翼・ディスク系の共振通過時の過渡振動に関する研究* (ミスチューン系の過渡応答解析)

金子 康智^{*1}, 濱口 拓^{*2}

Study on Transient Vibration of Bladed Disk Passing through Resonance (Transient Response Analysis of Mistuned Bladed Disk)

Yasutomo KANEKO^{*1} and Taku HAMAGUCHI^{*1} Ryukoku Univ. Dept. of Mechanical and Systems Engineering
1-5 Yokotani Oe-Cho Seta, Otsu, Siga, 520-2194 Japan

In a variable speed engine, it is impossible to avoid the resonance during operation. In a constant speed engine, the resonance during start-up or shut-down also cannot be avoided. Therefore, the increase of the acceleration rate passing through the resonance is considered as one of the effective methods for reducing the vibratory stress of the blade and increasing the reliability of the turbo-machinery. In this study, the transient vibration analysis of the mistuned bladed disk passing through the resonance is carried out, using the conventional modal analysis method and the numerical integration. First, the mistuned bladed disk is modeled by the equivalent spring-mass model, and the steady frequency response analysis is carried out by the Monte Carlo simulation, in order to obtain the worst mistuning. Second, for the mistuned bladed disk of the worst mistuning, the transient vibration analysis in passing through the resonance is carried out, and the effect of the acceleration rate and the blade damping on the transient vibration response is examined in detail. From these results, it is concluded that the larger the acceleration rate is, the smaller the mistuning effect is.

Key Words : Turbomachinery, Vibration of Rotating Body, Forced Vibration, Transient Vibration, Blade, Mistuning

1. 緒 言

ターボ機械の動翼は、通常、共振回避設計がなされるが、航空エンジンなどの可変速機では、共振回避が困難になることが多い。また、産業用ガスタービンなどの定速機では、昇速中の翼列干渉力による共振応力が振動強度上問題になることがある。昇速中の共振通過時の振動応力を低減し、翼の疲労寿命を改善するためには、共振通過速度を大きくし共振応力が十分に成長しない状態で共振点を通過することが有効であると考えられる。このため、動翼の共振通過速度と発生する振動応力の関係については、これまでに多くの研究が行われているが^{(1)~(4)}、何れも翼単体のばね・質量モデルや有限要素モデルを使用して解析しており、翼・ディスク系としての取り扱いがなされていない。現実のターボ機械の動翼は、特別な翼構造を除けばディスクを介して周囲の翼が連成しており、共振通過時の過渡応答を評価するときは、翼列干渉力などのハーモニック加振力を受ける翼・ディスク系全体の過渡応答を解析する必要があると考えられる。

一方、ディスク上の個々の翼の特性がわずかに異なる翼・ディスク系（ミスチューン系）では、全ての翼の特性が均一な翼・ディスク系（チューン系）から応答特性が著しく変化することが知られている。このようなミスチューニング現象については、定常振動や自励振動（フラッタ）については多くの研究があり^{(5)~(9)}、ミスチューンは強制振動に対しては危険側に、フラッタに対しては安全側に作用することが知られている。ただし、共振通過時のミスチューニング現象については、著者らが知る限りわずかな例⁽¹⁰⁾を除けばほとんど研究された例がなく、

* 原稿受付 2012 年 10 月 1 日

^{*1} 正員, 龍谷大学 (〒520-2194 滋賀県大津市瀬田大江町横谷 1-5)^{*2} 学生員, 龍谷大学理工学部

E-mail: y_kaneko@rins.ryukoku.ac.jp

共振通過時のミスチューンの効果は明確になっていない。

このため本研究では、翼・ディスク系を等価な $2N$ 自由度 (N : 全周の翼枚数) のばね・質量系でモデル化し、モーダル法と数値積分を適用して、ハーモニク加振力を受ける翼・ディスク系全体の過渡応答解析を行う。具体的には、先ず、有限要素法による翼・ディスク系の振動解析結果と振動特性が等価になる等価ばね・質量モデルを求める。つぎに、等価ばね質量モデルにモンテカルロ法を適用して共振応答が最大になるミスチューン分布 (ディスク上の個々の翼の単独翼の振動数分布) を求める。このミスチューン系に対して共振通過時の過渡応答解析を行い、共振通過速度や翼・ディスク系の減衰が、ミスチューンがある翼・ディスク系の共振通過時の応答に及ぼす影響を調査する。

