ミスチューンがある翼・ディスク系の振動特性に関する研究* (低次元モデル FMM による振動応答解析)

金子 康智^{*1}, 中西 亮太^{*2}, 森 一石^{*3}, 大山 宏治^{*4}

Study on Vibration Characteristics of Mistuned Bladed Disk (Vibration Response Analysis by Reduced Model FMM)

Yasutomo KANEKO^{*1}, Ryota NAKANISHI, Kazushi MORI and Hiroharu OHYAMA

^{*1} Ryukoku Univ. Dept. of Mechanical and Systems Engineering
1-5 Yokotani Oe-Cho Seta, Otsu, Siga, 520-2194 Japan

It is well known that asymmetric vane spacing can result in decreased levels of the excitation at specific frequencies. In the previous paper, the resonant response reduction of mistuned bladed disks due to asymmetric vane spacing was studied by use of the equivalent spring-mass model. Although the mistuned bladed disk should be analyzed by FEA to accurately evaluate the resonant response reduction effect of asymmetric vane spacing, it is unrealistic due to enormous computational time. Therefore, in this study, the mistuned bladed disk is modeled by use of FMM (Fundamental Mistuning Model) to evaluate the resonant response reduction effect of asymmetric vane spacing accurately and practically. First, the frequency response analysis of a simple mistuned bladed disk consisting of flat plate blades is carried out for symmetric vane spacing, using both of FMM and the direct FE model, and the calculated results are compared to confirm the validity of FMM. Second, the frequency response analysis of a realistic bladed disk is carried out for asymmetric vane spacing, using FMM, to examine the effect of resonant response reduction effect.

Key Words : Turbomachinery, Vibration of Rotating Body, Forced Vibration, Blade, Mistuning

1. 緒 言

多段軸流ターボ機械の動翼には、前段静翼のウェークや後段静翼の圧力場との干渉（ポテンシャル干渉）により、いわゆる翼列干渉力が作用する。動翼に作用する翼列干渉力の基本周波数は静翼枚数と回転数の積になり、これが動翼の固有振動数に一致すると大きな共振応力を発生し、高サイクル疲労の原因になる事がある。このような翼列干渉力を低減する方法として、静翼を非対称に配置し、特定の周波数成分の翼列干渉力を低減させる手法が提案されている⁽¹⁾⁽²⁾。著者らは、非対称配置静翼構造の振動応答低減効果を予測する手法を提案し、パラメトリックスタディにより種々の非対称配置静翼構造に対して振動応答低減効果を検討した。また、圧縮機動翼やタービン動翼について検証試験を実施し、非対称配置静翼構造の振動応答低減効果と解析法の妥当性を確認した⁽³⁾⁽⁴⁾。さらに、ミスチューンがある翼・ディスク系についても非対称配置静翼構造に対する応答解析法を提案し、様々な翼構造に対して応答解析を行い、ミスチューンがある翼・ディスク系に対する非対称配置静翼構造の振動応答低減効果を調査した⁽⁵⁾。しかしながら、文献(5)では解析モデルが大規模になることを避けるため、ミスチューンがある翼・ディスク系を等価ばね・質量系でモデル化しており、等価ばね・質量モデルを使用してどの程度正確に現実の翼・ディスク系の振動特性を再現できるかどうかについては検討していない。

非対称配置静翼構造に対するミスチューンがある翼・ディスク系の振動応答低減効果を精度良く予測するには、

* 原稿受付 2012 年 10 月 1 日

^{*1} 正員, 龍谷大学 (〒520-2194 滋賀県大津市瀬田大江町横谷 1-5)

^{*2} 学生員, 龍谷大学理工学部

^{*3} 正員, 三菱重工業(株) 高砂研究所

^{*4} 三菱重工業(株) 高砂製作所

E-mail: y_kaneko@rins.ryukoku.ac.jp

等価ばね・質量モデルを使用するよりも、有限要素法を利用して翼・ディスク系を直接モデル化し、文献 (5) と同様にモンテカルロ法を利用して周波数応答解析を行うのが良いと考えられる。しかしながら、ミスチューンがある翼・ディスク系を、最近の翼設計に適用されているような大規模な有限要素モデルで直接モデル化すると、自由度数が数万自由度から数十万自由度になるため、モンテカルロ法と組合せて解析すると計算コストが膨大になり、事実上解析は不可能になる。

