経路誤差平面内の誤差ベクトルを考慮した 3 次元経路制御*

江上 正^{*1}, 赤須達也^{*2}, 東理清人^{*2}

A Path Control in Three-Dimensional Space Considering the Error Vector in Path Error Plane

Tadashi EGAMI^{*1}, Tatsuya AKASU and Kiyoto KANRI^{*1} Graduate School of Engineering, Kanagawa University
3-27-1 Rokkakubashi, Kanagawa-ku, Yokohama, 221-8686 Japan

We propose a method for path control in three-dimensional space which takes into consideration the error vector in path error plane. A search is performed for a desired point located at a minimum distance from the present position, and a straight line that connects the previous and subsequent points serves as a baseline. Considering multi-axial mechanical systems, the equations of motion in an orthogonal coordinate system are transformed into a rotating coordinate system. The transformed system can be decoupled and decomposed into a component in the movement direction and a component represented the plain containing the path error vector. Therefore, the direction of the error vector is controlled together with its magnitude. From a practical viewpoint, control of both the direction and magnitude of the error vector enables more efficient path control as compared with cases where only the magnitude of the error is controlled. Moreover, compensation for the desired moving signal is added to the component in the movement direction in order to compensate for delays in time response, and the compensation of the terms of second-order differential coefficients is also added by using disturbance observers. The effectiveness of the proposed method is confirmed experimentally by successfully applying it to a multi-axis linear motor table.

Key Words : Path Control, Contouring Control, Three-Dimensional Space, Error Vector, Disturbance Observer

1. 緒 言

経路制御あるいは輪郭制御とは、位置の軌跡を時間に依存しない与えられた経路に追従させることを目的とするものであり、産業用ロボットやNC工作機械などの一般的な多軸のメカニカルシステムにおいては優れた経路応答が必要とされる場合も多い。また多くのメカニカルシステムでは3次元空間での運動が一般的であるので、3次元空間で扱う経路制御が重要となってくる。

このような経路制御を目的とした研究としては、主に2次元平面で行われているが、軌道目標値を各軸目標値に分解し、制御特性を予見制御や zero phase error tracking 制御など様々な手法でできるだけ一致させ、各軸独立に位置制御を行うことで軌道制御を行う方法が多く見られる^{(1)~(4)}。しかし、この場合には本質的に経路制御そのものを考えているわけではないため、必ずしも望ましい応答が得られるとは限らない。外乱やパラメータ変動などにも対処できる本質的な経路制御としては、各軸独立ではなく他の軸の情報をを用いながらの協調制御が望ましいと思われる。このような試みとしては、cross-coupled control を基本とした手法^{(5)~(8)}、面積誤差を導入した手法^{(9), (10)}、同期化制御を用いた手法^{(11)~(14)}、経路を進行方向と経路誤差方向に分離して扱う手法^{(15)~(19)}などが提案されている。

とくに経路を座標変換などにより進行方向と経路誤差方向に分離して扱う方法は、曲線経路にも対応可能な方

* 原稿受付 2012 年 6 月 26 日

^{*1} 正員, 神奈川大学大学院工学研究科 (〒221-8686 神奈川県横浜市神奈川区六角橋 3-27-1)^{*2} 神奈川大学大学院工学研究科

E-mail: egami@kanagawa-u.ac.jp

法である。しかし、文献(15)では座標変換に動的な概念を用いておらず、文献(16),(17)では、経路を閉曲線経路と開曲線経路に分けて扱う必要があった。文献(18)は動的な概念を用いているが、それぞれの方向成分は数式で表した経路を元にして一般概念的に論じているため、数式で表すことが難しい曲線経路には数式が複雑になったり、1 次近似が必要になってくる。

これに対して文献(19)は、デジタル制御を考慮して目標経路を点列で与えているため、経路を数式で表す必要がなく、数式で表すのが難しいものも含めて任意の目標曲線経路に対しても容易に適用可能な方法である。また進行方向成分を総移動距離軸に移動変換することにより進行方向が反転する場合などにも対応できるようにしており、座標変換に動特性を考慮しているなどの特長も有している。そしてこれを 3 次元に拡張した 3 次元経路制御手法についても提案してきている⁽²⁰⁾。この手法は、目標経路と現在位置との距離が最短となる目標点を求め、システムをその目標点を通る進行方向成分とそれと垂直な経路誤差平面成分に分離し、この平面上の誤差を最小化する方法である。その際、相対的に経路誤差成分の追従性を良くすることで優れた経路応答が得られ、さらに外乱の影響を経路内の進行方向成分で吸収することが可能である。

