ボールの転がり運動軌跡を用いた作業プレートの2軸旋回運動制御 の運動誤差測定とその感度に関する研究* (使用するボールの影響と双腕ロボットを用いた検証)

呉 魏^{*1}, 廣垣 俊樹^{*2}, 青山 栄一^{*2}

Study on Estimating Motion Error of Synchronous Two Rotary Axis Control of Working Plate by Monitoring Ball Rolling Path on the Plate and Its Sensitivity (Estimation of Influence of Used Balls with a Dual-Arm Robot)

Wei WU, Toshiki HIROGAKI^{*2} and Eiichi AOYAMA

^{*2} Doshisha Univ. Dept. of Mechanical Engineering
Miyakodani 1-3, Tatara, Kyoutanabe, Kyoto, 610-0321 Japan

Recently, industrial dual-arm robots have gained attention as new tools in the field of new automation. We therefore focus on them to flexibly control both the linear motion and the rotational motion of a working plate. However, one problem has been that it is difficult to measure the synchronous accuracy of two rotary axes without high accuracy gyro sensor. Thus, we proposed a novel method to measure the synchronous accuracy of two rotary axes of working plate with a ball, which keeps a ball rolling around a circular path on it by dual-arm cooperative control, and demonstrated this method made it feasible to estimate the synchronous accuracy of two rotary axes of it. In the present report, we investigated an influence of used ball and the offset error of plate rotary motion on estimating accuracy.

Key Words : NC, Positioning Accuracy, Dual-Arm Robot, Working Plate, Automation, Machine Tools

1. 緒 言

FA(Factory Automation)技術において、産業用の多関節ロボットによる運動は作業の自由度が大きい、アームの支持剛性が低いためにテーブルを保持し、そのテーブル上で作業を遂行するような動作には向かないとされてきた。そのために、そのような作業ではパラレルメカニズム型を採用して支持剛性と運動精度を確保する場合⁽¹⁾が多かった。そこで著者らは、近年開発された多関節ロボットアームを各腕として構成された双腕ロボットに着目して、両腕で作業プレートを保持することで閉リンク構造を具現化でき、ある程度の支持剛性の確保が可能で、人の動作に近い範囲において作業用としても実用性があること示した⁽²⁾。双腕ロボットに関する研究報告としては、作業空間における障害物回避⁽³⁾や柔軟物の把持⁽⁴⁾さらには経路計画⁽⁵⁾などがある。しかしながら、それらは双腕による作業プレート支持とその運動の積極的な活用に関するものではなく、その特性に関する体系的な研究は始まったばかりと考えられる。

双腕ロボットの両腕で作業プレートを支持する手法では、自由度が比較的高く空間上でプレートに直進運動および旋回運動を与えることが可能である。特に旋回運動については基準の設定が難しく、工場などの現場で容易に運動精度の評価ができる技術が必要になるものと考えられる。ここでその運動精度の診断方法を考える。直交する直進運動を組み合わせて創成される任意の2次元の運動軌跡に対しては、交差格子スケールを用いる手法が有効である⁽⁶⁾。直進運動または直進運動と旋回運動を組み合わせて空間上に円運動が創成可能な場合、ダブルボ

* 原稿受付 2012年3月12日

^{*1} 正員, 同志社大学工学研究科大学院 (〒610-0321 京都府京田辺市多々羅都谷 1-3)

^{*2} 正員, 同志社大学理工学部

E-mail: thirogak@mail.doshisha.ac.jp

ールバー法 (DBB 法) が有効であることが知られている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。すなわち、これら多軸の同期運動については数多くの研究報告がなされており、その診断手法の発達と共に運動の高速・高精度化が達成されてきている。その一方で、旋回軸だけで2軸の旋回運動を組み合わせるプレートの運動誤差を評価する手法に関する研究報告が少なく、プレート上に高精度のジャイロ角度センサーを設置して計測する程度しか手段がなかった。またレーザ干渉による測長も考えられるが、管理された恒温環境下での計測が不可欠で、工場現場における適用は限定的で実用性が低い。

そこで前報では、現場で簡易的に2軸同期の旋回運動の運動誤差を診断する方法として、作業プレート上に円軌道のボールの転がり運動を創成し、基準円に対する転がり運動誤差を用いる新しい手法を提案し、シミュレーションおよび実験の両面よりその有効性および実用性を確認した⁽⁹⁾。しかしながら、転がり運動に用いるボールの特性と運動誤差の検出感度の関係については解明できていなかった。したがって、必要とされるプレートの旋回運動に合わせた転がりボールの選定指針が不明確であった。さらに2軸の旋回運動軸の中心が、ボールの転がり運動の中心と一致する場合にのみ考察を遂行していた。そのため、旋回軸の旋回運動にオフセット角度誤差が存在する場合についての特性までは扱っていなかった。本報では、提案する手法において使用する転がりボールの特性を変化させた場合を取り上げ、診断に用いる適切なボールの選定に関する考察を行う。さらに旋回軸の旋回運動にオフセット角度誤差が存在し、ボールの転がり運動の中心と旋回軸の旋回中心が一致しない場合について取り組む。以上の結果より、作業プレートを同時2軸制御で旋回運動させる場合について、より一般性の高い現場における簡易的な運動精度の診断法について考察を遂行する。

