infty} \frac{\bar{\psi}_i^2}{-(\omega_n^D)^2 + \omega_i^2} \quad (19)$$

ここで ω_n^D は圧電素子の端子間開放時の第 n 次モード固有角振動数である. なお第 n 次モードキャパシタンスとは第 n 次モード以外からの圧電・逆圧電効果によって生じる影響を考慮した静電容量である⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾. また, $C_{(n)}$ や $\bar{\psi}_n$ と第 n 次モードの一般化電気機械結合係数 K_n との関係は次式で与えられる⁽⁴⁾⁽¹⁰⁾.

$$K_n^2 = \frac{\bar{\psi}_n^2}{C_{(n)} \omega_n^2} \quad (20)$$

さて最後に次節のパラメータ推定のため式 (16) の係数を具体的に示す. 式 (16) を有理式で表したときの分母多項式, 分子多項式をそれぞれ $g_{\text{den}}, g_{\text{num}}$ として定義しておく.

$$\hat{Z}_{v_a i_a}(s) = \frac{g_{\text{num}}(s)}{g_{\text{den}}(s)} \quad (21)$$

$$g_{\text{num}}(s) := \frac{R_{p1} C_{(n)}}{\omega_n^2} s^3 + \frac{1 + 2\zeta_n \omega_n R_{p1} C_{(n)}}{\omega_n^2} s^2 + \frac{R_{p1} (C_{(n)} \omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2) + 2\zeta_n \omega_n}{\omega_n^2} s + 1 \quad (22)$$

$$g_{\text{den}}(s) := \frac{(R_{p1} R_{p2}^{-1} + 1) C_{(n)}}{\omega_n^2} s^3 + \frac{2\zeta_n \omega_n (R_{p1} R_{p2}^{-1} + 1) C_{(n)} + R_{p2}^{-1}}{\omega_n^2} s^2 + \frac{(R_{p1} R_{p2}^{-1} + 1) (C_{(n)} \omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2) + 2\zeta_n \omega_n R_{p2}^{-1}}{\omega_n^2} s + R_{p2}^{-1} \quad (23)$$

図 2 に示した従来のモデルでは $R_{p2} = \infty$ であり, また推定される R_{p2} が非常に大きな値をもつ場合もある. そこで, 抵抗 R_{p2} の代わりにコンダクタンス R_{p2}^{-1} を用いる.

2.6 数値例： R_{p1} と R_{p2} がインピーダンスに与える影響

式 (16), (17) によって, 単一モードで近似した場合のインピーダンスのモデルが得られた. そこで, ここでは数値例により図 3 中の内部抵抗 R_{p1} と R_{p2} がインピーダンスに与える影響について考察を加える. なお, R_{p1} と R_{p2} 以外のパラメータは後述の実験装置のものと同じ値を用いている.

図 4 は, 内部抵抗 R_{p1} と R_{p2} がある場合とない場合についてインピーダンスのモデル $\hat{Z}_{v_a i_a}$ のボード線図を描いたものである. 破線は内部抵抗がない従来のモデルであり, 実線は内部抵抗がある提案モデルである. 図中提案モデルは低周波では $R_{p2} (= 10^6)$ に漸近し高周波では $R_{p1} R_{p2} / (R_{p1} + R_{p2}) \approx R_{p1} (= 10^4)$ に漸近している. そのため 2 種類の内部抵抗がそれぞれ低周波と高周波の電氣的損失に対応していることがわかる. なお, この数値例ではわかりやすさのために R_{p1}, R_{p2} には後述の実験よりもずっと小さな (大きな) 値を用いた.

Fig. 4 Bode diagram of $\hat{Z}_{v_a i_a}$ with and without R_{p1} and R_{p2}

Fig. 5 Vector locus of $\hat{Z}_{v_a i_a}$ for the variations of R_{p1}

Fig. 6 Vector locus of $\hat{Z}_{v_a i_a}$ for the variations of R_{p2}

図 5 は R_{p1} の影響を調べたものであり, $R_{p2} = +\infty$ (すなわち $R_{p2}^{-1} = 0$) とおき R_{p1} のみ $0[\Omega]$ から $10^4[\Omega]$ まで変化させた場合の $\hat{Z}_{v_a i_a}(s)$ のベクトル軌跡を示す. 内部抵抗が無い場合, ベクトル軌跡は虚軸上を $-j\infty$ から原点に向かって進み, 固有振動数付近で円を描き, 再び原点に向かって虚軸に戻る軌道をとる. R_{p1} を 0 から徐々に増加させると $10^3[\Omega]$ 程度まではほとんど変化は無く, $10^4[\Omega]$ 程度になってはじめて接していた虚軸から離れて右向きにわずかにずれることがわかる.

図 6 では同様に R_{p2} の影響を調べたものであり, $R_{p1} = 0$ とおき R_{p2} のみ $+\infty[\Omega]$ から $10^5[\Omega]$ まで変化させた場合のインピーダンスのベクトル軌跡を示す. $R_{p2} = +\infty$ の場合, 虚軸に接している. R_{p2} が小さくなるにつれ, 円は小さくなり虚軸から離れていく. 以上のことから, $R_{p1} < R_{p2}$ であることに注意すると, R_{p1} よりも R_{p2} の変化のほうがより大きな影響をインピーダンスに与えることが予想される.