提案してきている手法は座標変換によって得られた経路誤差平面上の誤差ベクトルの大きさを制御するものであるが、この経路誤差平面における誤差はベクトルになるため、大きさだけを制御するのではなくその方向をも制御すればより効率的な経路制御が実現できると考えられる。経路誤差は通常は完全に零にすることは難しいため、経路誤差が発生しても影響の少ない方向に誤差が生じるようにすることは実用上有効であると考えられる。実際、ロボットや工作機械などの制御では誤差が生じてそれほど影響がない方向と少しでも誤差があると致命的になる方向がある場合が少なくない。そこで本論文では、提案している 3 次元経路制御に対して、経路誤差の大きさを小さくするとともに、その方向の制御をも実現する。経路制御の研究は主に 2 次元で行われ、3 次元経路制御の検討そのものがあまりみられないが、このように誤差ベクトルを制御しようとする提案はほとんど初めてであると考えている。

本論文ではこれらを解決するために提案している 3 次元経路制御手法に同期化制御と目標値移動補償、外乱オブザーバを追加した手法を提案する。提案してきている手法では進行方向成分の追従性がよくないため、進行方向成分に予見補償⁽²¹⁾を用いることで、経路制御性能を変えることなく時間応答を改善していたが、予見補償を用いることで予見するステップ数だけフィードフォワード項が必要であり計算量が増大していた。さらに制御則に目標値の 2 階微分項が入る問題なども見られた。本論文では回転移動座標変換を行って同期化制御を行うことで経路誤差の大きさとともにその方向すなわち誤差平面内の誤差ベクトルを任意の方向へと制御し、目標値移動補償により、制御入力 of 計算量を増やすことなく予見補償と同等の進行方向応答の改善を行う。また、外乱オブザーバ⁽²²⁾により実験機の各軸の特性を一致させた際の誤差、座標変換に伴う 2 階微分項の補正を行う。提案手法に関してはリニア XYZ テーブルに適用して有効性を実験により検討する。

2. 提案している 3 次元経路制御のための回転移動座標変換

2・1 最短目標点探索

デジタル制御を前提として経路を離散的な点集合と考え、現在位置と離散化した目標点とを比較して、現在位置に最も近い目標点を探索する。経路が連続的に与えられる場合には、離散的な時間目標値を設定することで点集合に分割する。そして、前回求めた目標点 $R(s)$ を基準とし、現在位置 $p(t)$ と最も近い目標点との距離 $E(t)$ を式(1)により算出し、そのときの最短点を最短目標点 $R(i)$ とする。

$$E(t) = \min_q |R(q + s) - p(t)| \quad (1)$$

ただし、

s : 1 回前の最短目標点の番号(基準点)

q : 探索番号 ($-h \leq q \leq h$), $2h+1$: 探索点数

2・2 回転移動座標変換

次に、前述した探索方法から求めた目標点を用いて、回転移動座標変換を行う。図 1 のように、探索から求めた 3 次元経路上の最短目標点 $\mathbf{R}(i)$ の前後の点 $\mathbf{R}(i-1)$, $\mathbf{R}(i+1)$ を結ぶ線を x - y 平面に投影し、その線と x 軸とのなす角を $\theta(i)$ とし、式(2)により x_1 - y_1 座標系に変換する。

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta(i) & \sin\theta(i) \\ -\sin\theta(i) & \cos\theta(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

さらに、 $\mathbf{R}(i-1)$ と $\mathbf{R}(i+1)$ を結ぶ線を x_1 - z 平面に投影し、その線と x_1 軸とのなす角 $\varphi(i)$ を求め、式(3)により d - q 座標系に変換する。

$$\begin{bmatrix} d(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi(i) & \sin\varphi(i) \\ -\sin\varphi(i) & \cos\varphi(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

次に、 d 軸を d 軸に平行で始点から探索により求めた i 番目の目標点 $\mathbf{R}(i)$ までの目標点間距離の総和 $R_l(i)$ を成分とする l 軸に変換する。また、 y_1 軸に関しては、 y_1 軸に平行で現在位置の y_1 軸成分と最短目標点の y_1 軸成分の差を成分とする m 軸に、 q 軸も同様に q 軸に平行で現在位置の q 軸成分と最短目標点の q 軸成分の差を成分とする n 軸にそれぞれ移動座標変換する。以上の変換を行うことで x - y - z 座標系を図 2 に示す l - m - n 座標系に変換することができる。

$$\begin{bmatrix} p_l(t) \\ p_m(t) \\ p_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_d(t) - R_d(i) + R_l(i) \\ p_{y_1}(t) - R_{y_1}(i) \\ p_q(t) - R_q(i) \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、

$$R_l(i) = \sum_{j=0}^{i-1} |\mathbf{R}(j+1) - \mathbf{R}(j)| \quad (5)$$

このとき、 l 軸で進行方向を制御し、 m - n 平面（誤差平面）上での現在位置と最短目標点間の距離を経路誤差として評価する。このとき、経路誤差 $e_p(t)$ と進行方向誤差 $e_l(t)$ はそれぞれ式(6)、(7)で求まる。これによって正確な経路誤差評価が可能になる。ただし、 $R_l(k)$ は最初から与えている kT (T : サンプル周期) 時刻の目標値 $\mathbf{R}(k)$ の l 軸成分を表す。

$$e_p(t) = \sqrt{[R_m(i) - p_m(t)]^2 + [R_n(i) - p_n(t)]^2} \quad (6)$$

$$e_l(t) = R_l(k) - p_l(t) \quad (7)$$

Fig.1 Rotating and moving coordinate transformations

Fig. 2 l - m - n coordinate system

2・3 XYZテーブルの回転移動座標変換

制御対象として3次元における基本的なメカニカルシステムである一般のXYZテーブルを想定する. このシステムの運動方程式は一般的に式 (8), (9) のようになる.