(a) Definition of Ji

(b) Definition of coordinate

Fig.1 Dual-arm robot

2. 実験装置および計測方法

検証用の実験で使用したロボットは安川電機製の双腕ロボット MOTOMAN-DIA10 (図1) である。人の上半身をイメージして開発され、成人男性とほぼ同じサイズである。各腕に7関節を持ち、人の腕に近い動きを実現することが可能である。さらに各関節の動作範囲は人のそれを大きく上回り、取り得る姿勢の自由度は人以上である。さらに胴体のひねりを考えたボディ旋回軸を1軸装備し、合計15自由度制御 (図1中のJ1~J15) である。各腕は98kgf (10kg)、両腕196kgf (20kg)の重量物を持つことができる。そこで図1(b)に示す座標系を設定して、作業プレートを双腕で支持しながら操り、そのX軸・Y軸まわりで作業プレートに旋回運動を与えた (X軸まわりの運動は腕のシリアル機構J1~J6・J8~J13の動作に基づく旋回運動となり、Y軸まわりの運動は手首J7・J14の単純な旋回運動で、特性の異なる旋回運動の動作の同期精度の問題を扱うことになる)。また、実験におけるプレート上のボールの運動軌跡は、ビデオカメラで動画を記録した後に画像処理にて解析した。カメラは図1(b)に示されるようにプレートに固定され (撮影中にフォーカスのずれもなく、プレート平面上のボールの平面運動のみを画像として取得)、その真上60cmに設置した。使用したカメラはフジフィルム社製 FinePix Z200、動画サイズ640×480画素で、空間分解能は0.63mm/画素である。またフレームレートは30fpsであり、撮影された各フ

レーム画像を画像処理ソフト Photoshop で処理した. この撮影条件で, 実験の範囲内における測定精度は十分であることを検証済み⁽⁹⁾である.

3. 提案する手法の基本理論

3・1 基本モデルと提案する手法

直進2軸の運動精度を診断する手法として, 円運動指令を与えてその運動誤差に着目する DBB 法⁽⁷⁾に代表される手法が知られている. その場合, 半径 R の円運動の中心の角速度を ω , 時間を t , 初期位相をゼロとすると, 直交する直進2軸 (例えば Y 軸と X 軸) の位置指令は, 一方の軸 (Y 軸) に正弦関数 $R\sin\omega t$, 他方の軸 (X 軸) に余弦関数 $R\cos\omega t$ すなわち $R\sin(\omega t + 90^\circ)$ の指令を与えて, その運動誤差を診断するものである. 前報で提案した手法は, 直交する旋回軸においても同様に考え, 一方の旋回軸に正弦関数 $\theta_0\sin\omega t$, 他方の旋回軸に余弦関数 $\theta_0\cos\omega t$ で角度指令 (ここで θ_0 は最大傾斜角) を与える手法である. そのような指令で2軸同期の旋回運動するプレート上にボール置くと, そのボールはそのプレート上で転がり円運動する点に着目し, そのボールの運動軌跡から同時2軸制御の旋回運動の運動誤差を診断するものである. この手法は, 旋回運動において絶対基準として重力軸, すべりに比べて転がり運動は摩擦力が小さく高感度になる点に着目している.

プレート上のボールの運動は, 図2(a)のような飛行機ダイナミクス座標系⁽¹⁰⁾ $O_m-X_mY_mZ_m$ を参考して, プレートの重心を座標の原点とした三次元モデルにおいて, 図2(b)のように斜面 (例えば, X 方向, 傾斜角 θ) のボールの転がり運動のモデルを考える. 斜面に沿って下向きに X (Y) 軸, これと垂直に Z 軸を構成する. θ はプレート Y 軸まわりの水平に対する回転角であり, CCW 方向を正とする. プレートにガイドがなく理論上は6自由度で自由に運動可能である. このような運動体には次のような運動座標系⁽¹¹⁾を導入すると便利である. すなわち, Σ_m はプレートに固定された座標系, Σ_B は対象物の重心位置に固定された座標系 (Z_B 軸はプレートとの接触面に直交する), ${}^mX_B, {}^mY_B$ は Σ_m から見た Σ_B 位置とする. θ_0 はプレート傾きの最大角度である.