最近、ミスチューン系の応答解析を効率良く行うために、部分構造合成法に基づく低次元モデル⁽⁶⁾やモード領域の低次元モデル^{(7)~(12)}が数多く提案されている。このうち、モード領域の低次元モデルはミスチューン現象のメカニズムと直結した定式化をベースにしており、入力データの作成も容易であるため設計計算（パラメトリックスタディ）に適していると考えられる。このため、本研究では、非対称配置静翼構造に対する翼・ディスク系の応答を予測するために、文献 (7) ~ (10) に提案されているミスチューン系の低次元モデル FMM (Fundamental Mistuning Model) を適用する。具体的には、先ず、簡単な平板翼で構成される翼・ディスク系を直接有限要素法で解析した場合と FMM を適用して解析した場合について比較し、FMM の有効性を調査する。つぎに、実際の航空エンジン用のブリス্ক (Blisk) に対して FMM を適用して非対称配置静翼構造に対する応答解析を行い、振動応答低減効果を調査する。

2. 解析方法

2・1 FMM によるミスチューン系の固有値解析

FMM の理論については文献 (7) ~ (10) に詳しく説明されているので、ここでは要点だけを記述する。FMM では、翼・ディスク系のモード族が完全に分離しているとき、ミスチューンがある翼・ディスク系の着目するモード族の振動モードを、チューン系の当該モード族の振動モードの重ね合わせで式 (1) のように表す。

$$\{\phi_r\} = \sum_{m=0}^{N-1} \beta_{rm} \{\phi_m^0\}, \quad (r=0, \dots, N-1) \quad (1)$$

ここで、 $\{\phi_r\}$ はミスチューン系の着目するモード族における r 次の振動モード、 $\{\phi_m^0\}$ はチューン系の当該モード族の m 次の振動モードであり、 N は全周の翼枚数である。 β_{rm} は、ミスチューン系の r 次の振動モードに占めるチューン系の m 次の振動モードの割合を表す係数（ウェイトイング）であり、式 (2) の固有値問題を解くことにより求めることができる。

$$([\Omega^0]^T [\Omega^0] + 2[\Omega^0][\bar{\Omega}][\Omega^0])\{\beta_r\} = \omega_r^2 \{\beta_r\} \quad (2)$$

ここで $[\Omega^0]$ は、チューン系の固有振動数を対角成分にする対角行列であり、チューン系の振動モードをトラベリングウェーブモードで表示し翼間位相差が増加する順に振動モードを並べたとき、これに対応する順に固有振動数を並べている⁽⁷⁾。 ω_r はミスチューン系の r 次の固有振動数である。

$[\bar{\Omega}]$ は、ディスク上の個々の翼の振動数分布の離散フーリエ変換を成分にする行列であり、式 (3) のように表すことができる。

$$[\bar{\Omega}] = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_0 & \bar{\omega}_1 & \cdots & \bar{\omega}_{N-1} \\ \bar{\omega}_{N-1} & \bar{\omega}_0 & \cdots & \bar{\omega}_{N-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \bar{\omega}_1 & \bar{\omega}_2 & \cdots & \bar{\omega}_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$[\bar{\Omega}]$ は循環行列であり、その要素 $\bar{\omega}_p$ は、翼単体の固有振動数（着目するモード族の固有振動数）の周方向の分布を離散フーリエ変換したときの p 番目の成分であり、式 (4) で表すことができる。

$$\bar{\omega}_p = \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} \exp\left(isp \frac{2\pi}{N}\right) \Delta\omega_b^{(s)} \quad (4)$$

ここで、 $\Delta\omega_b^{(s)}$ はミスチューンにより生じた s 番目の翼の固有振動数の偏差であり、チューン系の翼単体の固有振動数を ω_b^0 、ミスチューン系の s 番目の翼の固有振動数を $\omega_b^{(s)}$ とすると、式 (5) から求めることができる。

$$\Delta\omega_b^{(s)} = \frac{\omega_b^{(s)} - \omega_b^0}{\omega_b^0} \quad (5)$$