$$\dot{p}_j(t) = v_j(t) \quad (8)$$

$$\dot{v}_j(t) = -\frac{D_j}{M_j}v_j(t) + \frac{K_{Fj}}{M_j}u_{ej}(t) - \frac{1}{M_j}d_{ej}(t) \quad (9)$$

ここで, $j=x,y,z$ であり, 以下とする.

$p_j(t)$:位置[m], $v_j(t)$:速度[m/s], $u_{ej}(t)$:電流指令入力[V], $d_j(t)$:負荷推力[N], M_j :質量[kg], D_j :粘性係数[Nm/s], K_{Fj} :推力定数[N/V]

ここで質量, 摩擦係数, 推力定数の各パラメータは x,y,z 軸で異なるため, 各係数を見かけ上一致させて共通の仮想的なパラメータ M,D,K_F を用いて表すと式 (9)は以下ようになる. XYZテーブルではパラメータの異なる各軸の移動により, 3次元空間上のテーブルの移動が決まるが, 式 (10)は単一の仮想的なパラメータを持つテーブルの3次元空間上の移動を実際とは逆に各軸の座標で表すことに相当する.

$$\begin{aligned} \dot{v}_j(t) &= -\frac{D_j}{M_j}v_j(t) + \frac{K_{Fj}}{M_j}u_{ej}(t) - \frac{1}{M_j}d_{ej}(t) \\ &= -\frac{D}{M}v_j(t) + \frac{K_F}{M}u_j(t) + \frac{1}{M}d_j(t) \\ &= av_j(t) + bu_j(t) + gd_j(t) \end{aligned} \quad (10)$$

ただし,

$$u_j(t) = \frac{MK_{Fj}}{M_jK_F} \left\{ u_{ej}(t) - \frac{D_j}{K_{Fj}}v_j(t) \right\} + \frac{D}{K_F}v_j(t) \quad d_j(t) = -\frac{M}{M_j}d_{ej}(t)$$

式(2)~(4)の変換手順を式 (8)および (10)に適用すると l,m,n 軸成分は, それぞれ以下ようになる.

[l 軸成分]

$$\dot{p}_l(t) = \dot{p}_d(t) - \dot{R}_d(i) + \dot{R}_l(i) = v_{al}(t) \quad (11)$$

$$\dot{v}_{al}(t) = av_{al}(t) + bu_{al}(t) + gd_d(t) \quad (12)$$

$$u_{al}(t) = u_d(t) - \frac{a}{b}[\dot{\phi}(i)p_q(t) - \dot{R}_d(i) + \dot{R}_l(i)] + \frac{1}{b}[\ddot{\phi}(i)p_q(t) - \dot{\phi}^2(i)p_d(t) + 2\dot{\phi}(i)v_q(t) - \ddot{R}_d(i) + \ddot{R}_l(i)]$$

[m 軸成分]

$$\dot{p}_m(t) = -\dot{\theta}(i)p_{x1}(t) + v_{y1}(t) - \dot{R}_{y1}(i) = v_{am}(t) \quad (13)$$

$$\dot{v}_{am}(t) = av_{am}(t) + bu_{am}(t) + gd_{y1}(t) \quad (14)$$

$$u_{am}(t) = u_{y1}(t) + \frac{a}{b} [\dot{\theta}(i)p_{x1}(t) + \dot{R}_{y1}(i)] - \frac{1}{b} [\ddot{\theta}(i)p_{x1}(t) + \dot{\theta}^2(i)p_{y1}(t) + 2\dot{\theta}(i)v_{x1}(t) + \ddot{R}_{y1}(i)]$$

[n 軸成分]

$$\dot{p}_n(t) = -\dot{\phi}(i)p_d(t) + v_q(t) - \dot{R}_q(i) = v_{an}(t) \quad (15)$$

$$\dot{v}_{an}(t) = av_{an}(t) + bu_{an}(t) + gd_q(t) \quad (16)$$

$$u_{an}(t) = u_q(t) + \frac{a}{b} [\dot{\phi}(i)p_d(t) + \dot{R}_q(i)] - \frac{1}{b} [\ddot{\phi}(i)p_d(t) + \dot{\phi}^2(i)p_q(t) + 2\dot{\phi}(i)v_d(t) + \ddot{R}_q(i)]$$