Fig.2 Model of ball rolling on working plate

すべり運動と異なり, 転がり運動においては用いるボールの慣性モーメントが運動の特性に影響する. そこで, ボールの内径 a , 外径 r , 回転角 ϕ , ボールの質量を M (その密度を ρ とする) とすると, ボールの重心の運動方程式は

$$M \frac{d^2 {}^mX_B}{dt^2} = Mg \sin \theta - f - D \frac{d {}^mX_B}{dt} - M {}^mX_B \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (1)$$

となる. ここでボールの質量は $M = 4\pi\rho(r^3 - a^3)/3$ であり, 式の右辺は, 重力, ボールとプレートの接触点における摩擦力 f , 速度に比例する粘性項 D , プレート回転中におけるボールの遠心力 $M {}^mX_B (d\theta/dt)^2$ である. またボールの重心のまわりの回転運動に対する式は

$$I \frac{d^2 \phi}{dt^2} = rf \quad (2)$$

ここで、球心まわりの慣性モーメントを I とし、式(2)を変形して

$$f = \frac{I}{r} \frac{d^2 \phi}{dt^2} \quad (3)$$

式(1)と(3)により

$$M \frac{d^2 X_B}{dt^2} = Mg \sin \theta - \frac{I}{r} \frac{d^2 \phi}{dt^2} - D \frac{d^m X_B}{dt} - M^m X_B \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (4)$$

が得られる。ここで、ボールがプレート上をすべらないとすると、次式が得られる。

$$\frac{d^m X_B}{dt} = r \frac{d\phi}{dt} \quad (5)$$

ここで式(5)を時間 t で微分すると

$$\frac{d^2 X_B}{dt^2} = r \frac{d^2 \phi}{dt^2} \quad (6)$$

となる。前報⁽⁹⁾では中実のみを考えたが、ベアリングや衝撃吸収体等の用途で中空鋼製ボールなども市販されているので、本報では一般性の拡張を考慮して中空ボールを考える。密度一様な中空球体の慣性モーメント $I = 2M(r^5 - a^5)/5(r^3 - a^3)$ であるので(6)式を(4)式に代入して整理すると、プレートの操りによる斜面を転がるボールの運動方程式は

$$\frac{7r^5 - 5a^3 r^2 - 2a^5}{5(r^3 - a^3)r^2} M \frac{d^2 X_B}{dt^2} = Mg \sin \theta - D \frac{d^m X_B}{dt} - M^m X_B \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (7)$$

$$\frac{7r^5 - 5a^3 r^2 - 2a^5}{5(r^3 - a^3)r^2} \frac{d^2 X_B}{dt^2} = g \sin \theta - D_M \frac{d^m X_B}{dt} - {}^m X_B \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (8)$$

と表される。ここで、 $D_M = D/M$ である。

プレートの角度 θ は時間 t の関数であり、 ω は角速度 ($= 2\pi f_f = 2\pi/T$, ここで f_f は運動の周波数 Hz, T は運動の周期 s) で、 θ_0 は最大傾斜角である。ここで、X-Y 平面における転がり円運動は、Z-X 平面または Z-Y 平面から見ると、それぞれに転がりの単振動すると考えられる。そこで θ が十分に小さな場合を考え、実際にロボットでプレートを操作する時は Y 軸まわりに対して X 軸まわりは回転角 $\theta(t)$ の位相 α 遅れを 90 度として、ボールの X-Y 平面における運動方程式は

$$\frac{7r^5 - 5a^3r^2 - 2a^5}{5(r^3 - a^3)r^2} \begin{bmatrix} \frac{d^{2m}X_B}{dt^2} \\ \frac{d^{2m}Y_B}{dt^2} \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} \theta \\ \theta' \end{bmatrix} - D_M \begin{bmatrix} \frac{d^mX_B}{dt} \\ \frac{d^mY_B}{dt} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} {}^mX_B \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \\ {}^mY_B \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t) \quad (10)$$

$$\theta'(t) = \theta'_0 \cos \omega t = \theta'_0 \sin[\omega t + \alpha] = \varepsilon \theta_0 \sin[\omega t + \alpha], (0 < \varepsilon) \quad (11)$$

と示される. ここで $\alpha = 90^\circ$, $\theta_0 = \theta'_0$ (すなわち, 両軸の最大角度の比 $\theta'_0/\theta_0 = \varepsilon = 1$) として, この運動を図1に示す双腕ロボットにおいて腰の関節 J15 を除く同時14軸 (J1~J14) で同期制御してプレート上にボールの転がり円軌道を生じさせる.

実際の実験で使用するプレートは木製で $600 \times 450 \times 20 \text{ mm}$, 摩擦係数を一定にするために厚さ 5 mm の透明アクリル板をそのプレート上に配置した. その平面度は $\pm 0.003 \text{ mm}$ である. また身の回りで容易に入手可能な点を考慮して, 実験に用いたボールは, ボール式パソコン用のマウスに用いられるマウスボール (外径 22 mm の中実鋼球に薄くゴムコートされたボール, 質量 31 g , 真球度 $\pm 0.05 \text{ mm}$) およびパチンコボール (外径 11 mm , 質量 5 g , 真球度 $\pm 0.05 \text{ mm}$) である.