すなわち、FMM でミスチューン系の固有振動数と振動モードを計算するために必要な情報は、着目するモード族に関するチューン系の固有振動数 $[\Omega^0]$ 、チューン系の振動モード $\{\phi_m^0\}$ 、およびミスチューン系の翼単体の固有振動数の分布 $\Delta\omega_b^{(s)}$ の三つだけである。これらの情報を入力にして式 (3) から式 (5) を使用して式 (2) の各要素を計算し、式 (2) の固有値方程式を解く。その結果、ミスチューンがある翼ディスク系の固有振動数 ω_r とウェイトイング $\{\beta_r\}$ が求まるので、ウェイトイング $\{\beta_r\}$ を式 (1) に代入して固有モード $\{\phi_r\}$ を求める。式 (2) の係数行列の次元は、 $N \times N$ (N : 翼枚数) であり、自由度を大幅に縮小した固有値方程式を解いて、ミスチューンがある翼・ディスク系の固有振動数や振動モードを計算することができる。また、FMM の入力として必要になるチューン系の固有振動数 $[\Omega^0]$ やチューン系の振動モード $\{\phi_m^0\}$ は、周期対称法を適用すれば 1 セグメント分だけの自由度に縮小したモデルで解析できる。特に、モンテカルロ法を適用してミスチューンがある翼・ディスク系の解析を行う場合は、通常、翼単体の振動数の分布を与え、この分布からランダムに翼振動数を抽出して翼・ディスク系を作成し、個々のミスチューン系に対する応答を解析するので、FMM とモーダル法を適用すれば、非常に効率良くミスチューン系の応答解析ができる。

2・2 非対称配置静翼構造の翼列干渉力^⑥

翼列干渉により生じる動翼の共振応力を低減させるための静翼の非対称配置法として、全周を適当なセグメントに分割し、(1) セグメント内の静翼枚数を変更する方法 (枚数変更法)、(2) セグメント間のピッチを変更する方法 (オフセット法)、(3) 全周の静翼ピッチに意図的にランダムな誤差を与える方法 (ランダムピッチ法) などが提案されている。このうち、製作コスト、メンテナンス性、低次のハーモニック加振力に与える影響、サージなどの流れの安定性に与える影響、チューニングすべきハーモニック数の増加などを考えると、現実には全周を上半と下半の 2 セグメントに分割し、2 セグメント内の静翼枚数をわずかに変更する方法が最も実現性があると考えられ、実際、この方法だけが実機に採用されているようである。このため、ここでは枚数変更法について振動応答解析法を説明する。

上半ケーシングの静翼枚数が N_1 、下半ケーシングの静翼枚数が N_2 の場合、全周の静翼枚数が $2N_1$ 、および $2N_2$ の 2 ケースの対称配置静翼に対する翼列干渉解析を 3D CFD により行い、これらの結果をつなぎ合わせて、非対称配置静翼を通過していく動翼に作用する加振力 (時刻歴波形) を求める。すなわち、FEM (有限要素法) と 3D CFD を組み合わせて応答解析を行う場合には、CFD の結果から得られる圧力変動に FEM の各節点の分担面積を乗じ、各節点に作用する加振力を $f_{li} \cos 2N_1 \Omega t$ ($0 < t < T/2$)、および $f_{li} \cos 2N_2 \Omega t$ ($T/2 < t < T$) のように求める。つぎに、この節点力をフーリエ解析し、節点力の振幅と位相を翼の各節点について式 (6) のように求める。

$$\begin{aligned} \{F(t)\} &= \left\{ \frac{a_0}{2} \right\} + \sum_{H=1}^{\infty} (\{a_H\} \cos H\Omega t + \{b_H\} \sin H\Omega t) \\ &= \left\{ \frac{a_0}{2} \right\} + \sum_{H=1}^{\infty} \{P_H\} \cos(\omega t - \gamma_H) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $\{F(t)\}$ は翼面上の各節点に作用する翼列干渉力、 $\{P_H\}$ は加振力の振幅、 Ω は翼の回転角速度、 T は回転周期、 H は加振力のハーモニック数、 $\omega = H\Omega$ は加振力の周波数である。本論文では、式 (6) のハーモニック加振力に対する応答を次節に示す方法で別々に求め、これを加算して非対称配置静翼に対する動翼の定常応答を求める。なお、式 (6) の定常成分に対する応答は、振動応答には関係しないので以下の解析では省略する。