式(11)～式(16)に対して、 l 軸で進行方向誤差を評価し、 m - n 平面（誤差平面）上で経路誤差を評価できるので、 $R_l(k)$ を進行方向目標値とすれば、 m 軸及び n 軸の目標値は 0 になるので、それぞれ $p_l(t) \rightarrow R_l(k)$, $p_m(t) \rightarrow R_m(i)(=0)$, $p_n(t) \rightarrow R_n(i)(=0)$ となるような制御を行えば経路制御が実現できる。

3. 誤差平面内の誤差ベクトルの大きさと方向の制御

2 章の変換を行うことにより、進行方向と垂直な m - n 平面（誤差平面）上で経路誤差が評価でき、 m - n 平面上での誤差ベクトルは $[p_m, p_n]$ で与えられることになる。従来は、この p_m および p_n を最小化していたが、今回はさらに m - n 平面上で $\tan^{-1}(p_n/p_m)$ を制御することにより誤差ベクトルの方向をも制御する。誤差ベクトルそのものを制御することができれば様々な産業応用に有効な経路制御が実現できると考えられる。

本論文では誤差ベクトルの方向を m - n 平面上で $R_\psi(i)$ だけ傾いた直線方向に制御することを考え、回転座標変換⁽¹³⁾と同期化経路制御⁽¹²⁾の手法を用いる。今回用いたように回転座標変換を行わず、元の m - n 座標系で評価関数の重みを適切に選定することにより、 m - n 平面上で $R_\psi(i)$ だけ傾いた直線方向に制御することも可能であるが、 $R_\psi(i)$ が変化するたびに制御系を更新する必要が生じる。このため、文献(14)では $R_\psi(i)$ の傾きを状態変数の中を含めることにより、同一の制御系での対応を可能にしたが、傾きが 0 や ∞ になるときの対応が困難になる。そのため今回、回転座標変換と同期化経路制御を用いることにする。

いま、式(17)を用いて図3に示すように m - n 座標系を m - n 座標系から $\psi(i)$ だけ傾いた u - v 座標系に変換する。

$$\begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi(i) & \sin\psi(i) \\ -\sin\psi(i) & \cos\psi(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m(t) \\ n(t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

このとき u, v 軸成分はそれぞれ以下ようになる。

Fig.3 Rotating coordinate transformations

[u 軸成分]

$$\dot{p}_u(t) = v_{au}(t) \quad (18)$$

$$\dot{v}_{au}(t) = av_{au}(t) + bu_{au}(t) + gd_u(t) \quad (19)$$

$$u_{au}(t) = u_u(t) - \frac{a}{b}\dot{\psi}(i)p_v(t) + \frac{1}{b}[\ddot{\psi}(i)p_v(t) - \dot{\psi}^2(i)p_u(t) + 2\dot{\psi}(i)v_v(t)]$$

[v 軸成分]

$$\dot{p}_v(t) = v_{av}(t) \quad (20)$$

$$\dot{v}_{av}(t) = av_{av}(t) + bu_{av}(t) + gd_v(t) \quad (21)$$

$$u_{av}(t) = u_v(t) + \frac{a}{b}\dot{\psi}(i)p_u(t) - \frac{1}{b}[\ddot{\psi}(i)p_u(t) + \dot{\psi}^2(i)p_v(t) + 2\dot{\psi}(i)v_u(t)]$$

式(18), (19)及び式(20), (21)を状態方程式表現し, 離散化したものを次のように表す.

$$\mathbf{x}_j(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}_j(k) + \mathbf{b}u_j(k) + \mathbf{g}d_j(k) \quad (22)$$

$$y_j(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}_j(k) \quad (23)$$

ただし, $j = u, v$ であり, $\mathbf{x}_j(k) = \begin{bmatrix} p_j(k) \\ v_j(k) \end{bmatrix}$

いま, u, v 軸上で同期を取って, 図 3 に示すようにそれぞれの軸から $\pi/4$ だけ傾いた直線上に誤差ベクトルを制御することを考え, 目標値をそれぞれ $R_u(k), R_v(k)$ ($R_u(k) = R_v(k)$) とし, 各軸の誤差及び同期化誤差を次式で定義する.

$$e_u(k) = R_u(k) - p_u(k) \quad (24)$$

$$e_v(k) = R_v(k) - p_v(k) \quad (25)$$

$$e_{uv}(k) = p_u(k) - p_v(k) = e_v(k) - e_u(k) \quad (26)$$

式(22)～(26)より Δ を 1 階差分オペレータとし, u 軸成分と v 軸成分を併せたエラーシステムを導出する.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_u(k+1) \\ \mathbf{X}_v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_u(k) \\ \mathbf{X}_v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_u(k) \\ \Delta u_v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta d_u(k) \\ \Delta d_v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R_u(k+1) \\ \Delta R_v(k+1) \end{bmatrix} \quad (27)$$