2. 解析方法

2・1 ミスチューンがある翼・ディスク系の定常応答解析

図1に示す翼・ディスク系が周方向に不均一な流れ (偏流) の中を回転していくとき、翼・ディスク系全体の運動方程式は式 (1) で表すことができる。

$$[M_T]\{\ddot{x}_T\} + [C_T]\{\dot{x}_T\} + [K_T]\{x_T\} = \{f_T(t)\} \quad (1)$$

ここで $[M_T]$, $[K_T]$, $[C_T]$ は翼・ディスク系全体の質量行列, 剛性行列, 減衰行列であり, $\{x_T\}$ は変位ベクトルである。下添え字 T は, 全系 (翼・ディスク系全体) であることを示す。式 (1) 右辺の $\{f_T(t)\}$ は翼・ディスク系に作用するハーモニク加振力であり, 式 (2) のように表すことができる。

$$\{f_T(t)\} = \{f_T^H\} e^{j\omega t}, \quad \{f_T^H\}^T = \left\{ \{f_H\}^T \{f_H\}^T e^{-j\alpha_H} \{f_H\}^T e^{-j2\alpha_H} \dots \{f_H\}^T e^{-j(N-1)\alpha_H} \right\} \quad (2)$$

ここで, $\{f_H\}$ は翼1枚に作用するハーモニク加振力の振幅, ω は加振力の角振動数, α_H は翼・ディスク系が回転することによって生じる加振力の位相角であり, ロータの回転数を Ω , 全周の翼枚数を N , 加振力のハーモニク数 (エンジンオーダー) を H とすると, 式(3)で表すことができる。

$$\omega = H\Omega, \quad \alpha_H = \frac{2\pi H}{N} \quad (3)$$

定式化の詳細は省略するが, 式 (1) の解を式(4)のように仮定し, 通常のモーダル法を適用すると式 (5) が得られる。

$$\{x_T\} = \{X_T\} e^{j\omega t} \quad (4)$$

Fig. 1 Mistuned bladed disk system

$$\{X_T\} = \sum_{r=1}^{N_T} \frac{\{\phi_r^r\}^T \{f_T^H\} \{\phi_r^r\}}{k_r (1 - \beta_r^2 + 2j\zeta_r \beta_r)}, \quad \beta_r = \frac{\omega}{\omega_r} \quad (5)$$

ここで、 $\{\phi_r^r\}$ と ω_r は、式(1)から減衰項と外力項を省いて得られる固有値方程式から得られる r 番目の固有モードと固有角振動数である。 N_T は、モーダル法で採用するモードの個数である。また、 k_r と ζ_r は、 r 番目のモードのモーダル剛性とモーダル減衰比であり、モーダル質量 m_r やモーダル減衰係数 c_r などを用いると、式(6)のように表すことができる。

$$m_r = \{\phi_r^r\}^T [M_T] \{\phi_r^r\}, \quad k_r = \{\phi_r^r\}^T [K_T] \{\phi_r^r\} = m_r \omega_r^2, \quad c_r = \{\phi_r^r\}^T [C_T] \{\phi_r^r\} = 2\zeta_r \sqrt{m_r k_r} \quad (6)$$