3・2 減衰項の算出

ボールの転がり運動中の減衰係数の算出方法を検討する. プレートと同じ材料のアクリル半円筒パイプとボールを使った転がり振り子の運動より考える. 半円筒の最下点より高さ h_1 の半円筒面上の位置でボールを放した後, 転がり振り子の各運動において半円筒最下点からボールの最高到達高さ, $h_2, h_3, \dots, h_n$ を測定する. 一般に転がり減衰作用 (ダンピング) により $h_2 > h_3 > \dots > h_n$ となる. 測定した高さから円筒面に沿った円弧長さを振幅として, 各振幅 b_n を式(12), (13)に代入して

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{b_0 + b'_0}{b_n + b'_n} \quad (12)$$

$$\xi = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{D}{2\sqrt{Mk_k}} \quad (13)$$

ここで, ボールの半径 r , δ は対数減衰率, ξ は減衰比, $k_k = 5Mg/7(R-r)$ は見かけの剛性, $b_0, b'_0, \dots$ は振幅, D は減衰係数である. 遠心力を考慮しないマウスボールの場合の結果⁽²⁾は $D=0.053$ で, パチンコボールは 0.0017 であった. すなわち, これらは見かけの剛性 $k_k = 5Mg/7(R-r)$ だけを考慮して計算した結果である. さらに遠心項を入れた式(9)によるモデル⁽⁹⁾はボールの定常運動だけでなく過渡応答も含めて精度よく算出でき, この場合の見かけの剛性はボールの質量と回転角速度に関する $k_k = M(d\theta/dt)^2 - 5Mg/7(R-r)$ と考えられる. そこで, 上記と同じ実験で得られた振幅の測定結果を用いて同様に各振幅を式(12), (13)に代入して遠心項を入れた式(9)における減衰係数の計算結果は, マウスボールの場合 $D=0.016$ で, パチンコボールは 0.000628 であった. 本報は以下, 後者の近似法に基づく減衰係数を用いる.

3・3 ボールの運動制御の状態方程式

前節でボールの X-Y 平面における運動方程式を考えた. ボールの運動を制御するために, 制御系を設計する. 運動方程式(8), (9)よりボールの駆動力は作業プレートの傾斜により与えられている. ここで, ボールの駆動力を

F_{Ball} とすると, $F_{Ball} = 5(r^3 - a^3)r^2 / (7r^5 - 5a^3r^2 - 2a^5)Mg\theta$ が得られる. ボールは X, Y 軸上ではどちらも単振動する点は同じなので, ここは X 方向だけ考える. 方程式(8)より変形して mV_B はボールの速度とし, ボールの X 方向の状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \frac{d{}^mV_B}{dt} \\ \frac{d{}^mX_B}{dt} \end{bmatrix} = \frac{5(r^3 - a^3)r^2}{7r^5 - 5a^3r^2 - 2a^5} \begin{bmatrix} -D_M & -(\frac{d\theta}{dt})^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^mV_B \\ {}^mX_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/M \\ 0 \end{bmatrix} F_{Ball} \quad (14)$$

となる. 両辺をラプラス変換して

$$\begin{aligned} s{}^mV_B(s) + {}^mV_B(0) &= \frac{5(r^3 - a^3)r^2}{7r^5 - 5a^3r^2 - 2a^5} \left\{ -D_M {}^mV_B(s) - \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 {}^mX_B(s) \right\} + \frac{1}{M} F_{Ball}(s) \\ s{}^mX_B(s) + {}^mX_B(0) &= {}^mV_B(s) \end{aligned} \quad (15)$$

が得られる.

4. 解析および実験結果と考察

4・1 使用するボールの違いとボールの転がり円運動の周波数応答

式(9), (10), (11)より中空, 中実のマウスボールとパチンコボールを用いた場合について, プレート上の転がり軌道計算を行い, 定常応答時の周波数応答の特性を考察する. 図3は, 図1(b)に示す X 軸まわりおよび Y 軸まわりの同期運動 (最大傾斜角 $\theta_0 = 3^\circ$, 周期 $T = 3.3s$ すなわち角速度 $1.9rad/s$, $\alpha = 90^\circ$, $\theta_0 = \theta'_0$ の例) をプレートに与えている様子である. 図には, 各ボールのプレート上の転がり運動軌跡の計算結果を示す. 結果より, 中空のボールを使い慣性モーメントが変わる場合とパチンコボールを使い質量と減衰係数(ダンピング)が変わる場合, それぞれボールの転がり運動の定常応答が変わり, 質量, 慣性モーメントと減衰係数が小さい程その振幅の応答性が高いことがわかる.

次に式(9)より, 同じ外径と材質のマウスボールで内径と外径の比が変化する場合ボールの慣性モーメント, 駆動力($Mg\theta$ の前の係数 $= F_{Ball}/Mg\theta$) と M/I の関係を計算した. 結果を図4, 5, 6 に示す. 図4より, ボールの内径と外径の比が 0.8 程度になると慣性モーメントが中実より 30%程度減少し, さらに内径と外径の比が 0.8 から 0.99 に変化するとボールの慣性モーメントがさらに急激に減少することがわかる. また図5, 6より, ボールの内径と外径が変化するとボールの駆動力は 0.714 から 0.6 までに緩やかに減少し, M/I の変化も 0.00005 から 0.00008 まで緩やかに増加することがわかる.