ただし,

$$\mathbf{X}_u(k) = [e_u(k) \ \Delta \mathbf{x}_u^T(k) \ \Delta u_u(k-1)]^T, \mathbf{X}_v(k) = [e_v(k) \ \Delta \mathbf{x}_v^T(k) \ \Delta u_v(k-1)]^T,$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & -cA & -cb \\ \mathbf{0} & A & b \\ 0 & \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix}, \Gamma_d = \begin{bmatrix} -cg \\ g \\ 0 \end{bmatrix}, \Gamma_R = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

このエラーシステムに対して、次のような評価関数を定義する.

$$\begin{aligned} J &= \sum_{k=1}^{\infty} [q_u e_u^2(k) + q_v e_v^2(k) + q_{uv} e_{uv}^2(k) + h_u \Delta u_u^2(k) + h_v \Delta u_v^2(k)] \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left[\begin{bmatrix} X_u^T(k) & X_v^T(k) \end{bmatrix} Q_{uv} \begin{bmatrix} X_u(k) \\ X_v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta u_u(k) & \Delta u_v(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_u & 0 \\ 0 & h_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_u(k) \\ \Delta u_v(k) \end{bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

ただし,

$$Q_{uv} = \begin{bmatrix} q_u + q_{uv} & \mathbf{0} & 0 & -q_{uv} & \mathbf{0} & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\ -q_{uv} & \mathbf{0} & 0 & q_v + q_{uv} & \mathbf{0} & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix}$$

評価関数を最小にする最適制御入力を求めると次式のようになる.

$$\begin{bmatrix} \Delta u_u(k) \\ \Delta u_v(k) \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} X_u(k) \\ X_v(k) \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$F = - \left[\begin{bmatrix} h_u & 0 \\ 0 & h_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} \Gamma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \Gamma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} \Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi \end{bmatrix}$$

$$P = Q_{uv} + \begin{bmatrix} \Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} \Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} \Gamma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} h_u & 0 \\ 0 & h_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} \Gamma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \Gamma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} \Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi \end{bmatrix}$$

m, n 軸の制御入力は式(17)を用いて式(29)を変換して得られる.

4. 進行方向の目標値移動補償

l, m, n 軸は互いに非干渉であるので、相対的に l 軸の追従性を劣化させることで、外乱などの影響を l 軸で吸収でき、経路誤差を抑制できると考えられる. しかしこの場合、 l 軸の追従性が劣るため、 l 軸の応答の時間遅れが無視できなくなり、また突発的な外乱に対して l 軸方向に大きな応答の乱れを生じる恐れがある. そのため、文献(20)では予見フィードフォワード補償⁽²¹⁾を行うことにより、外乱の吸収特性を損なわず各軸の時間応答の遅れを改善していたが、予見補償を用いることで予見するステップ数だけフィードフォワード項が必要であり計算量が増大していた. そこで本論文では l 軸に対して目標値を移動させた目標値移動補償を提案する. これはサーボ系を実際の目標値を M_r ステップ移動させた移動目標値へ追従させることにより、実目標値との誤差を最小にしようとするものであり、目標値をずらすだけで制御入力の計算量は変わらないことになる.

l 軸に対するエラーシステムは式(27)の成分を用いて次式のように表せる.

$$\mathbf{X}_l(k+1) = \Phi \mathbf{X}_l(k) + \Gamma \Delta u_l(k) + \Gamma_d \Delta d_l(k) + \Gamma_R \Delta R_l(k+1) \quad (30)$$

ここで, $\mathbf{X}_l(k) = [e_l(k) \ \Delta \mathbf{x}_l^T(k) \ \Delta u_l(k-1)]^T$, $\mathbf{x}_l(k) = [p_l(k) \ v_{al}(k)]^T$, $R_l(k)$ は l 軸目標値で, $e_l(k) = R_l(k) - p_l(k)$ である.

つぎに, 式(30)に対して, 次式のような評価関数を定義する.

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} [\mathbf{X}_l^T(k) \mathbf{Q}_l \mathbf{X}_l(k) + h_l \Delta u_l^2(k)] \quad (31)$$

式(31)を最小にする制御入力 $\Delta u_l(k)$ は次式のように求まる.

$$\Delta u_l(k) = \mathbf{F}_l \mathbf{X}_l(k) \quad (32)$$

$$\mathbf{F}_l = -[\mathbf{h}_l + \Gamma^T \mathbf{P} \Gamma]^{-1} \Gamma^T \mathbf{P} \Phi$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_l + \Phi^T \mathbf{P} \Phi - \Phi^T \mathbf{P} \Gamma [\mathbf{h}_l + \Gamma^T \mathbf{P} \Gamma]^{-1} \Gamma^T \mathbf{P} \Phi$$

仮想的な移動目標値を $R_{lv}(k)$ とする. この移動目標値を考慮したエラーシステムに, 式(32)の制御入力を代入した閉ループ系は次式のようになる.

$$\mathbf{X}_l(k+1) = \xi \mathbf{X}_l(k) + (\xi - \mathbf{I}) \Gamma_R (R_{lv}(k) - R_l(k)) + \Gamma_d \Delta d_l(k) + \Gamma_R \Delta R_l(k+1) \quad (33)$$

ここで $\xi = \Phi + \Gamma \mathbf{F}_l$ であり, $\mathbf{I}$ は単位行列である. この式は移動目標値 $R_{lv}(k)$ を与えたエラーシステムを, 実目標値を与えた通常のエラーシステムの状態変数 $\mathbf{X}_l(k)$ を用いて表したものとなる.