翼・ディスク系の定常応答を計算する場合には、加振力の角振動数 ω を与えて、式(5)から各翼の周波数応答を計算する。

2・2 ミスチューンがある翼・ディスク系の過渡応答解析

昇速中の翼・ディスク系の運動方程式も同様に、式(1)、式(2)で表すことができるが、加振力の角振動数を式(7)のように時間の関数にする必要がある。

$$\omega(t) = \left(\Omega_0 + \frac{1}{2} \alpha t \right) H \quad (7)$$

ここで Ω_0 は、初期(時刻 $t=0$)のロータの回転角速度、 α は昇速率(負の場合は降速率)である。共振通過時の過渡振動を計算する場合には、式(2)の加振力を式(8)のように書き直す。

$$\{f_T(t)\} = \{f_{Hc}^T\} \cos \omega t + \{f_{Hs}^T\} \sin \omega t \quad (8)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \{f_{Hc}^T\}^T &= \left\{ \{f_H\}^T \{f_H\}^T \cos \alpha_H \cdots \{f_H\}^T \cos \alpha_H (N-1) \right\} \\ \{f_{Hs}^T\}^T &= \left\{ \{f_H\}^T \{f_H\}^T \sin \alpha_H \cdots \{f_H\}^T \sin \alpha_H (N-1) \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

過渡応答の場合は式(1)の解を式(10)のように仮定する。

$$\{x_T(t)\} = \sum_{r=1}^{N_T} a_r(t) \{\phi_r^r\} \quad (10)$$

式(8)から式(10)を式(1)に代入し、左から $\{\phi_r^r\}^T$ をかけた後、式(6)を使用して整理すると式(11)が得られる。

$$\ddot{a}_r(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{a}_r(t) + \omega_r^2 a_r(t) = \left(\frac{1}{m_r} \right) \sqrt{(f_{Hc}^r)^2 + (f_{Hs}^r)^2} \cos(\omega(t)t - \varphi_r) \quad (11)$$

ここで、

$$f_{Hc}^r = \{\phi_r^r\}^T \{f_{Hc}^T\}, \quad f_{Hs}^r = \{\phi_r^r\}^T \{f_{Hs}^T\}, \quad \varphi_r = \tan^{-1} \left(\frac{f_{Hs}^r}{f_{Hc}^r} \right)$$

である．共振通過時の過渡応答の解析では，式 (11) を数値積分で解き，式 (10) に代入して翼・ディスク系全体の時刻歴応答を求める．なお，式 (11) において式 (12) で定義される無次元時間 τ を導入すると，無次元昇速率を式 (13) のように定義することができる．

$$\tau = \omega_r t \quad (12)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\omega_r^2} \quad (13)$$

翼・ディスク系が昇速率 $\bar{\alpha}$ で共振を通過するとき，以後の定式化が容易になるように共振通過に要する時間 $\Delta\tau$ を定常応答の半値幅（共振振幅の $1/\sqrt{2}$ の振幅になる周波数のバンド幅）を通過する時間で近似すると，式 (14) が得られる．

$$\Delta\tau = \frac{2\zeta_r}{\bar{\alpha}} \quad (14)$$

このときの式 (11) の同次解（自由振動）の振幅低減率を $1/D$ とすると

$$\frac{1}{D} = e^{-\zeta_r \Delta\tau} \quad (15)$$

従って，式 (14) と式 (15) より，式 (16) が得られる．

$$\gamma = \ln(D) = \zeta_r \Delta\tau = \frac{2\zeta_r^2}{\bar{\alpha}} = \frac{\zeta_r^2 \omega_r^2}{\alpha/2} \quad (16)$$

パラメータ γ は共振通過時の自由振動の振幅低減率を表しており⁽¹⁰⁾，共振振幅（定常応答）に対する過渡応答の振幅比を表すパラメータと考えることができる．このため本研究では，直感的に理解し易いように昇速率を表す無次元パラメータとして， γ の逆数の平方根（ただし，固有振動数 $f_r = \omega_r / 2\pi$ ）を式 (17) のように定義し，このパラメータ β と共振通過時の振幅の関係を調査している．

$$\beta = \frac{\sqrt{\alpha/2}}{\zeta_r f_r} \quad (17)$$

なお，文献 (10) に記載されている昇速率が大きい軍用航空エンジンの仕様（4 秒間で 6000rpm の回転数変化，1 次モードの固有振動数 500Hz，加振ハーモニック数 $H=3$ ，減衰比 $\zeta_r=0.2\%$ ）を使用して β の値を求めると，約 6.1 になる．このため，過渡応答解析では β の範囲を 0（定常状態）から 6 まで変化させている．