Fig.3 Rolling ball path on working plate by simulation

Fig.4 Relationship between moment of inertia and ratio of inside / outer diameter of ball

Fig.5 Relationship between driving force on a ball and ratio of inside / outer diameter of ball

Fig.6 Relationship between ratio of I/M and ratio of inside / outer diameter of ball

(a) Magnitude

(b) Phase

Fig.7 Bode diagram of ball rolling motion on working plate

式(15)より、ボールの駆動力 F_{Ball} を入力、ボールがプレート上の各軸上で振動運動する片振幅（転がり円運動の半径 R ）を出力とした伝達関数のボード線図（ゲインの単位は m/N ）を考え、その計算結果を図7に示す。図7より、プレートの旋回運動の角速度とボールがプレート上を回転する出力転がり半径と位相の周波数応答がわかる。ここで計算に用いるボールは、マウス用の中実鋼球および中空、さらにパチンコボールで、3・2節で得られた減衰係数の値（中実マウスボールの場合 $D_M=0.5 [\text{N} \cdot \text{s} / \text{m} \cdot \text{kg}]$ 、パチンコボールの場合は $0.126 [\text{N} \cdot \text{s} / \text{m} \cdot \text{kg}]$ である）をそれぞれ用いて計算した。マウスボールの中実と中空で比較すれば、中空を用いることで周波数特性が比較的フラットな応答になることがわかる。ただしボールの内径と外径の比が0.5程度では中実の場合と大差なく、図4,5,6の結果も考慮すると、中空化の効果を生かすにはその比0.8以上のものを用いる必要があることもわかる。中実のマウスボールとパチンコボールを比較すると、パチンコボールは質量が小さく、かつ D_M も小さいために高い応答性を示す一方で共振現象もみられる。したがって、高い周波数帯まで十分な応答特性を確保したい場合、外径が大きな中空ボールを選択すると良いことがわかる。

4・2 プレート XY 平面方向の運動誤差の影響

本手法は旋回運動の運動誤差を扱っているが、実際には直進運動による外乱も考慮しておく必要がある。そこで前報では中実のマウスボールを対象にして検討した。本報では、中空のマウスボールを用いた場合を対象にして、その外乱の影響について検討する。図8に示す水平の二次元振動モデルにおいて、プレートに平面に沿って X_{R2} の直進の運動誤差が生じるとする。その時のボールの中心の運動誤差を X_{R1} とする。簡単のため傾斜角 $\theta=0$ とする。この時のボールの直進方向の運動方程式は、

$$M \frac{d^2 X_{R1}}{dt^2} = f \quad (16)$$

となる。回転方向の運動方程式は式(2)で表される。

一方、ボールがプレート上をすべらないとすると、 X_{R2} とボールの回転角 ϕ には

$$X_{R2} = r\phi \quad (17)$$

の関係が成立する。式(16)、式(2)、式(17)より X_{R1} と X_{R2} の関係は、

$$\frac{d^2 X_{R1}}{dt^2} / \frac{d^2 X_{R2}}{dt^2} = \frac{2}{5} \frac{r^5 - a^5}{(r^3 - a^3)r^2} \quad (18)$$

となる。その $2/5(r^5 - a^5)/(r^3 - a^3)r^2$ はボールの中心の運動誤差 X_{R1} として現れる。すなわち、中実($a=0$)の場合の転がり運動でプレート上の直進誤差 X_{R2} の60%は低減され、その40%だけがボールの中心の運動誤差 X_{R1} として現れる。一方、中空ボール内径と外径の比 a/r の値が0（中実）から0.99まで変化する場合について、(X_{R1}/X_{R2}) の関係を調べた結果を図9に示す。図9より、中空になれば (X_{R1}/X_{R2}) の値が大きくなり、直進の運動誤差の影響を

Fig.8 Influence of ball by vibration of plate in linear motion on the motion of ball center

Fig.9 Influence of ratio of inside /outer diameter on motion error

Fig.10 Model of rolling ball on X-Y plane

受けやすくなることがわかる。したがって、直進の運動誤差による外乱の影響を抑えたい場合には、中実のボールを採用する必要があることもわかった。

4・3 ボールの転がり運動の定常応答中の鉛直方向の運動

定常応答に達してからのボールのZ方向（鉛直方向）の運動変位を考察する。プレートが水平の状態を基準とし、転がり運動中のボールの高さ変化を Z_B とする。図10に示す様に、ボールがプレート上を転がり円運動(反時計回 CCW を正とする)する中心の角速度を ω とする。ここで、

$$Z_B = [R \cos \omega t] \sin \theta' + [R \sin \omega t] \sin \theta \quad (19)$$