3. 電気インピーダンス伝達関数のパラメータ推定

3.1 周波数領域の線形最小 2 乗法

電気インピーダンスの周波数応答を計測し、モデル $\hat{Z}_{v_a i_a}$ を用いて周波数領域の最小 2 乗法によって推定を行う方法を考える。はじめに推定値が一意に定まる線形最小 2 乗法を示す。次に、推定の初期値が必要となるが、直接インピーダンス (アドミタンス) における誤差を評価関数として最小化できる非線形最小 2 乗法を示す。

まず、インピーダンス $\hat{Z}_{v_a i_a}(s)$ の逆数に着目し、線形最小 2 乗法によってパラメータ推定を行う。伝達関数の係数に関して線形になるように式 (21) を変形し、次の式のような最小化問題を考える。

$$\min_{\theta_{ls}} \sum_{k=1}^{N_s} \left| \left(\frac{g_{num}(j\omega_s[k]; \theta_{ls})}{Z_s[k]} - g_{den}(j\omega_s[k]; \theta_{ls}) \right) W_l(j\omega_s[k]) \right|^2 \quad (24)$$

ここで、 $Z_s[k]$ は計測された複素インピーダンス、 $\omega_s[k]$ は対応する角周波数、 $j := \sqrt{-1}$ であり、 $k = 1, 2, \dots, N_s$ は周波数サンプル番号を表す。重み関数 $W_l(s)$ は $1/Z_s$ の微分特性を打ち消すため

$$W_l(s) = \frac{1}{s} \quad (25)$$

とした。またパラメータベクトル $\theta_{ls} \in \mathbb{R}^7$ を以下のように定義する。

$$\theta_{ls} := \left[\frac{R_{p1}C(n)}{\omega_n^2}, \frac{1 + 2\zeta_n\omega_n R_{p1}C(n)}{\omega_n^2}, \frac{R_{p1}(C(n)\omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2) + 2\zeta_n\omega_n}{\omega_n^2}, \frac{(R_{p1}R_{p2}^{-1} + 1)C(n)}{\omega_n^2}, \right. \\ \left. \frac{2\zeta_n\omega_n(R_{p1}R_{p2}^{-1} + 1)C(n) + R_{p2}^{-1}}{\omega_n^2}, \frac{(R_{p1}R_{p2}^{-1} + 1)(C(n)\omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2) + 2\zeta_n\omega_n R_{p2}^{-1}}{\omega_n^2}, R_{p2}^{-1} \right]^T \quad (26)$$

式 (24) は、ベクトル θ_{ls} を用いてパラメータに関してまとめると、次式のように行列を用いて表すことができる。

$$\min_{\theta_{ls}} \|A\theta_{ls} - b\|^2 \quad (27)$$

ここで、行列 $A \in \mathbb{C}^{N_s \times 7}$ 、ベクトル $b \in \mathbb{C}^{N_s}$ の k 行目をそれぞれ A_k, b_k ($k = 1, 2, \dots, N_s$) とおくと、 A_k, b_k は次の式ようになる。

$$A_k = \left[\frac{(j\omega_s[k])^2}{Z_s[k]}, \frac{j\omega_s[k]}{Z_s[k]}, \frac{1}{Z_s[k]}, -(j\omega_s[k])^2, -j\omega_s[k], -1, -\frac{1}{j\omega_s[k]} \right] \quad (28)$$

$$b_k = \frac{-1}{j\omega_s[k]Z_s[k]} \quad (29)$$

式 (27) に示す線形最小 2 乗問題の解は次式で与えられる。

$$\theta_{ls\text{opt}} = (A^*A + \overline{A^*A})^{-1}(A^*b + \overline{A^*b}) \quad (30)$$

ここで、 A^* は A の共役転置、 $\bar{z}$ は z の共役複素数を表す。なお、逆行列を計算する際の数値誤差が問題となる場合が多いため、適当な実対角行列 S を用いて式 (30) の代わりに次式のようにスケーリングを行うとよい。

$$\theta_{ls\text{opt}} = S(S^T(A^*A + \overline{A^*A})S)^{-1}S^T(A^*b + \overline{A^*b}) \quad (31)$$

S の要素は、 θ_{ls} の各要素のオーダーと同程度になるように選ぶ。 θ_{ls} の各要素を θ_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) とおく。続いて式 (31) で得られた値を式 (26) に代入し、物理パラメータについて解くが、その際に計算が複雑になる。そこで、 θ_2, θ_6 について、 $1 \gg \zeta_n\omega_n R_{p1}C(n)$ 、 $(R_{p1}R_{p2}^{-1} + 1)(C(n)\omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2) \gg \zeta_n\omega_n R_{p2}^{-1}$ と仮定し、つぎの式のような近似を用いる。

$$\begin{cases} \theta_2 = \frac{1 + 2\zeta_n\omega_n R_{p1}C(n)}{\omega_n^2} \approx \frac{1}{\omega_n^2} \\ \theta_6 = \frac{(R_{p1}R_{p2}^{-1} + 1)(C(n)\omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2) + 2\zeta_n\omega_n R_{p2}^{-1}}{\omega_n^2} \approx \frac{(R_{p1}R_{p2}^{-1} + 1)(C(n)\omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2)}{\omega_n^2} \end{cases} \quad (32)$$

式 (26), (32) から, 物理パラメータの推定値は次の式のように求められる.