3. 解析結果

3・1 等価ばね・質量モデルによる定常周波数応答解析

図 2 に，過渡応答解析を行う翼・ディスク系の有限要素モデルを示す．図 2 の有限要素モデルは，航空エンジン用のブリスク（翼・ディスク一体構造）をモデル化したものであり，全周が 24 枚の翼から構成されている．図 3 は，有限要素法（周期対称法）で解析した翼・ディスク系（全周の翼の特性が均一なチューン系）の固有振動数であり，横軸は振動モードの節直径数を，縦軸は翼・ディスク系の固有振動数を示している．また，図 4 は固有振動モードの解析例であり，2 節直径モードと 8 節直径モードを示している．

本研究では，図 2 の翼・ディスク系に対して以下の手順で個々の翼の振動数が異なるミスチューン系を作成し，ミスチューンがある翼・ディスク系が 1 次モード族の共振点を通過するときの過渡応答解析を行っている．

Fig. 2 FEA model of bladed disk

Fig. 3 Natural frequencies of bladed disk calculated by FEA

(a) 2ND Mode (4162Hz)

(b) 8ND Mode (4211Hz)

Fig. 4 Vibration modes of bladed disk calculated by FEA

- (1) 図2の有限要素モデルを図5の等価ばね・質量系でモデル化する．すなわち，等価ばね・質量モデルから得られる1次モード族の節直径数と振動数の関係が，有限要素モデルから得られる関係と可能な限り等しくなるように等価ばね・質量モデルのパラメータ (m_l や k_l など) を決める．
- (2) 図5の等価ばね・質量モデルに対して，翼の等価剛性 k_l (すなわち個々の翼の振動数) が正規分布に従うと仮定し，モンテカルロ法を適用して多数の翼・ディスク系 (ここでは5000個) に対して周波数応答解析を行う．解析した翼・ディスク系の中から周波数応答が最大になるミスチューン系 (ワーストミスチューン系) を抽出する．
- (3) ワーストミスチューン系に対して，昇速率や翼の減衰をパラメータにして共振通過時の過渡応答解析を行う．

図6は，有限要素モデル (図2) と等価ばね・質量モデル (図5) のチューン系の固有振動数の比較を示しており，本論文でのすべての解析に対して図6の特性を持つ等価ばね質量モデルを使用している．図7は，モンテカルロ法により5000個の翼・ディスク系を作成し，個々の翼・ディスク系に対して定常周波数応答解析を実施した結果であり，各翼に発生する共振振幅のヒストグラムである．図7の応答解析では，偏流に起因する低次のハーモニック加振力を想定し， $H=8$ としている．図7の横軸はチューン系の共振振幅で正規化した翼の振幅を，縦軸は頻度 (翼枚数) を示している．図8は，翼・ディスク系を構成する単独翼の振動数の変動係数 (標準偏差/平均値) と個々の翼に発生する振動振幅の最大値，平均値，変動係数 (標準偏差/平均値) の関係を求めた結果であり，図8(a)は翼・ディスク系の対数減衰率を0.01にして，図8(b)は0.003にして解析した結果を示している．

Fig. 5 Equivalent spring mass model of bladed disk

Fig. 6 Natural frequencies of equivalent spring mass model and FEA model

Fig. 7 Histogram of max. amplitude of blade ($H=8$, $\delta=0.01$)

Fig. 8 Frequency deviation and maximum blade amplitude

図7や図8から分るように、図2のような単独翼構造の翼・ディスク系はミスチューンに対して非常に敏感であり、ディスク上の個々の翼の振動数がわずかにばらつくとき個々の翼の発生振幅に大きな差が現れ、最大振幅はチューン系の2倍程度まで増加する。また、図8に示すように単独翼振動数の変動係数が0.5%付近のときの振幅が最大であり、単独翼振動数の標準偏差が極端に大きくなると発生最大振幅は低下していく傾向が認められる。さらに、図8(a)と図8(b)の比較から分るように、翼・ディスク系の減衰が小さくなると、振幅が最大になるときの単独翼振動数の標準偏差が小さくなる傾向が認められる。一方、発生振幅の平均値は、全翼の振幅が同一になるチューン系のときが最大であり、ミスチューン系の方が小さい。これは、ミスチューン系では特定の翼のみに大きな振幅が発生し、その他の大部分の翼の振幅はチューン系よりも小さくなるためである。