と考えられる。式(10), (11)を式(19)に代入して、さらに θ' および θ が十分に小さいことを考慮すると、

$$Z_B = R \theta_0 = \text{Constant} \quad (20)$$

となる。ボールのX-Y平面上の位置 ${}^m Y_B(t)$, ${}^m X_B(t)$ はそれぞれプレートのY軸とX軸まわり θ , θ' と位相は一致する。よって

$$\begin{aligned} {}^m Y_B(t) &= R \sin \omega t \\ {}^m X_B(t) &= R \cos \omega t = R \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (21)$$

になる関係になる。

本実験で使ったプレートは600×450mmであることも考慮して、定常状態における円軌道の半径 $R=0.05\text{m}$ を狙いとして、最大傾斜角 $\theta_0=3^\circ$ 、周期 $T=2.3\text{s}$ (角速度 $\omega=2.7\text{rad/s}$)として、ボールのZ方向の運動変位を確認した。その結果、実験においてもZ方向の変位($=R\theta_0$)は変化しないことがわかった。またその時、ボールが常に円周軌道上でプレートを昇る傾斜方向に転がり運動していることも確認できた。

4・4 旋回制御のオフセット角度誤差の影響

本節では、プレートのX(Y)軸の旋回制御の角度にオフセット角度誤差がある場合について考える。図11は片方の誤差が存在する場合の二次元モデルである。このモデルは式(11)の代わりに、オフセット角度誤差 θ_1 を加えた式(22)として表現する。実際の実験ではX軸の時計まわりの制御角度を大きく指令し、ボールの転がり軌跡を観察した。実験とシミュレーションの結果を図12に示す。図12(a)は $\theta_1=0.025^\circ$ 、図12(b)は $\theta_1=0.12^\circ$ の例である。図より、運動軌跡の中心がプレートY軸の原点（静的な運動精度で決まる旋回軸の中心）から移動することがわかる。図12(b)よりオフセット角度誤差 θ_1 の値が大きい場合、ボールの転がり軌跡は三角形おむすび形状（梨状）になることがわかる。さらに実験とシミュレーションの結果は良く一致しており、このような場合も式(9)～式(11)に基づくシミュレーションで十分な精度があることもわかった。

また4.3節で、オフセット角度誤差が存在しない時は転がり円運動中のボールの鉛直方向の運動変位は $Z_B = \text{Const}$ であることを示した。ここで再び、鉛直方向の運動変位を考える。

$$\theta'(t) = \theta'_0 \sin[\omega t + \alpha] + \theta_1 \quad (22)$$

であるので、式(22)を式(19)に代入して

$$Z_B = R\theta_0 + R\theta_1 \cos \omega t \quad (23)$$

が得られる。式(23)に基づいて、図12(a), (b)の条件で計算した。結果を図13に示す。実験でも本結果と良好な一致がみられ、この場合は鉛直方向の運動変位は三角関数で変化することが確認できた。

次に、そのオフセット角度誤差 θ_1 ($\theta_1 < \theta'_0$) と転がり円軌道の中心移動の関係について考える。実験と計算結果を図14に示す。この場合も両者は良好な一致をしている。図14(a)より、式(10)および(22)において基準角度 ($\theta = \theta' = 3^\circ$) およびオフセット角度誤差が一定の場合、周期(角速度)が変わると、オフセット角度誤差に対し

Fig.11 Model of ball rolling on working plate with offset angle error

Fig.12 Experiment and simulation results of rolling orbit

Fig.13 Height of ball when rolling motion at period $T=2.3\text{s}$ (Simulation)

Fig.14 Influence of period on rolling center of ball

て軌道の中心の移動量は線形的な関係を示す。転がり半径 ($R=0.01\text{m}$) を一定に固定する場合、周期に対して軌道の中心の移動量は指数関数に増加することがわかる。図 14(b)より、周期を一定にして、オフセット角度誤差に対して中心は線形的に移動することがわかった。

4・5 制御角度と同期運動誤差が転がり軌跡に与える影響とその診断方法

ボールの転がり軌跡とシミュレーションで定まるその予想基準円からの差で同時2軸の旋回運動の特性を簡易的に診断する手法について考察する。最初に、旋回軸の制御運動において最大角度にのみ誤差を有する場合(式(11)において $\varepsilon \neq 1$, すなわち2軸間の最大角度の不一致が生じている場合)を考える。図3の条件において、X軸とY軸での傾き角度の最大値の差が 0.5° の例 ($\theta_0=3.5^\circ$, $\theta'_0=3^\circ$, 周期 $T=3.3\text{s}$) を図15に示す。この場合、三種類のボールとも楕円軌跡になり楕円の長軸がY軸になることがわかる。図7で横軸 $\omega=1.9\text{rad/s}$ (周期 $T=3.3\text{s}$) に示されている通り、パチンコボール、中空マウスボール、中実マウスボールの順で運動軌跡の半径が大きく、その診断が容易であることがわかる。