$$\begin{cases} C_{(n)} \approx \frac{\theta_4 - \theta_1 \theta_7}{\theta_2} \\ |\bar{\psi}_n| \approx \frac{1}{\theta_2} \sqrt{\frac{(\theta_2 \theta_6 - \theta_4)(\theta_4 - \theta_1 \theta_7)}{\theta_4}} \\ \omega_n \approx \frac{1}{\sqrt{\theta_2}} \\ \zeta_n \approx \frac{1}{4\sqrt{\theta_2}} \left(\theta_3 - 2\frac{\theta_1}{\theta_2} - \frac{\theta_1 \theta_6}{\theta_4} + \frac{\theta_5 - \theta_2 \theta_7}{\theta_2 \theta_4} \right) \\ R_{p1} = \frac{\theta_1}{\theta_4 - \theta_1 \theta_7} \\ R_{p2} = \frac{1}{\theta_7} \end{cases} \quad (33)$$

また, 線形最小 2 乗法の結果を用いると一般化電気機械結合係数 K_n は次の式のように求められる.

$$K_n^2 \approx \frac{\theta_2 \theta_6 - \theta_4}{\theta_4} \quad (34)$$

なお, 式 (33) に示した線形最小 2 乗法による推定値は必ずしも正の実数となる保証はない. しかしながら, 後述の実験ではすべて正の値が得られており, 実用上問題となることは少ないと期待される. もし, 式 (33) によって確からしいパラメータが得られなかった場合には次節に示す非線形最小 2 乗法が有効である.

3.2 周波数領域の非線形最小 2 乗法

式 (16) で表されるインピーダンスの逆数に, 非線形最小 2 乗法を直接適用することを考える. 線形最小 2 乗法と比較すると, $g_{\text{num}}(s)$ によるハイパス特性がかからない分, インピーダンス (アドミタンス) のデータにより適合するパラメータが得られると考えられる.

$$\min_{\theta_{\text{nls}}} \sum_{k=1}^{N_s} \left| \left(\frac{1}{Z_s[k]} - \frac{1}{\hat{Z}_{v_a i_a}(j\omega_s[k]; \theta_{\text{nls}})} \right) W(j\omega_s[k]) \right|^2 \quad (35)$$

ここで, θ_{nls} は次式で表されるパラメータベクトルである.

$$\theta_{\text{nls}} := [C_{(n)}, \bar{\psi}_n, \omega_n, \zeta_n, R_{p1}, R_{p2}^{-1}]^T \quad (36)$$

また, 重み関数は

$$W(s) = \frac{W_0}{s} \quad (37)$$

とする. ここで, W_0 は定数である. 圧電素子のキャパシタンスの値は通常非常に小さく数値誤差の原因となるため, W_0 は圧電素子のキャパシタンスの逆数と同程度のオーダーとなるように選ぶ. また, インピーダンスの逆数は微分特性を持つが, 重み関数を積分特性にすることで評価関数における周波数重みをなくしている. 式 (35) は, 次式のようにベクトル表記することもできる.

$$\min_{\theta_{\text{nls}}} \|f(\theta_{\text{nls}}) - b_{\text{nls}}\|^2 \quad (38)$$

ここで $f \in \mathbb{C}^{N_s}$, $b_{\text{nls}} \in \mathbb{C}^{N_s}$ はベクトルであり, その k 行目要素をそれぞれ f_k , $b_{\text{nls}k}$, ($k = 1, 2, \dots, N_s$) とおくと, f_k , $b_{\text{nls}k}$ は次式で表される.

$$f_k = \frac{W(j\omega_s[k])}{\hat{Z}_{v_a i_a}(j\omega_s[k]; \theta_{\text{nls}})} \quad (39)$$

$$b_{\text{nls}k} = \frac{W(j\omega_s[k])}{Z_s[k]} \quad (40)$$

式 (38) に示した非線形最小 2 乗法を用いて, 数値最適化によりパラメータを推定する. なお, 推定にはパラメータの初期値が必要となるが, 線形最小 2 乗法で推定値を得られればそれを初期値として用いることができる.

4. 実験方法

4.1 パラメータ推定実験

4.1.1 実験装置

実験装置の概要を図 7 に示す．本実験で用いる圧電素子は，リン青銅を 2 枚の圧電セラミクスで挟んだ構造のバイモルフ型圧電素子（富士セラミックス, PM100-13-0.65(C-6)105-0.1P-Y）である．サイズを表 5 に示す．圧電素子は片持ち梁として万力により一端を固定されている．片側の圧電セラミクスをパラメータ推定と制振のために用い，もう一方の圧電セラミクスを加振のための外乱用とした．インピーダンスの計測にはインピーダンスアナライザ（HIOKI, 3522-50）を用いた．

Table 5 Size of the Piezoelectric Bimorph Beam

	Length [mm]	Width [mm]	Thickness [mm]
Shim (Phosphor bronze)	105	13	0.10
Piezo ceramics (C-6, Fujicermics)	100	13	0.32

Fig. 7 Experimental setup for identification

4.1.2 実験方法

まず，推定対象とする片側の圧電セラミクスのパラメータを提案手法を用いて推定する．推定する振動モードは第 1 次モードとする．以下の手順で実験を行った．

1. 計測対象の圧電セラミクスにインピーダンスアナライザを接続し，外乱用の圧電セラミクスの端子は短絡して影響を及ぼさないようにする．
2. インピーダンスアナライザを用いて計測を行う．計測条件は定電圧モードで 0.1[V] 振幅とし，32 回の平均をとる．1 次モードの固有振動数である 42[Hz] 付近を含むように，34[Hz] から 50[Hz] の間を均等に 300 点計測する．
3. 計測されたインピーダンスの絶対値と位相から複素インピーダンス Z_s を求める． Z_s に対して，式 (28)，(29)，(31)，(33) に示す線形最小 2 乗法と，式 (38)，(39)，(40) に示す非線形最小 2 乗法を適用してパラメータを推定する．なお，線形最小 2 乗法のスケールリングは $S = \text{diag}(10^{-10}, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-12}, 10^{-11}, 10^{-8}, 10^{-6})$ とし，非線形最小 2 乗法の重み定数は $W_0 = 10^7$ とした．これは実験装置のパラメータ $C_{(n)}, \omega_n, \psi_n, \zeta_n, R_{p1}, R_{p2}^{-1}$ のオーダーを，それぞれ $10^{-7}, 10^2, 10^{-2}, 10^{-2}, 10^3, 10^{-6}$ と見積もったためである．非線形最小 2 乗法における最適化計算には，数値計算ソフトウェア (MATLAB, MathWorks) を用いた．