2・3 モーダル法によるミスチューン系の応答解析

図1に示す翼・ディスク系が周方向に不均一な流れ（偏流）の中を回転していくとき、翼・ディスク系全体の運動方程式は式（7）で表すことができる。

$$[M_T]\{\ddot{x}_T\} + [C_T]\{\dot{x}_T\} + [K_T]\{x_T\} = \{f_T(t)\} \quad (7)$$

ここで $[M_T]$, $[K_T]$, $[C_T]$ は翼・ディスク系全体の質量行列、剛性行列、減衰行列であり、 $\{x_T\}$ は変位ベクトルである。下添え字 T は、全系（翼・ディスク系全体）であることを示す。式（7）右辺の $\{f_T(t)\}$ は翼・ディスク系に作用するハーモニック加振力であり、式（8）のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \{f_T(t)\} &= \{f_T^H\} e^{j\omega t} \\ \{f_T^H\} &= \left\{ \{f_H\} \{f_H\} e^{-j\alpha_H} \{f_H\} e^{-j2\alpha_H} \dots \{f_H\} e^{-j(N-1)\alpha_H} \right\}^T \end{aligned} \quad (8)$$

式（8）中の $\{f_H\}$ は翼1枚に作用するハーモニック加振力の振幅、 ω は加振力の角振動数、 α_H は翼・ディスク系が回転することによって生じる加振力の位相角であり、ロータの回転角速度を Ω 、全周の翼枚数を N 、加振力のハーモニック数（エンジンオーダー）を H とすると、式（9）で表すことができる。

$$\omega = H\Omega, \quad \alpha_H = \frac{2\pi H}{N} \quad (9)$$

定式化の詳細は省略するが、式（7）の解を式（10）のように仮定し通常のモーダル法を適用すると式（11）が得られる。

$$\{x_T\} = \{X_T\} e^{j\omega t} \quad (10)$$

$$\{X_T\} = \sum_{r=1}^{N_T} \frac{\{\phi_r\}^T \{f_T^H\} \{\phi_r\}}{k_r (1 - \alpha_r^2 + 2j\zeta_r \alpha_r)}, \quad \alpha_r = \frac{\omega}{\omega_r} \quad (11)$$

Fig. 1 Bladed disk system

ここで、 $\{\phi_r\}$ と ω_r は、式(7)から減衰項と外力項を省いて得られる固有値方程式から得られる r 番目の固有モードと固有角振動数であるが、ここではFMM(式(1))から求めた固有モードと固有角振動数を使用する。 N_T はモーダル法で採用するモードの個数であり、ここでは $N_T = N$ (翼枚数)である。 k_r と ζ_r は、 r 番目のモードのモーダル剛性とモーダル減衰比であり、モーダル質量 m_r やモーダル減衰係数 c_r などを用いると、式(12)のように表すことができる。

$$m_r = \{\phi_r\}^T [M_T] \{\phi_r\}, \quad k_r = \{\phi_r\}^T [K_T] \{\phi_r\} = m_r \omega_r^2, \quad c_r = \{\phi_r\}^T [C_T] \{\phi_r\} = 2\zeta_r \sqrt{m_r k_r} \quad (12)$$

翼・ディスク系が対称配置静翼構造を通過するときは、加振力のハーモニック数は H (全周の静翼枚数)だけであり、図2(a)に示すような応答特性を示す。図2(a)のキャンベル線図の横軸はロータの回転数、縦軸は翼の振動数である。また、斜めの直線は回転数の H 倍の周波数を表すハーモニックラインであり、翼に作用する加振力の周波数になる。すなわち、対称配置静翼構造を通過するときには回転数の H 倍の周波数の加振力だけが翼に作用するため、翼・ディスク系の応答を式(11)から直接計算することができる。