移動目標値の計算は式(33)に対して式(31)と同一の評価関数を定義し, これを最小化する手法を用いる. いま, 図4に示すように時刻 $k = k_0$ において実目標値がステップ状に変化するものとし, これに対して実目標値の位相を M_R ステップ進めた移動目標値を次式のように設定する.

$$R_{lv}(k) = R_l(k + M_R) \quad (34)$$

つぎに図4の条件を外乱項を無視した式(33)に用いて, すべての時刻における $\mathbf{X}_l(k)$ を求めて式(31)に代入して整理すると, 次式のように評価関数を M_R に関する式として表すことができる.

$$J = \Gamma_R^T [\mathbf{P} - 2\mathbf{Q}_l [\mathbf{I} + \xi + \dots + \xi^{M_R-1}] + M_R \mathbf{Q}_l] \Gamma_R R_0^2 \quad (35)$$

移動目標値の移動ステップ数は式(35)を最小にする M_R の値として求まる.

Fig.4 Moving desired signal

5. 外乱オブザーバの適用

式(9)のXYZテーブルのモデルは元々パラメータ誤差を含んでいる. また提案手法は式(10)のパラメータの変換や式(2)～(4)及び(17)の回転移動座標変換など多くの変換を行うため, 誤差が累積しやすい. また変換した式(12), (14), (16)式には2階微分項が含まれている. そこで本論文では誤差の累積や2階微分項を補償するためにそれぞれの変換において外乱オブザーバ⁽²²⁾を用いたあと上記の制御を行う. 以下では (t) は省略する.

5・1 パラメータ誤差の補償

式(10)のパラメータ変換を行っても式(9)のパラメータが誤差がある場合には各軸の見かけ上のパラメータは一致しない. このため式(10)に外乱オブザーバを用いてこれを補正し, 3軸の見かけ上のパラメータを一致させる.

式(10)を

$$\dot{v}_j = a_n v_j + b_n u_j + d_{ej} \quad (36)$$

$$d_{ej} = (a - a_n) v_j + (b - b_n) u_j + g d_j$$

とする. ただし, n はノミナル値を表す. パラメータ誤差及び負荷の影響を等価外乱 d_{ej} とみなし, 外乱オブザーバにより補償する. α を極とする 1 次ローパスフィルタを通して推定した等価外乱を $\hat{d}_{ej}$ とすると

$$\hat{d}_{ej} = \alpha v_j + w_j \quad (37)$$

$$\dot{w}_j = -\alpha[w_j + (a_n + \alpha)v_j + b_n u_j]$$

となる. この推定値を用いて d_{ej} を消去するようにフィードバックを行い, u_j の指令値を u_j^* とし次式とすれば等価外乱を消去できる.

$$u_j = u_j^* - \frac{1}{b_n} \hat{d}_{ej} = u_j^* - \frac{1}{b_n} (\alpha v_j + w_j) \quad (38)$$

5・2 座標変換に伴う誤差の補償

式(12), (14), (16)式には入力に変換した目標値や角度の2階微分項が含まれる問題点がある. また補正しきれないパラメータ誤差などが回転移動座標変換により累積しやすい. そのため外乱オブザーバを用いてこれらを補正する. 例として式(12)の l 軸の場合を取り上げ, これを

$$\dot{v}_{al} = a_n v_{al} + b_n u_{al} + d_{el} \quad (39)$$

$$d_{el} = -a(\dot{\phi}(i)p_q - \dot{R}_d(i) - \dot{R}_l(i)) + \frac{d}{dt}(\dot{\phi}(i)p_q - \dot{R}_d(i) + \dot{R}_l(i)) + \dot{\phi}(i)v_q + g d_d \quad (40)$$

とし, d_{el} を等価外乱とみなし外乱オブザーバにより補償する. α を極とする 1 次ローパスフィルタを通して推定した等価外乱を $\hat{d}_{el}$ とすると

$$\hat{d}_{el} = \alpha(\dot{\phi}(i)p_q - \dot{R}_d(i) - \dot{R}_l(i)) + w_l \quad (41)$$

$$\dot{w}_l = -\alpha[w_l + (a_n + \alpha)(\dot{\phi}(i)p_q - \dot{R}_d(i) + \dot{R}_l(i)) - \dot{\phi}(i)v_q - g d_d] \quad (42)$$

となり, 2階微分項を用いないで等価外乱 $\hat{d}_{el}$ を推定でき, 同様にこれを消去すればよい. m, n 軸の場合についても同様である.