4.2 推定値検証のための制振実験

4.2.1 実験装置

パラメータ推定を行った圧電セラミクスには直列 LR 素子からなるシャント回路を取り付け，対象モードに対する制振効果をみることで推定されたパラメータの精度について検討を加える．実験装置の概要を図 8 に示す．LR 素子からなるシャント回路は動吸振器と同様の働きをするため，推定されたパラメータをもとに適切な調整を行うことではじめて高い制振性能が得られる．言い換えると，パラメータの不確かさや変化に対して制振性能の感度が高いため，推定されたパラメータの確かさを間接的に確認することができる．なお，L 素子（インダクタ）は非常に大きな値を必要とするため，電子インダクタ⁽¹⁴⁾を作製して用いた．

外乱用圧電セラミクスへの加振電圧入力は PC を用いて行う．外乱用圧電セラミクスによって加振された圧電素子の振動はレーザ変位センサによって計測する．入力された加振電圧とレーザセンサからの出力信号を AD ボードを用いて PC に取り込み，信号処理を行うことで周波数応答関数を求める．

Fig. 8 Experimental setup for shunt damping

4.2.2 LR シャント回路素子値の調整

本研究のモデルを用いる場合，圧電素子の内部抵抗を考慮してシャント回路を調整する必要がある．従来のシャント回路の設計において圧電素子の内部抵抗を考慮した研究はあまり多くみられないが，例えば文献⁽¹⁾ではインピーダンスマッチングの考え方から内部抵抗を考慮した設計方法が提案されている．本論文では，定点理論と同様，ピークゲインを最小化することによってシャント回路を調整する方法を考える．圧電素子の内部抵抗は等価的にシャント回路の一部とみなすこともできる．すなわち，内部抵抗をもつモデルに対する LR 直列シャント回路の最適値は，内部抵抗をもたないモデルに対して取り付けられた調整できない抵抗 R_{p1} , R_{p2} と LR 直列素子から構成されるシャント回路の最適化問題に置き換えられる．

シャント回路素子値の最適値を，次に示す伝達関数のピークゲイン最小化によって数値的に探索する．外力 $d(t)$ から変位 $\eta_n(t)$ までの伝達関数 $G_{\eta d}(s)$ は，文献⁽¹⁶⁾より次のように表せる．

$$G_{\eta d}(s) = \frac{1}{s^2 + (2\zeta_n\omega_n + \bar{\psi}_n^2 Z_{el}(s))s + \omega_n^2} \cdot \frac{\phi_n^d}{m_n} \quad (41)$$

$$Z_{el}(s) := \frac{1}{C_{(n)}s + Z_{su}^{-1}(s)} \quad (42)$$

$$Z_{su}(s) = \frac{1}{(Ls + R)^{-1} + R_{p2}^{-1}} + R_{p1} \quad (43)$$

この伝達関数 $G_{\eta d}(s)$ と推定したパラメータの値を用いて LR シャント回路の回路素子値を数値最適化により求める．式 (41) の伝達関数に推定したパラメータの値と L , R の素子値を代入するとピークゲインが計算できる．ピークゲインが最小となるとき L , R の値を数値的に探索し，シャント回路の LR 素子値の最適化を行う．

4.2.3 実験方法

直列の LR 素子からなるシャント回路を取り付けた場合と取り付けない場合とで，比較実験を行う．また，シャント回路を取り付けない場合として，端子間を短絡した場合と端子間を開放した場合の 2 通りについて計測を行った．実験手順を以下に示す．

1. 外乱用の圧電セラミクスに加える加振電圧は，1[V] 振幅，30[Hz] から 50[Hz] のスイープ正弦波を用いる．
2. 加振電圧とレーザ変位センサの出力信号を同時にサンプリング周波数 1000[Hz] で 8192 点，PC に取り込む．これを続けて 3 回行い，入出力の平均クロススペクトルと入力のパワースペクトルの比をとることにより，周波数応答を求める⁽¹⁵⁾．
3. 前節で述べた方法によって調整された直列 LR シャント回路を取り付けた場合と，取り付けない場合 (端子間短絡の場合と端子間開放の場合)，それぞれ 3 つの場合について上記手順を繰り返す．

5. 実験結果と考察

5.1 インピーダンスの計測

圧電素子のインピーダンスを計測したところ、気温や湿度などの実験条件により大きく変化することが観察された。なお、気温と相対湿度はデジタル温湿度計（公称精度 $\pm 1[^\circ\text{C}]$, $\pm 10[\%]$ ）によって計測した。表 6 に、異なる 5 種類の実験条件を (a) ~ (e) として、気温と相対湿度をそれぞれ示す。図 9 は複素平面上に計測されたデータ $Z_s[k]$ をプロットしたものであり、図 10 はそのゲインと位相を示したものである。