一方、翼・ディスク系が非対称配置静翼構造を通過するときは、複数のハーモニック加振力を受けるため、図2(b)のような応答特性を示す。このため、各ハーモニック加振力に対する応答を式(6)から計算し、これを加算して非対称配置静翼構造を通過するときの応答を求める。具体的には、以下の手順で非対称配置静翼構造を通過するときの翼・ディスク系(ミスチューン系)の振動応答を求める。

- (1) 非対称配置静翼構造を通過するとき動翼に作用する翼列干渉力を求め、これを式(6)のようにフーリエ級数に展開し、加振力の各ハーモニック成分の振幅を求める。今回の計算では翼列干渉力を単純に式(13)で仮定し、これをフーリエ級数に展開している。ここで $\{f_i(t)\}$ は i 番目の翼に作用する加振力、 ϕ^i は加振力の位相である。また、 $\{f_e\}$ は加振力の振幅であり、翼の最大変位点に単位加振力を作用させている。

$$\{f_i(t)\} = \begin{cases} \{f_e\} \sin(2N_1\Omega t - \phi^i) & (\text{in upper half}) \\ \{f_e\} \sin(2N_2\Omega t - \phi^i) & (\text{in lower half}) \end{cases} \quad (13)$$

- (2) 振動数分布が $N(\bar{f}_b, \sigma_f^2)$ ($\bar{f}_b$: 単独翼振動数の平均値、 σ_f : 標準偏差)である単独翼の母集団からディスク上の個々の翼(振動数 f_{bi})をランダムに抽出し、ミスチューン系を作成する。このミスチューン系に対する固有振動数と振動モードを式(1)と式(2)から計算する。
- (3) 式(11)から各ハーモニック加振力に対する周波数応答を求め、これを図2(b)のように加算して非対称配置静翼構造を通過するときの応答を求める。

Fig. 2 Typical response of mistuned bladed disk to symmetric and asymmetric vane spacing

(4) (2) と (3) の計算を多数回（ここでは 1000 回）繰り返して得られた結果を統計処理し、ミスチューン系に発生する振幅の最大値やばらつき（標準偏差）を求める。

なお、確認のためいくつかのケースについてはシミュレーションの回数を 5000 回や 10000 回に変更して計算したが、非対称配置静翼構造の振動応答低減効果の評価に関しては大きな差がなかった。このため、ここではシミュレーションの回数を 1000 回にしている。

3. 解析結果

3・1 平板翼の解析結果

最初に、簡単な平板翼で構成される翼・ディスク系を直接有限要素法で解析した場合と FMM を適用して解析した場合について比較し、FMM の有効性を調査した。表 1 に解析に使用した平板翼の翼・ディスクモデルの仕様を、図 3 に有限要素モデルを示す。図 3 には、ミスチューンを与えた翼・ディスク系の固有振動数を有限要素法 (ANSYS) で解析した結果と FMM で解析した結果の比較も示している。図 3 の翼・ディスクモデルのミスチューンは、No.1 翼と No.3 翼の先端部にそれぞれ +0.5gr と -0.5gr の付加質量を与えて作成した。この場合、式 (5) のミスチューン量は、表 1 に記載した値になっている。図 4 は、代表的な振動モードについて、有限要素法 (ANSYS) で解析した結果と FMM で解析した結果の比較を示している。

Table 1 Specification of mistuned bladed disk with flat blades

No. of blades N	18
Blade length [mm]	125
Blade thickness [mm]	3.2
Disk inner radius [mm]	60
Disk outer radius [mm]	75
Disk thickness [mm]	3.2
Young's modulus [Gpa]	206
Density [kg/mm ³]	7800
Logarithmic decrement	0.01(base)
Frerquency mistune	$\Delta\omega_b^{(1)} = -0.0183, \Delta\omega_b^{(3)} = 0.0193$
Engine order of excitation	4, 7