次に2軸の旋回軸でドループの不一致が生じた場合を想定して、プレートのX軸に対してY軸の運動の位相の差に誤差を与えた場合(指令 $\alpha=90^\circ$ はであるが、実際は $\alpha=91^\circ$, 95° で旋回運動した場合)について実験と計算を行った。結果(傾斜角 $\theta_0=\theta'_0=3^\circ$, 周期 $T=3.3\text{s}$, 半径 $R=0.1\text{m}$) を図16に示す。このような場合、楕円の長軸がX軸またはY軸に対して傾くことがわかる。図16(a)より、位相の誤差が小さい場合 ($\alpha=91^\circ$), パチンコボールを用いた方が楕円の軸の傾きが顕著に観察できることがわかる。逆に図16(b)より、位相の誤差が大き ($\alpha=95^\circ$) なくてもパチンコボールでは軸の傾きの角度にあまり差がみられないこともわかる。

以上をまとめ、式(10), (11)におけるプレートの旋回2軸間の最大回転角度の比 ε と位相 α の誤差の影響を考察する。図17, 18はシミュレーションと実験結果を示す。図15に示されるように、位相 $\alpha=90^\circ$ で最大角度にのみ誤差が生じて $\theta_0 \neq \theta'_0$ ($\varepsilon < 1$) の場合、転がり軌道は楕円の長軸がX軸に一致するものになる。そこで $\theta'_0=3^\circ$ に固定し、角度誤差 $\Delta\theta=\theta_0-\theta'_0$, $\theta_0+\theta'_0=6^\circ$, 即ち $(1+\varepsilon)\theta_0=6^\circ$ の二つの条件で、楕円軌道の長軸の長さ b と短軸の長さ a の差 $Re=2(b-a)$ と角度誤差 $\Delta\theta$ の関係を調べた。結果を図17に示す。長軸と短軸の差 Re が角度の誤差 $\Delta\theta$ の増加により直線状に増加し、角度誤差の条件が変わるとその直線の傾きが変化することがわかる。また用いるボールの種類に着目すると、同一の条件においてはパチンコボール、中空マウスボールの順に直線の傾きが大きく、検出感度が高いことがわかる。また図中で直線の傾きが最も小さな中実マウスボールの例を用いて撮影画素あたりの感度を算出すると、長軸または短軸に1画素分の軌跡変化が生じたとして、 $\Delta\theta=0.0095^\circ/\text{画素}$ なる十分な分解能を示していることもわかる。

一方、旋回運動における2軸間の旋回位置ドループの不一致などによりX軸まわりとY軸まわりの位相ずれが 90° でない場合(ここで、同期誤差 $\Delta\alpha=\alpha-90^\circ$ とする)のボールの運動軌跡は長軸のX軸に対する傾斜角を β とすると、 $\Delta\alpha$ と β の関係は図18のようになった。その楕円軌道の長軸の長さ b' と短軸の長さ a' の差 $Re'=2(b'-a')$ として図に合わせて示してある。図18(a)により、同期誤差 $\Delta\alpha$ の増加により β は指数関数的に増加することがわかった。しかしながら、応答性が高いパチンコボールでは $\Delta\alpha$ の値が 10° 以上で、応答性が低い中実マウスボー

ルでは $\Delta\alpha$ の値が 20° 以上で β が 45° に収束することもわかった. したがって, パチンコボールは $\Delta\alpha$ の検出感度が高いが, 検出できる角度 $\Delta\alpha$ が制限される一方, 中実のマウスボールは, 比較的大きな角度 $\Delta\alpha$ まで広範囲な検出ができることがわかった. 図 18(b)により, 斜め楕円の長軸と短軸の差 Re' は同期誤差 $\Delta\alpha$ の増加によりほぼ直線的に増加することもわかった. さらに図 17 と同様に, その長軸または短軸に 1 画素分の軌跡変化が生じたとして中実マウスボールの例で感度を算出すると, $\Delta\alpha=0.18^\circ$ /画素と十分な分解能を示していることがわかる.

Fig.15 Rolling path with angle controlling error (Simulation)

(a) 91° difference

(b) 95° difference

Fig.16 Rolling path with phase controlling error (Phase difference $\alpha=91^\circ, 95^\circ$, Simulation))

Fig. 17 Influence of angle controlling error on circular orbit (Simulation)

Fig. 18 Influence of synchronous control angle on circular orbit (Simulation)

式(10), 式(11)を基本として直交する2軸旋回の角度運動を三角関数で考え指令し, そのプレート上にボールが転がる運動の軌跡をモニターし, 一方でその基準円を式(9)で算出して両者を比較することにより, 簡易的にその運動誤差の診断と改善ができることがわかる. すなわち, 最大角度誤差および同期誤差(位相差)および角度のオフセット誤差は, 転がり軌跡の楕円の長軸と短軸の比およびそれらのX軸またはY軸となす角度, および中心の位置を調べることで診断が可能である. その時, 半径が小さく減衰も小さなボールを用いると高い応答性で検出ができるが, 誤差の検出できる範囲が狭くなる. 逆に, 半径が大きく減衰も大きなボールを用いると応答性が下がるが, 広い範囲で汎用的なモニターができる. また中空のボールを用いると, 同じ外径の中実ボールに対して応答性は改善される一方, 直進運動による運動誤差の影響を受けやすくなることがわかった.