(a) ~ (e) の計測データは同一の圧電素子を支持の方法などを全く変えずに計測したものであり、気温や相対湿度の影響によってインピーダンスが変化したものと考えられる。表 6 と図 9 より、Condition (b) や (e) などとくに相対湿度が高いときほどインピーダンスの円の大きさは小さくなる傾向にあることがわかる。また、図 10 において、Condition (c) や (d) など相対湿度が低いときには共振点を除いて位相はほぼ -90 度になっているが、Condition (b) や (e) など相対湿度が高いときには -50 度近くまで位相が変化している。

相対湿度によってインピーダンスが変化するこの現象は、実験において再現性良く観察された。この原因として、相対湿度の増加に伴い漏れ電流が生じ、等価回路モデルにおいて R_{p2} に相当する内部抵抗が低下するという仮説が考えられる。実験では防湿処理がなされていない圧電セラミクスを使用したため、湿度の影響を大きく受けたと予想される。なお、湿度センサに用いられる多孔質セラミクスの内部抵抗は相対湿度に対して対数的に反比例することが知られており⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾、圧電セラミクスにおいても同様な効果によって内部抵抗が変化する可能性がある。本論文では紙面の都合上、圧電セラミクスの種類による違いを調査することや、内部抵抗変化の物理的な考察にはこれ以上立ち入らない。しかしながら、提案手法はインピーダンスへの内部抵抗の影響が無視できない圧電素子であっても一般的に用いることができる手法であり、次節では実験によって手法の有効性を示す。

Table 6 Experimental conditions, the temperature and the relative humidity

Condition	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
Temperature [$^\circ\text{C}$]	25.1	25.0	15.8	25.5	27.5
Relative Humidity [%]	66	85	32	50	75

Fig. 9 Measured impedance Z_s in the complex plane

Fig. 10 Gain and phase of the measured impedance Z_s

5.2 パラメータ推定

インピーダンスの違いが大きな二つの実験条件 Condition (d) と Condition (e) に着目し、それぞれパラメータ推定を行い比較を行う。従来のモデル（図 2）による推定手法⁽¹⁰⁾を用いた場合と、本論文で提案するモデル（図 3）による推定手法を用いた場合の比較を行い、検討を加える。

表 7 に Condition (d) の場合を、表 8 に Condition (e) の場合を示す。それぞれ、内部抵抗が無視できる場合と無視できない場合に対応している。表 7 では、従来の手法、提案手法の線形・非線形推定によらず、特に重要なパラメータ $C_{(1)}$, ω_1 , $\bar{\psi}_1$ についてほとんど同じ値が推定できていることがわかる。また、提案手法によって推定された R_{p2} の値が極めて大きくなっており、内部抵抗を無視できると考えられる。一方、表 8 の Condition (e) の場合、推

定された R_{p2} の値は $100[\text{k}\Omega]$ のオーダーであり、比較的小さな値をもつ．また、電気機械結合を表すパラメータ $\bar{\psi}_1$ の値が、提案手法と従来手法とで約 4 倍ほど異なる．これは、従来手法では適切にフィッティングできていないためであり、モデルの応答は実験データに一致しない．なお、一般化電気機械結合係数 K_1^2 の値は提案手法によるとおよそ 0.040 であり、湿度などの実験条件の違いによらずほとんど変化していないことがわかる．

Table 7 Comparison of the estimation methods; Condition (d)

	Conventional method	Proposed method (linear LS)	Proposed method (nonlinear LS)
$C_{(1)}[\text{F}]$	6.82×10^{-8}	7.04×10^{-8}	6.85×10^{-8}
$\omega_1[\text{rad/s}]$	2.59×10^2	2.59×10^2	2.59×10^2
$\zeta_1[-]$	4.21×10^{-3}	3.88×10^{-3}	3.89×10^{-3}
$ \bar{\psi}_1 [\text{N}/(\text{V}\sqrt{\text{kg}}), \text{C}/(\text{m}\sqrt{\text{kg}})]$	1.36×10^{-2}	1.39×10^{-2}	1.35×10^{-2}
$R_{p1}[\Omega]$	n/a	5.80×10^2	8.34×10^2
$R_{p2}[\Omega]$	n/a	1.34×10^7	4.79×10^{20}
$K_1^2[-]$	4.04×10^{-2}	4.09×10^{-2}	3.97×10^{-2}

Table 8 Comparison of the estimation methods; Condition (e)

	Conventional method	Proposed method (linear LS)	Proposed method (nonlinear LS)
$C_{(1)}[\text{F}]$	7.27×10^{-8}	7.33×10^{-8}	7.12×10^{-8}
$\omega_1[\text{rad/s}]$	2.58×10^2	2.59×10^2	2.58×10^2
$\zeta_1[-]$	1.62×10^{-2}	4.31×10^{-3}	4.36×10^{-3}
$ \bar{\psi}_1 [\text{N}/(\text{V}\sqrt{\text{kg}}), \text{C}/(\text{m}\sqrt{\text{kg}})]$	4.91×10^{-2}	1.46×10^{-2}	1.38×10^{-2}
$R_{p1}[\Omega]$	n/a	3.81×10	9.39×10
$R_{p2}[\Omega]$	n/a	1.77×10^5	1.84×10^5
$K_1^2[-]$	4.98×10^{-1}	4.34×10^{-2}	4.02×10^{-2}