Fig. 3 Bladed disk system with flat blades and natural frequencies

Fig. 4 Mode shapes of mistuned bladed disk

図3や図4から分るように、翼・ディスク系にわずかなミスチューンがあると、重根であった節直径モードの固有振動数はわずかに異なる二つの固有振動数に分離する。図3の例では固有振動数の分離度はせいぜい0.3%であり非常に小さいが、チューン系では完全な正弦波モードであった固有振動モードは図4に示すように極端に変化し、いわゆる振動モードの局在化が起こる。すなわち、図4(a)のMode 3では、No.1翼とNo.3翼の振幅はほぼ零になっているのに対し、図4(b)のMode 18では、No.1翼とNo.3翼付近の翼の振幅が大きくなっている。これらは良く知られたミスチューニング現象であるが、FMMで解析した結果でもこれらの現象は再現されており、有限要素法で直接解析した結果と良く一致している。

図5(a)はFMMで解析した周波数応答解析結果であり、図5(b)は有限要素法で直接解析した周波数応答解析結果である。図5には、全周18枚の翼先端部の応答(振幅最大位置の応答)を重ね書きしている。また、図6には、図5の周波数応答解析から得られた各翼の最大振幅について、FMMで解析した結果と有限要素法で解析した結果を比較している。これらの図の縦軸(振幅)は、チューン系の共振振幅で正規化している。これから分るように、ミスチューンがある翼・ディスク系の周波数応答についてもFMMによる解析値は有限要素法の解析値とほぼ一致しており、各モード族の振動数が分離している場合にはFMMを適用すれば有限要素法と同程度の精度でミスチューン系の解析ができると思われる。

 Fig. 5 Frequency response of mistuned bladed disk ($H=4$, $\delta=0.01$)

 Fig. 6 Maximum amplitude of mistuned bladed disk ($H=4$, $\delta=0.01$)

図7と図8は、2.3節の手順に従いFMMにより、対称配置静翼構造 ($H=7$) と非対称配置静翼構造 ($N_1=3, N_2=4$) の応答解析を実施した結果であり、図7は各翼に発生する最大振幅のヒストグラムを、図8は翼単体の振動数の変動係数と発生する最大振幅の関係を示している。図7の横軸や図8の縦軸も、チューン系の共振振幅で正規化している。良く知られているように単独翼構造はミスチューンに対して非常に敏感であり、ディスク上の個々の翼の振動数がばらつくと個々の翼の発生振幅に大きな差が現れ、図8(a)の例では最大振幅はチューン系の2倍程度まで増加している。また、図8(a)の例では単独翼の振動数の変動係数が1%のときの振幅が最大であり、単独翼の振動数の標準偏差が極端に大きくなると発生最大振幅はやや低下していく傾向が認められる。一方、発生振幅の平均値は、全翼が同一振幅になるチューン系のときが最大であり、ミスチューン系の方が小さい。これは、ミスチューン系では特定の翼のみに大きな振幅が発生し、その他の大部分の翼の振幅はチューン系よりも小さくなるためである。

非対称配置静翼構造にすると、図8(b)に示すように発生する最大振幅は対称配置静翼構造に対する値よりも約40%低下している。すなわち、図8(a)と図8(b)との比較から分かるように、単独翼振動数の変動係数に対する発生振幅の最大値、平均値、変動係数の全体的な傾向は、対称配置静翼構造と非対称配置静翼構造とで大きな差はないが、振幅の絶対値は非対称配置静翼構造の方が約40%低下している。これは、非対称配置静翼構造を通過する翼・ディスク系は複数のハーモニック加振力を受けるが、個々のハーモニック加振力の大きさが小さくなるため、各ハーモニック加振力に対する応答を加算しても、対称配置静翼構造を通過するときの振幅よりも小さくなるためである⁽⁵⁾。

 (a) Symmetric vane ($H=7$)

 (b) Asymmetric vane ($N_1=3, N_2=4$)

 Fig. 7 Histogram of max. amplitude calculated by FMM ($\delta=0.01$)

 Fig. 8 Response reduction effect for asymmetric vane calculated by FMM ($\delta=0.01$)

3・2 実翼モデルの解析結果

3.1 節の検討結果から、各モード族の振動数が分離している場合には FMM を適用すれば有限要素法と同程度の精度でミスチューン系の解析ができることが確認できたため、航空エンジンに使用されている実際の翼・ディスクモデル (Blisk) の解析を行った。ブリスクはディスクと翼が一体化になった翼・ディスク系であり、翼根・翼溝がないため減衰が小さく、共振通過時の応答が振動強度上の問題になることが多い。