6. 実験による検討

本手法の有効性を検証するため図 5 に示すような 3 次元 X Y Z リニアモータテーブルを用いて実験を行った。今回用いるリニア X Y Z テーブルはリニアブラシレスモータを十字型に組み合わせ、さらに Z 軸を追加したものである。このリニア X Y Z テーブルの状態方程式は式 (8) および (9) に示すようであり、パラメータは以下のようになる。

X 軸：

ストローク：0.6 m, 可動子質量：41.6 kg,
粘性係数：3.8 kg/s, 推力定数：54.1 N/A

Y 軸：

ストローク：0.6 m, 可動子質量：13.9 kg,
粘性係数：0.2 kg/s, 推力定数：49.9 N/A

Z 軸：

ストローク：0.4 m, 可動子質量：1.5 kg,
粘性係数：0.1 kg/s, 推力定数：51.3 N/A

サンプリングタイム 1ms, 制御時間 30s, 稼働時間 20s としている。

本論文で提案する手法における重みは

$$\mathbf{Q}_l = \text{diag}[5.0 \times 10^{-3} \ 2.5 \times 10^3 \ 1.0 \times 10^{-2} \ 0], \quad q_u = 10.0, \quad q_{uv} = 1.0 \times 10^3, \quad h_l = h_u = h_v = 10.0$$

とし、比較のために用いた通常の経路制御系の重みは l 軸は上記と同じで、さらに

$$\mathbf{Q}_m = \mathbf{Q}_n = \text{diag}[50.0 \ 1.0 \times 10^{-2} \ 1.0 \times 10^{-2} \ 0], \quad h_m = h_n = 10.0$$

としている。

図 6 に移動目標値の移動ステップ数の評価関数値を計算したグラフを示す。図 6 より移動ステップ数は 999 とした。

図 7 には通常の経路制御と予見ステップ数を 2000 とした予見補償、目標値移動補償のボード線図を示す。目標値移動補償は、予見補償と同様にゲイン特性を劣化させずに位相特性を大幅に改善できているのがわかる。

目標経路は図 8 に示すように $x = 0.1 \cos(2\pi/5)t$, $y = 0.1 \sin(2\pi/5)t$, $z = 0.1 \sin(\pi/5)t$ とした。

図 9 に提案する誤差ベクトルの方向を制御したときの経路制御実験結果を示す。(a) は経路制御のみ、(b), (c) はそれぞれ誤差ベクトルの方向の目標角度を一例として $\pi/6$, $3\pi/4$ とした場合を示す。誤差ベクトル制御を行うことではほぼ目標角度の方向のみに誤差を制御できていることがわかる。しかし、誤差ベクトル制御を行うと経路制御のみの場合に比べて誤差の大きさは大きくなってしまっている。なお経路制御の場合にはほぼ上下方向に誤差が生じているが、これは重力の影響と考えられる。

図 10 に図 9 に対して、目標値移動補償と予見補償を用いたものを経路制御のみの場合と比較した l 軸の応答結果を示す。 l 軸の目標値は常にランプ目標値となるが、どちらもほぼ同様な応答改善の効果がみられることがわかる。

図 11 は提案手法に外乱オブザーバを用いたときの m - n 平面上における効果を示している。(a) は 5・1 に示したパラメータ誤差の補償、(b) は 5・2 に示した座標変換誤差の補償、(c) は両方の補償を行ったものである。 α は (a) では 10.0, (b) では 0.9 としている。(a) のパラメータ誤差の補償により、経路誤差の最大値が減少し、(b) の座標変換誤差の補償により最大誤差以外の部分の誤差が減少し、両者を用いることにより (a) と (b) の両方の効果が出ていることがわかる。

Fig.5 XYZ linear motor table

Fig.6 Performance index

Fig.7 Bode diagrams

Fig.8 Desired path

(a) Path control

(b) Path control in consideration of error vector control($\pi/6$)

(c) Path control in consideration of error vector control ($3\pi/4$)

Fig.9 Experimental results of proposed path control

(a) With moving desired signal

(b) With preview compensation

Fig.10 Experimental results of l-axis using compensations

(a) Parameter error compensation

(b) Transformation error compensation

(c) Both error compensation

Fig.11 Experimental results of m-n plane using disturbance observers

(a) Path control in consideration of error vector control with proposed compensations($\pi/6$) (b) Path control in consideration of error vector control with proposed compensations ($3\pi/4$)

Fig.12 Experimental results of proposed path control with proposed compensations

図 12 は誤差ベクトル方向を制御する提案手法に上記の移動目標値と外乱オブザーバを用いた経路制御実験結果を示す。誤差ベクトルの目標角度を $\pi/6$, $3\pi/4$ とした場合であるが、ほぼ目標角度の方向のみに誤差ベクトルを制御できており、図 9 (b), (c) のと比べて l 軸の応答も $m-n$ 平面上における経路誤差も大幅に改善されていることがわかる。