表 7 に示した Condition(d) の場合について、実験データと同定モデルの応答とを重ねがきしたものを図 11 と図 12 に示す．図 11 は複素平面上のベクトル軌跡であり、図 12 はボード線図である．ベクトル軌跡は評価関数に用いた $1/(j\omega_s[k]Z_s[k])$ と $1/(s\hat{Z}_{v_a i_a}(s))$ の誤差をみるためのものであり、ボード線図はインピーダンスの周波数応答をみるためのものである．図 11 では、○は計測したデータであり、破線と実線はそれぞれ従来手法による同定モデルの応答と、非線形最小 2 乗法を用いた提案手法による同定モデルの応答である．図 12 では、●が計測したデータであり、破線と実線がそれぞれ従来手法と提案手法による同定モデルの応答である．表 7 のパラメータをみてわかるように、両者はよく一致している．これは、Condition(d) では内部抵抗が無視できる場合であったので、従来手法でも提案手法と同様の結果が得られていると解釈できる．

同様に、図 13 と図 14 は表 8 に示した Condition(e) の場合について実験データと同定モデルの応答とを重ねがきしたものである．図 13 と図 14 はそれぞれベクトル軌跡とボード線図であり、図中の破線と実線はそれぞれ従来手法と提案手法による同定モデルの応答である．図 13 において、破線で示した従来の手法による同定モデルの応答形状が大きく異なっている．これは、実験データが実軸から離れているのに対して、従来の手法では内部抵抗を考慮しておらずベクトル軌跡の形状が実軸に接するような円になるためである．一方、実線で示した提案する手法による同定モデルでは実軸から離れることが許容され、実験データによく一致している．図 14 においても従来モデルと提案モデルの違いは明らかであり、従来手法による同定モデルでは位相が $-90[\text{deg}]$ を通るために実験データと大きくずれるが、提案手法による同定モデルでは位相が $-90[\text{deg}]$ という制約がないためによく一致している．

なお、全ての Condition(a) から (e) について、提案手法を用いて、計測したインピーダンスから非線形最小 2 乗法により推定したパラメータの値を表 9 に示しておく．内部抵抗 R_{p2} の値は実験条件によって大きく変動するが、電気機械結合係数 $\bar{\psi}_1$ 、 K_1^2 や固有角振動数 ω_1 などほとんど変化していない．すなわち、実験で用いた圧電セラミクスでは、湿度などによって内部抵抗が大きく変化しても電気機械変換特性や機械的な特性は比較的变化していないことがわかる．

以上の結果から、提案手法は内部抵抗が無視できる場合でも従来手法と比べてほとんど同様に確からしい推定ができると考えられ、また内部抵抗が無視できず従来手法では適切な推定が不可能な場合であっても、提案手法によりパラメータ推定が可能であることを示した．さらに、提案モデルの応答は計測データによく一致していることから推定パラメータは確からしいと考えられる．なお、得られた推定値にはわずかながら誤差が含まれると考えられるが、その誤差が受動制振回路の設計に与える影響は次節の制振実験にて考察する．

Fig. 11 Condition(d): Vector locus of the identified $1/(j\omega \hat{Z}_{v_a i_a})$

Fig. 12 Condition(d): Bode diagram of the identified $\hat{Z}_{v_a i_a}$

Fig. 13 Condition(e): Vector locus of the identified $1/(j\omega \hat{Z}_{v_a i_a})$

Fig. 14 Condition(e): Bode diagram of the identified $\hat{Z}_{v_a i_a}$

Table 9 Estimated parameters of the conditions from (a) to (e)

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
$C_{(1)}$ [F]	7.09×10^{-8}	7.26×10^{-8}	6.48×10^{-8}	6.85×10^{-8}	7.12×10^{-8}
ω_1 [rad/s]	2.58×10^2	2.57×10^2	2.61×10^2	2.59×10^2	2.58×10^2
ζ_1 [-]	3.92×10^{-3}	4.05×10^{-3}	3.60×10^{-3}	3.89×10^{-3}	4.36×10^{-3}
$\bar{\psi}_1$ [N/(V $\sqrt{\text{kg}}$), C/(m $\sqrt{\text{kg}}$)]	1.37×10^{-2}	1.36×10^{-2}	1.32×10^{-2}	1.35×10^{-2}	1.38×10^{-2}
R_{p1} [Ω]	8.65×10^2	6.18×10^2	1.03×10^3	8.34×10^2	9.39×10^2
R_{p2} [Ω]	2.50×10^6	7.95×10^4	5.15×10^{10}	4.79×10^{20}	1.84×10^5
K_1^2 [-]	3.98×10^{-2}	3.86×10^{-2}	3.95×10^{-2}	3.97×10^{-2}	4.02×10^{-2}

5.3 制振実験による推定値の検証

推定されたパラメータ値に含まれる誤差について、直列LRシャント回路を用いた受動制振実験によって考察する。なお前節で述べたように同定されたインピーダンスモデルの応答が実験データによく一致していることから、推定されたパラメータの誤差は小さいと考えられるが、受動制振実験においてはわずかなパラメータの誤差が制振性能（ピークゲイン）に大きく影響するため検証が必要となる。LRシャント回路の設計方針は機械系の固有振動数に電気系の固有振動数を一致させることであり、動吸振器と同様の働きをもつことが知られている⁽¹⁾⁽²⁾⁽⁴⁾。制振性能は機械系の固有振動数 ω_n と電気系の固有振動数 $1/\sqrt{LC_{(n)}}$ に対してきわめて敏感であり⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁶⁾、従来、実験においては制振性能を確認しながら試行錯誤的にシャント回路中のインダクタンスを微調整することも多く、インダクタン