図 9 に解析に使用した翼・ディスク系の有限要素モデルを、図 10 に周期対称法で計算した翼・ディスク系 (チューン系) の固有振動数を示す。図 9 の有限要素モデルの節点数は 1 セグメント当たり約 1 万 2 千節点であり、翼・ディスク系全体 ($N=48$) では、約 58 万節点である。図 11 に、周期対称法で解析した翼・ディスク系の振動モードを示す。

Fig. 9 FEA model of actual bladed disk

Fig. 10 Natural frequency of actual bladed disk

Fig. 11 Mode shapes of actual bladed disk

図 10 と図 11 に示すチューン系の固有値解析結果を使用して、2 節で説明した手順で対称配置静翼構造と非対称配置静翼構造に対する周波数応答解析を実施し、非対称配置静翼構造の振動応答低減効果を調査した。図 12 は対称配置静翼構造 ($H=20$) に対する周波数応答の解析例 (全周 48 枚の翼の応答の重ね書き) であり、図 13 は各翼に発生する最大振幅のヒストグラム示している。また、図 14 は翼単体の固有振動数の変動係数と発生する最大振幅の関係を示している。これらの図においても、振幅はチューン系の共振振幅で正規化して表示している。

 Fig. 12 Frequency response to symmetric vane spacing ($H=20$, $\delta=0.01$, $\sigma_f=1\%$)

 Fig. 13 Histogram of max. amplitude to symmetric vane spacing ($H=20, \delta=0.01$)

 Fig. 14 Max. amplitude to symmetric vane spacing ($H=20, \delta=0.01$)

図 15 は非対称配置静翼構造 ($N_1=9, N_2=11$) に対する周波数応答の解析例 (全周 48 枚の翼の応答の重ね書き) である。非対称配置静翼構造に対する周波数応答解析では、図 2 に示すように複数のハーモニック加振力に対する応答を加算して評価するため、図 15 の横軸はロータの回転数で表示している。図 16 は各翼に発生する最大振幅のヒストグラムであり、図 17 は翼単体の振動数の変動係数と発生する最大振幅の関係を示している。図 15 から図 17 においても、振幅はチューン系の共振振幅で正規化して表示している。また、図 12 から図 17 は、各振動モードの対数減衰率の値を $\delta=0.01$ と仮定して解析している。

これらの結果から分るように、マクロに見れば実際の翼・ディスク系 (Blisk) に対する非対称配置静翼構造の振動応答低減効果は、平板翼の翼・ディスク系の場合と同一の傾向を示しており、単独翼振動数の標準偏差が 1 ~ 1.5% 付近で最大振幅が発生しており、振幅の絶対値は非対称配置静翼構造の方が約 50% 低下している。

図 18 は、翼・ディスク系の対数減衰率の値を $\delta=0.003$ (材料減衰相当) に変更して対称配置静翼に対する応答と非対称配置静翼構造に対する応答を比較した結果であり、縦軸 (振幅) はチューン系の共振振幅で正規化している。これから分るように、減衰が小さい場合も振幅の絶対値は非対称配置静翼構造の方が約 50% 低下しているが、減衰が小さい場合は単独翼振動数の変動係数が 0.5% 以下のときに最大振幅が発生している。すなわち、減衰が小さくなると最大振幅が発生するときの単独翼振動数の変動係数の値は小さくなることが示されている。

これらの一連の解析により FMM を使用すれば、モンテカルロ法の解析に要する時間は図 2 のモデルと図 9 のモデルでは大差がなく、非常に効率的な解析ができることが確認できた。

Fig. 15 Frequency response to asymmetric vane spacing ($N_1=9$, $N_2=11$, $\delta=0.01$, $\sigma_f=1\%$)

Fig. 16 Histogram of max. amplitude to asymmetric vane spacing ($N_1=9$, $N_2=11$, $\delta=0.01$)

Fig. 17 Max. amplitude to asymmetric vane spacing ($N_1=9$, $N_2=11$, $\delta=0.01$)