7. 結 語

本研究では、提案してきている 3 次元経路制御に、 $m-n$ 平面の最適同期化制御系を構成することで誤差ベクトルの方向を制御し、 l 軸に移動目標値を用いることで時間応答を改善し、 x, y, z の各軸や座標変換後に外乱オブザーバを構成することで重力やパラメータ誤差による誤差を補償できることを実験により示した。その結果、経路誤差方向を制御し、かつ経路誤差を小さくし、また、時間応答を改善できることが確かめられた。

なお、本論文の実験に際しましては日本トムソン株式会社の多大なるご支援をいただきました。ここに深謝いたします。

文 献

- (1) Tomizuka, M., Dornfeld, D. and Purcell, M., "Application of Microcomputers to Automatic Weld Quality Control", Transactions of the ASME, Journal of Dynamic systems, Measurement, and Control, Vol.102(1980), pp.62-68.
- (2) Egami, T. and Tsuchiya, T., "Disturbance Suppression Control with Preview Action of Linear DC Brushless Motor", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.42, No.5(1995), pp.494-500.
- (3) Tsao, T.C. and Tomizuka, M., "Adaptive Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control", Transactions of the ASME, Journal of Dynamic systems, Measurement, and Control, Vol.109(1988), pp.349-354.

- (4) Yeh, S.S. and Hsu, P.L., "Perfectly Matched Feedback Control and Its Integrated Design for Multiaxis Motion Systems", Transactions of the ASME, Journal of Dynamic systems, Measurement, and Control, Vol.126,(2004), pp.547-557.
- (5) Koren, Y., "Cross-Coupled Biaxial Computer Controls for Manufacturing Systems", Transactions of the ASME, Journal of Dynamic systems, Measurement, and Control, Vol.102(1980), pp.265-272.
- (6) Srinivasan, K. and Kulkarni, P.K., "Cross-Coupled Control of Biaxial Feed Drive Servomechanisms", Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol.112(1989), pp.225-232.
- (7) Yeh, S.S. and Hsu, P.L., "Estimation of the contouring error vector for the cross-coupled control design", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol.7, No.1(2002), pp.44-51.
- (8) Barton, K.L. and Alleyne, A.G., "A cross-coupled iterative learning control design for precision motion control", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.16, No.6(2008), pp.1218-1231.
- (9) 伊藤浩司, 土谷武士, "面積誤差項を含む予見制御系の経路制御への応用", 計測自動制御学会論文, Vol.25, No.7(1989), pp.771-777.
- (10) 江上正, 豊田 修, 土谷武士, "協調経路制御とそのリニア X-Y テーブルへの応用", 電気学会論文誌D, Vol.113, No.12(1993), pp.1395-1402.
- (11) Tomizuka, M., Hu, J.S. and Chiu, T.C., "Synchronization of Two Motion Control Axes Under Adaptive Feedforward Control", Transactions of the ASME, Journal of Dynamic systems, Measurement, and Control, Vol.114(1992), pp.196-203.
- (12) 譚躍鋼, 江上正, 村田年昭, "最適同期化経路制御系とそのリニア X-Y テーブルへの応用", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.62, No.598(1996), pp.2193-2200.
- (13) 中村政俊, 前田貴信, 久良修郭, "誤差フィードバック位置同期を図ったメカトロサーボ系の輪郭制御法", 電気学会論文誌D, Vol.117, No.5(1997), pp. 544-551.
- (14) 江上正, 依田一宏, "メカトロサーボ系の最適同期化経路制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.34, No.9(1998) pp.1178-1183.
- (15) Ho, H.C., Yen, J.Y. and Lu, S.S., "A decoupled path-following control algorithm based upon the decomposed trajectory error", Mechanical Tools & Manufacture, Vol.39(1999), pp.1619-1630.
- (16) 江上正, 吉川智康, 栗原真, "ベクトル分解経路制御", 電気学会論文誌D, Vol.120, No.2(2000), pp.262-268.
- (17) Egami, T. and Tsuchiya, T., "Path Control with Vector Decomposition", in Proc. Control 2000,(2000).
- (18) Yao, B., Hu, C. and Wang, Q., "An Orthogonal Global Task Coordinate Frame for Contouring Control of Biaxial Systems", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol.17(2012), pp.622-634.
- (19) 田坂泰久, 江上正, "探索を用いた経路制御手法の提案とその応用", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.73, No.732(2007), pp.2238-2245.
- (20) 江上正, 福永彰彦, "3次元経路制御手法の提案", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.77, No.784(2011), pp.4581-4590
- (21) 土谷武士, 江上正, "デジタル予見制御", 産業図書(1992)
- (22) 大西公平, "外乱オブザーバによるロバストモーションコントロール", 日本ロボット学会誌, Vol.111, No.4(1993), pp.486-493.