ス L の設計が重要である．なお，定点理論によるインダクタンスの設計式は $L_{f\text{opt}} = 1/(C_{(n)}\omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2) \approx 1/C_{(n)}\omega_n^2$ として与えられており⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁶⁾，インダクタンス L の調整には $C_{(n)}$ と ω_n の推定値を用いる必要がある．そのため，推定値をもとに調整されたインダクタを用いた場合の制振性能をみることで，制振性能に対して特に敏感なパラメータ ω_n と $C_{(n)}$ の推定誤差を見積もることができると考えられる．なお，固有振動数 ω_1 の推定値は変位センサの周波数応答との比較から 3 桁の有効数字をもつことが確認できており，モデルと実験の主な誤差は $C_{(1)}$ の推定誤差，もしくはインダクタンス L の調整における誤差が主なものであると考えられる．実験では，内部抵抗がほとんど無視できる Condition(d) の場合と内部抵抗が無視できない Condition(e) の場合において，それぞれ推定パラメータを用いて調整された直列 LR シャント回路を接続したときの周波数応答を求める．

まず内部抵抗がほとんど無視できる Condition(d) の場合を述べる．ピークゲイン最小化によって最適な LR シャントの回路素子値を設計すると， $L_{\text{opt}} = 209[\text{H}]$ ， $R_{\text{opt}} = 13.8[\text{k}\Omega]$ であった．なおこの値は定点理論による設計⁽³⁾ とほぼ同じである．直列 LR 回路を $L = 209[\text{H}]$ ， $R = 14.0[\text{k}\Omega]$ に調整し，得られた周波数応答線図を図 15 に示す．また同定モデルを用いて計算された結果を図 16 に示す．なお図 15 と図 16 において，実線と破線はそれぞれシャント回路接続時と短絡時を表しており，また短絡時が 1 となるようにゲインが正規化されている．図 15 と図 16 を比較すると，ゲインの形状がほぼ一致していることがわかる．異なる点は，制振時のゲインの左右の高さが実験ではわずかにそろっていないことである．短絡時と制振時のゲイン線図の交点（厳密には減衰を 0 とおいた開放時と制振時の交点）は近似的に定点とみなせるが，図 15 ではわずかに左の定点のほうが大きくなっている．この主な原因として，キャパシタンス $C_{(1)}$ の推定誤差もしくは電子インダクタのインダクタンス L の調整誤差が考えられる．しかしながらその誤差は小さく，インダクタンスを調整し約 1% 変化させたところ，左右の定点のゲインをそろえることができた．なお予備実験によって電子インダクタのインダクタンスには $\pm 0.5\%$ 程度の調整誤差があることがわかっている．そのため， $C_{(1)}$ だけの誤差を仮定しても，それはたかだか 1% 程度であると推測される．

Fig. 15 Condition(d): Experimental frequency response

Fig. 16 Condition(d): Simulated gain of $G_{\eta d}$ (with the estimated $C_{(1)}$)

続いて，内部抵抗の影響が無視できない Condition(e) の場合について述べる．Condition(e) の場合の推定値を用いて直列 LR シャント回路素子値を設計すると， $L_{\text{opt}} = 214[\text{H}]$ ， $R_{\text{opt}} = -2.66[\text{k}\Omega]$ となった．この場合は定点理論による設計⁽³⁾と比較してインダクタンスは約 5% 大きく，また定点理論では正值でしか得られない抵抗値は負値となっている．これは内部抵抗の影響によるものと考えられ，このことから内部抵抗を考慮する必要性がわかる．なお，実験では負性抵抗は用いないものとする．そこで，実験装置に接続する LR シャント回路の素子値を $L = 214[\text{H}]$ ， $R = 0[\Omega]$ に調整した場合の制振実験における周波数応答を，図 17 の実線に示す．破線は短絡時の応答である．実線を見ると，明らかに定点におけるゲインの大きさが左右でそろっていない．そのため，インダクタンス L の調整を行い， L_{opt} から 5.3% 増加させて $L = 226[\text{H}]$ としたところ，図 17 の一点鎖線に示すように左右の定点のゲインがそろった．このことから，内部抵抗が無視できない場合でもインダクタンス変化に対して制振性能の感度が高いことが推測される．そこで，この誤差は主に 1 次モードキャパシタンス $C_{(1)}$ の推定値に含まれるものと仮定し， $C_{(1)}$ を 5.0% 減少させた値を用いて同定モデルの周波数応答を計算した．その結果，図 18 に示す結果が得られ，図 17 のグラフと一致した．したがって，推定パラメータのうち制振性能に対して感度の高い $C_{(1)}$ だけの誤差を仮定しても，それはたかだか 5% 程度の誤差であると推測される．なお，図 19 は図 13 に示した

インピーダンスのベクトル軌跡であり, $C_{(1)}$ を -5% 変化させたものを破線で追加してある. 実線と破線がほとんど重なっていることから, $C_{(1)}$ はインピーダンスで計測する場合には感度が比較的低いパラメータであると考えられる. そのためインピーダンス計測ではその誤差が顕著ではないが, LR 回路を用いた制振実験では制振性能に対してキャパシタンスの感度が高いために誤差が顕著になると考えられる.

以上の結果をまとめると, 内部抵抗が無視できる場合には, $C_{(1)}$ のみに誤差を仮定するとそれはたかだか 1% 程度であったと考えられる. また内部抵抗が無視できない場合, 無視できる場合よりも推定の誤差はやや大きくなり, $C_{(1)}$ のみに誤差を仮定するとそれはたかだか 5% であったと考えられる.