 Fig. 18 Max. amplitude to symmetric and asymmetric vane spacing ($\delta=0.003$)

4. 結 論

本研究では、非対称配置静翼構造に対する翼・ディスク系の応答を精度良く予測するために、ミスチューンがある翼・ディスク系の低次元モデル FMM を利用して固有値解析や周波数応答解析を行い、その有効性について調査した。

まず、簡単な平板翼で構成される翼・ディスク系を直接有限要素法で解析した場合と FMM を適用して解析した場合について解析結果を比較し、両者の解析結果がほぼ一致すること、各モード族の振動数が分離している場合には FMM を適用して非対称配置静翼構造に対する応答解析を行うことが可能であることなどを検証した。

さらに、航空エンジン用の Blisk について、実際の翼設計に使用されている大規模な有限要素モデルを使用してミスチューン系の応答解析を行い、FMM を利用すれば非常に効率良く非対称配置静翼構造の振動応答低減効果を評価できることを確認した。

文 献

- (1) Kemp, R. H., Hirschberg, M. H. and Morgan, W. C., "Theoretical and experimental analysis of the reduction of rotor blade vibration in turbomachinery through the use of modified stator vane spacing", *NACA technical note*, 4373 (1958), pp. 1-43.
- (2) Clark, J. P., Aggarwala, A. S., Velonis, M. A., Gacek, R. E., Magge, S.S. and Price, F. R., "Using CFD to Reduce Resonant Stresses on a Single-Stage, High-Pressure Turbine Blade", *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002, GT-2002-30320*, (2002), pp.1-7.
- (3) 金子康智, 森一石, 奥井英貴, "非対称配置静翼を利用した圧縮機動翼の振動応力低減", 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 71, No. 712 (2005), pp. 3409-3416.
- (4) 金子康智, 森一石, 富井正幸, 大山宏治, "非対称配置静翼を利用したタービン動翼の振動応力低減 (多重共振を考慮した振動応力低減効果の検討)", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.72, No.720 (2006), pp. 2366-2372.
- (5) 金子康智, 大田昌輝, 森一石, 大山宏治, "非対称配置静翼を利用した翼・ディスク系の振動応答低減 (ミスチューン系に対する振動応答低減効果の検討)", 日本機械学会論文集 C 編, Vol.78, No.789 (2012), pp.1398-1409.
- (6) R. Bladh, M. P. Castanier and C. Pierre, "Component-Mode-Based Reduced Order Modeling Technique for Mistuned Bladed Disks-Part 1: Theoretical Models", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol.123, (2001), pp.89-99.
- (7) D. M. Feiner and J. H. Griffin, "A Fundamental Model of Mistuning for a Single Family of Modes", *Transactions of the ASME*,

Journal of Turbomachinery, Vol.124, (2002), pp.597-605.

- (8) D. M. Feiner and J. H. Griffin, "Mistuning Identification of Bladed Disks Using a Fundamental Mistuning Model-Part 1: Theory", *Proceedings of ASME Turbo Expo 2003*, GT2003-38952, (2003), pp.1-10.
 - (9) M. R. Rossi, D. M. Feiner and J. H. Griffin, "Experimental Study of the Fundamental Mistuning Model for Probabilistic Analysis", *Proceedings of ASME Turbo Expo 2005*, GT2005-68127, (2005), pp.1-8.
 - (10) J. P. Ayers, D. M. Feiner and J. H. Griffin, "A Reduced Order Model for Transient Analysis of Bladed Disk Forced Response", *Proceedings of ASME Turbo Expo 2005*, GT2005-68128, (2005), pp.1-10.
 - (11) Carlos Martel and Roque Corral, "Asymptotic Description of Maximum Mistuning Amplification of Bladed Disk Forced Response", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol.131, (2009), pp.02506-1-10.
 - (12) Yasharth Bhartiya and Alok Sinha, "Reduced Order Model of a Bladed Rotor with Geometric Mistuning: Comparison Between Modified Modal Domain Analysis and Frequency Mistuning Approach", *Proceedings of ASME Turbo Expo 2011*, GT2011-45391, (2011), pp.1-12.
-