3・2 等価ばね・質量モデルによる過渡応答解析

図9は、チューン系の翼・ディスク系が共振を通過するときの過渡応答解析結果であり、横軸は時間を、縦軸はチューン系の共振振幅で正規化した振動振幅を示している。図9に示すように、チューン系では共振通過時においても全ての翼の振幅が等しくなり位相のみが異なる。また、昇速率が小さい場合は、図9(a)に示すように各翼の応答はほぼ定常振動の共振振幅まで成長するが、昇速率が大きくなると図9(b)に示すように共振通過時の振幅は小さくなり、共振通過時に生じた自由振動とハーモニック加振力による強制振動が重畳し、うなり現象が現れる。

Fig. 9 Transient response of tuned bladed disk ($H=8, \delta=0.01$)

図 10 と図 11 は、図 8(a)において周波数応答が最大になるミスチューン系（図中の◎印）に対して共振通過時の過渡応答解析を実施した結果であり、振幅最大翼（Blade 10）と振幅最小翼（Blade 18）の時刻歴応答波形を示している。図 10 は、昇速率が小さいとき（ $\beta=0.5$ ）の解析結果であり、図 11 は昇速率が大きいとき（ $\beta=6$ ）の解析結果である。これから分るように、ミスチューン系では、振動数が近接した多数の振動モードが応答するため、昇速率が小さい場合でも昇速中にうなり現象が発生している。また、昇速率が小さい場合は図 10 と後述の図 16 との比較から分るように、各翼の応答はほぼ定常振動の振幅まで成長しており、共振点通過時の各翼の振幅分布は定常応答の振幅分布にほぼ等しくなる。一方、昇速率が大きくなると振幅の大きい翼（Blade 10）の方が振幅の小さい翼（Blade 18）よりも振幅の低減率が大きくなっている。

Fig. 10 Transient response of mistuned bladed disk ($H=8, \delta=0.01, \beta=0.5$)

Fig. 11 Transient response of mistuned bladed disk ($H=8, \delta=0.01, \beta=6$)

図 12 は、チューン系の翼・ディスク系について、昇速率 β をパラメータにして加振周波数と共振通過時の振幅を計算した結果である。また、図 13(a)はミスチューン系の振幅最大翼（Blade 10）について、図 13(b)は振幅が小さい翼（Blade 15）について加振周波数と共振通過時の振幅を計算した結果であり、これらの図の縦軸はチューン系の共振振幅で正規化した振動振幅を示している。図 12 から分るように、チューン系では昇速率が大きくなると共振周波数よりも加振周波数が高いときに最大振幅が発生し、最大振幅は昇速率が大きくなるほど小さくなる。一方、ミスチューン系で昇速率を大きくすると、図 13(a)に示すように振幅最大翼の応答はチューン系の応答とほぼ同様の特性を示す。しかし、振幅が小さい翼（図 13(b)）では、元々定常応答において近接した複数のピークが存在しているため、昇速率を大きくするとこれらのピークが重畳し、発生振幅はチューン系のように単純に低下しない。

Fig. 12 Transient response of tuned bladed disk ($H=8$, $\delta=0.01$)

(a) Blade 10 with max. amplitude

(b) Blade 15 with small amplitude

Fig. 13 Transient response of mistuned bladed disk ($H=8$, $\delta=0.01$)

図 14 は、上述の現象を詳しく調査するため、昇速率をパラメータにして過渡応答解析を行い、共振通過時に全翼に発生する振幅を求めた結果であり、縦軸は各翼の共振振幅（定常周波数応答で発生する各翼の最大振幅）で正規化している。また図 15 は、ミスチューン系の最大振幅翼について昇速率と発生振幅の関係を解析した結果であり、図中には比較のために、全周の翼が均一なチューン系の振幅もプロットしている。これから分るように、昇速率が大きくなると、全体的には個々の翼の発生振幅は低下していく。また、図 15 に示すように最大振幅翼の振幅低減率はチューン系の振幅低減率と大差がない。ただし、図 14 に示すように、振幅の小さい翼（Blade 4, 12, 15, 17 など）の振幅低減率はチューン系の振幅低減率と大きく異なっており、昇速率が増加すると振幅が増加する場合も認められる。