Fig. 17 Condition(e): Experimental frequency response

Fig. 18 Condition(e): Simulated gain of G_{η_d} ($C_{(1)}$ is modified to -5%)

Fig. 19 Condition(e): Vector locus of the impedance model $1/(j\omega \hat{Z}_{v_a i_a})$ ($C_{(1)}$ is modified to -5%)

6. お わ り に

本論文では, 従来の方法に加えて圧電素子内部の電氣的損失を表す 2 種類の内部抵抗を導入してモデル化を行い, 電氣的損失が無視できない場合にも適用が可能なインピーダンス計測のみに基づくパラメータ推定法を提案した. そして, 周波数領域の線形最小 2 乗法と非線形最小 2 乗法によってパラメータを推定する方法をそれぞれ導いた. 実験で用いた圧電セラミクスはインピーダンスが湿度によって大きく変化するものであったが, 提案手法を用いることにより内部抵抗の値に関わらずパラメータ推定が可能であることを示した. また推定値の妥当性についても検証を行い, 計測データにモデルの応答が適合することからパラメータが確からしいことを確認した. さらに, 受動制振回路の設計に推定パラメータを利用する際の誤差の影響について実験により考察を加えた. なお, 実験で用いた圧電セラミクスには湿度と内部抵抗の間に明らかに相関があった. 今後の課題として, 湿度や温度などの条件によって圧電材料の特性が変化する物理的な原因とそのモデルについて研究が必要である.

提案手法は, センサやアクチュエータを用いることなく電気インピーダンスの計測のみで圧電構造物のパラメータをすべて推定可能であるという利点がある. また, 電氣的な損失も考慮されている. そのため, 材質や形状によらず任意の圧電構造物に適用が可能であり, 広く適用が期待される.

謝 辞

圧電素子の内部抵抗と誘電損失に関して貴重な助言をいただいた山田啓介先生(京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻)に心より謝意を表す。また、この研究の一部は科学研究費(若手研究(B)23760204)の助成を受けた。

文 献

- (1) 安達和彦, “圧電ダンパを用いた構造物の制振”, 計測と制御, Vol.42, No.9, (2003), pp.763-769.
- (2) 山田啓介, 松久寛, 宇津野秀夫, “圧電素子を用いた制振システムの等価機械モデルと等価電気モデル”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.73, No.730, (2007), pp.1625-1632
- (3) 高木賢太郎, 長瀬賢二, 大嶋和彦, 早川義一, 市川浩幸, “圧電素子を用いたパッシブ制振におけるロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値の最適化”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.69, No.688, (2003), pp.3183-3190.
- (4) Hagood, N. W., von Flotow, A., “Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.146, No.2 (1991), pp.243-268.
- (5) 山田啓介, 松久寛, 宇津野秀夫, 朴 正圭, “インダクタンスを用いた圧電素子の電気機械結合係数の高精度な測定法”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.71, No.710, (2005), pp.2896-2903
- (6) Porfiri, M., Maurini, C., Pouget, J., “Identification of Electromechanical Modal Parameters of Linear Piezoelectric Structures”, *Smart Materials and Structures*, Vol.16, (2007), pp.323-331.
- (7) 高木賢太郎, 長瀬賢二, 大嶋和彦, 早川義一, 市川浩幸, “圧電素子を用いたシャントダンピングのための実験的パラメータ同定法”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.70, No.690, (2004), pp.445-452
- (8) 菅原佳城, 馬場健, 小林信之, “圧電素子を用いた受動制振システムにおける一般化電気機械結合係数の簡易同定手法の提案”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.76, No.772, (2010), pp.3648-3656.
- (9) Kim, J., Ryu, Y., Choi, S., “New Shunting Parameter Tuning Method for Piezoelectric Damping Based on Measured Electrical Impedance”, *Smart Materials and Structures*, Vol.9, (2000), pp.867-877.
- (10) 高木賢太郎, 大嶋和彦, 稲垣大雄, “インピーダンス計測のみに基づく圧電素子のパラメータ推定と受動制振への応用”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.76, No.772, (2010), pp.3495-3503.
- (11) Hagood, N. W., Chung, W. H., von Flotow, A., “Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Control”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol.1, (1990), pp.327-354.
- (12) Yamada, K., Matsuhisa, H., Utsuno, H., Sawada, K., “Optimum Tuning of Series and Parallel LR Circuits for Passive Vibration Suppression using Piezoelectric Elements”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.329, (2010), pp.5036-5057.
- (13) 河合正, 大嶋和彦, 瀧上唯夫, 早川義一, “ソフトウェア電荷制御による圧電アクチュエータの軌跡追従制御”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 65, No. 631, (1999), pp. 991-997.
- (14) Hollkamp, J., “Multimodal Passive Vibration Suppression with Piezoelectric Materials and Resonant Shunts”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol.5, (1994), pp.49-57.
- (15) 安田仁彦, モード解析と動的設計, コロナ社, (1993)
- (16) 松井徳志, 高木賢太郎, 井上剛志, 瀧上唯夫, “デジタル仮想インピーダンスによる LR 回路を用いた圧電シャント制振のための安定化補償”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.77, No.777, (2011), pp.1781-1792.
- (17) 村田 充弘, 脇野 喜久男, “セラミックセンサ”, 材料, Vol.33, No.369, (1984), pp.617-627.
- (18) Nitta, T., Terada, Z., Hayakawa, S., “Humidity-Sensitive Electrical Conduction of $\text{MgCr}_2\text{O}_4\text{-TiO}_2$ Porous Ceramics”, *Journal of the American Ceramic Society*, Vol.63, (1980), pp.295-300.