5. 結 言

現場で簡易的に2軸同期の旋回運動の運動誤差を診断する方法として, 作業プレート上に円軌道のボールの転がり運動を創成し, その転がり軌道の基準円に対する誤差を用いる新しい手法を提案した. 本報では, 使用するボールの種類の影響およびオフセット角度誤差について考察し, それらについて双腕ロボットを用いて検証を遂行した. その結果, 以下の結論を得た.

- (1) 高い周波数帯まで十分な応答特性を確保したい場合, 外径が大きな中空ボールを選択すると良いことがわかった. ただし中空ボールに関しては, 効果を期待するためには内外径比(=外径/内径)で0.8程度以上を用いる必要があることもわかった. また, 中空ボールは直進軸方向の運動誤差の影響も受けやすいため, そのような外乱が予想される場合には適さないこともわかった.
- (2) プレートのX(Y)軸の旋回制御の角度にオフセット角度誤差がある場合, 転がり円軌跡の中心が移動することがわかった. したがって, 最大角度誤差および同期誤差(位相差)および角度のオフセット誤差は, 転がり軌跡の楕円の長軸と短軸の比およびそれらのX軸またはY軸となす角度, および中心の位置を調べることで診断が可能であることが示された.
- (3) 半径が小さく減衰係数も小さなボールを用いれば, 小さな運動誤差でも検出が可能になる一方で, 検出できる誤差の範囲が狭い. 逆に, 外径が大きく減衰係数も大きなボールを用いれば, 小さな運動誤差の検出感度は下がる一方で, 検出できる誤差の範囲が広がる. したがって, 事前に式(9)~式(11)に基づいて予想される運動誤差を考慮して, 適切に用いるボールを選定する必要があることもわかった.

文 献

- (1) 中川昌夫, 松下哲也, 梨木政行, 垣野義昭, 井原之敏, "Hexapod 型パラレルメカニズム工作機械の精度向上に関する研究(第1報) 重力の影響の少ない条件下での精度キャリブレーション", 精密工学会誌, Vol.67, No.8 (2001), pp.1333-1337.
- (2) Wei WU, Toshiki HIROGAKI and Eiichi AOYAMA, "Motion Control of Rolling Ball by Operating the Working Plate with a Dual-arm Robot," *International Journal of Automation Technology*, Vol.6, No.1 (2012), pp.75-83.

- (3) 平野剛, 山本元司, 毛利彰, ”2 台のマニピュレータを用いる凹対象物内壁の倣い作業計画”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.66, No.647 (2000), pp.2292-2297.
 - (4) 小菅一弘, 吉田英博, 福田敏男, 蟹谷清, 酒井勝, ”双腕マニピュレータによる薄板のマニピュレーション”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.61, No.591 (1995), pp. 4365-4371.
 - (5) 古川知成, 李家仁, M.W.M.G・ディサナヤカ, ”冗長双腕マニピュレータ系の準最短時間軌道計画”, 日本ロボット学会誌, Vol.13, No.4 (1995), pp. 532-537.
 - (6) 垣野義昭, 井原之敏, 林書鼎, 羽山定治, 河上邦治, 濱村実, ”交差格子スケールを用いた超精密 NC 工作機械の運動精度の測定と加工精度の改善”, 精密工学会誌, Vol.62, No.11 (1996), pp.1612-1616.
 - (7) 垣野義昭, 井原之敏, 亀井明敏, 伊勢徹, ”NC 工作機械の運動精度に関する研究 (第 1 報) DBB 法による運動誤差の測定と評価”, 精密工学会誌, Vol.52, No.7 (1986), pp.1193-1198.
 - (8) 井原之敏, 田中和也, ”多軸工作機械での円錐台加工試験に対応したボールバー測定法 (第 1 法) 主軸旋回型 5 軸 MC でのボールバー測定と実加工との比較”, 精密工学会誌, Vol.71, No.12 (2005), pp.1553-1557.
 - (9) 呉魏, 廣垣俊樹, 青山栄一, ボールの転がり運動に着目した双腕ロボットのプレート 2 軸旋回運動制御の運動誤差の考察とその改善手法, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.78, No.785 (2012), pp.292-304.
 - (10) 吉本堅一, 松下修己, ”Mathematica で学ぶ振動とダイナミクスの理論” 森北出版株式会社, (2006), pp.153-161.
 - (11) 東森充, 内海圭祐, 大本康隆, 金子真, ”ビザ職人のハンドリングメカニズムに着目した動的操り” 日本機械学会論文集 C 編, Vol.74, No.743 (2008), pp. 1825-1833.
-