図 16 は、昇速率をパラメータにして共振通過時の各翼の振幅分布を求めた結果であり、縦軸はチューン系の共振振幅で正規化している。これから分るように、昇速率が大きくなると、振幅の大きい翼ほど振幅の低減率が大きくなっており、個々の翼に発生する振動振幅の差は小さくなる傾向が認められる。

Fig. 14 Acceleration rate and transient response
($H=8$, $\delta=0.01$)

Fig. 15 Acceleration rate and transient response of blade
with max. amplitude ($H=8$, $\delta=0.01$)

Fig. 16 Max. transient response of blade passing through resonance ($H=8$, $\delta=0.01$)

図 17 から図 19 は、翼・ディスク系の対数減衰率が 0.003 のミスチューン系 (図 8(b)の◎印) について共振通過時の過渡応答解析を実施した結果を示している. 図 17 は昇速率をパラメータにして過渡応答解析を行い、共振通過時に全翼に発生する振幅を求めた結果であり、縦軸は各翼の共振振幅 (定常周波数応答で発生する各翼の最大振幅) で正規化している. また図 18 は、ミスチューン系の最大振幅翼について昇速率と発生振幅の関係を解析した結果であり、比較のために、全周の翼が均一なチューン系の振幅もプロットしている. これから分るように、対数減衰率が 0.01 のときの解析結果 (図 14, 図 15) と対数減衰率が 0.003 のときの解析結果 (図 17, 図 18) は定性的には同一の傾向を示しており、昇速率が大きくなると全体的に発生振幅は低下していく. また、図 18 に示すように最大振幅翼の振幅低減率はチューン系の振幅低減率と大差がない. ただし、図 17 に示すように、振幅の小さい翼 (Blade 1, 4, 7, 8 など) の振幅低減率はチューン系の振幅低減率と大きく異なっており、昇速率が増加すると振幅が増加する場合も認められる. 図 19 は、昇速率をパラメータにして共振通過時の各翼の振幅分布を求めた結果であり、縦軸はチューン系の共振振幅で正規化している. これから分るように、対数減衰率が 0.003 の場合も昇速率が大きくなると、振幅の大きい翼ほど振幅の低減率が大きくなっており、個々の翼に発生する振動振幅の差は小さくなる傾向が認められる.

同様の過渡応答解析を加振力のハーモニック数や減衰の値を変えて実施したが、何れのケースにおいても昇速率が大きくなると振幅の大きい翼ほど振幅の低減率が大きくなり、その結果、昇速率が大きくなるほど個々の翼

に発生する振動振幅の差は小さくなる傾向が認められる。さらに、降速時についても同様の解析を行い、昇速時と同様な結果が得られることを確認している。

Fig. 17 Acceleration rate and transient response
($H=8$, $\delta=0.003$)

Fig. 18 Acceleration rate and transient response of blade
with max. amplitude ($H=8$, $\delta=0.003$)

Fig. 19 Max. transient response of blade passing through resonance ($H=8$, $\delta=0.003$)

図 20 は、加振力のハーモニック数 H や対数減衰率 δ を変更してミスチューン系の過渡応答解析を行い、個々のミスチューン系の最大振幅翼について昇速率と発生振幅の関係を重ね書きした結果を示している。これから分るように、何れのミスチューン系についても最大振幅翼の振幅低減率はチューン系の振幅低減率と大差がない。従って、ミスチューンがある翼・ディスク系の共振通過時の応答を予測する場合には、ミスチューン系の定常振動で発生する最大振幅に、チューン系に対する振幅低減率を乗じれば大きな差は発生しないと考えられる。また、減衰が小さいほど同一の昇速率に対する振幅低減率は大きくなるが、パラメータ β を用いて昇速率と発生振幅の関係を整理すれば、図 20 に示すように同一のカーブを使用して共振通過時の振幅を概略予測できると思われる。

Fig. 20 Acceleration rate and transient response of blade with max. amplitude

4. 結 論

本研究では、翼・ディスク系を等価ばね・質量モデルでモデル化し、モーダル法を適用して、ハーモニク加振力を受ける翼・ディスク系全体の過渡応答解析を行った。具体的には、まず、モンテカルロ法を適用して定常周波数応答解析を行い、共振応答が最大になるミスチューン分布を求めた。つぎに、このミスチューン系に対して共振通過時の過渡応答解析を行い、共振通過速度や翼・ディスク系の減衰が共振通過時の応答に及ぼす影響を調査した。その結果、以下の結論が得られた。

- (1) 昇速率の増加に対する共振通過時の振幅低減率は、定常振動の振幅が大きい翼ほど大きくなるため、昇速率が大きいほど、翼・ディスク系の個々の翼に発生する振動振幅の差は小さくなる。
- (2) ミスチューン系の最大振幅翼に対しては、昇速率を増加したときの振幅低減率は、チューン系の振幅低減率と大差がない。従って、ミスチューンがある翼・ディスク系の共振通過時の応答を評価する場合には、チューン系に対する振幅低減率を使用して発生する最大振幅を予測できる。
- (3) パラメータ β を用いて昇速率と発生振幅の関係を整理すれば、減衰が異なる場合にも同一のカーブを使用して共振通過時の振幅を概略予測できる。
- (4) 上記(3)の特性より、減衰が小さい翼・ディスク系ほど昇速率の増加に対する振幅の低減率は大きく、ミスチューン効果は小さくなる。従って航空エンジンで使用されているブリスクのように減衰が小さい翼構造に対しては、共振通過速度の増加は、共振点通過時の振動応答低減対策として特に有効である。

文 献

- (1) C. M. Harris, Shock and Vibration Handbook, 3rd ed. (1987), pp.24-1~24-34. McGraw Hill.
- (2) J. S. Rao, Turbomachinery blade vibration (1991), pp.324-333. John Wiley & Sons.
- (3) J. S. Rao, et. al., "A Procedure to Predict Influence of Acceleration and Damping of Blades Passing through Critical Speeds on Fatigue Life", *Proceedings of ASME Turbo Expo 2009, GT2009-59433* (2009), pp.1-9.
- (4) Andreas Hartung, "A Numerical Approach for the Resonance Passage Computation", *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010, GT2010-22051* (2010), pp.1-6.
- (5) A. V. Srinivasan, "Flutter and Resonant Vibration Characteristics of Engine Blades", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas turbine and Power*, Vol. 119, No.4 (1997), pp.742-775.

- (6) E. Seinturier, J. Lombard, M. Berthillier, and O. Sgarzi, “Turbine Mistuned Forced Response Prediction Comparison with Experimental Results”, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002*, GT2002-30424 (2002), pp.1-10.
 - (7) E. Seinturier, J. Lombard, M. Dumas, C. Dupont, V. Sharma and J. Dupeux, “Forced Prediction Methodology for the Design of HP Compressors Bladed Disk”, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2004*, GT2004-533372 (2004), pp.1-10.
 - (8) W. Sextro, L. Panning, F. Gotting, and K. Popp, “Fast Calculation of the Statistics of the Forced Response of Mistuned Bladed Disk Assemblies with Friction Contacts”, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002*, GT2002-30427 (2002), pp.1-10.
 - (9) C. Martel, R. Corral and J. M. Llorens, “Stability Increase of Aerodynamically Unstable Rotors Using Intentional Mistuning”, *Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery*, Vol. 130 (2008), pp.011006-1~011066-9.
 - (10) J. P. Ayers, D. W. Feiner and J. H. Griffin, “A Reduced Order Model for Transient Analysis of Bladed Disk Forced Response”, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2005*, GT2005-68128 (2005), pp.1-10.
-