乗客による鉄道車両の車体弾性振動低減効果と それを活用した制振デバイス検討のためのモデリング*

富岡 隆弘^{*1}, 瀧上 唯夫^{*1}, 相田 健一郎^{*1}, 秋山 裕喜^{*1}

Damping Effect Due to Passengers on Flexural Vibrations of Railway Vehicle Carbodies and a Simplified Modeling to Develop Vibration Reduction Devices Utilizing the Effect of Passengers

Takahiro TOMIOKA^{*1}, Tadao TAKIGAMI, Ken-Ichiro AIDA and Yuki AKIYAMA

^{*1} Railway Technical Research Institute, Vehicle Noise and Vibration Lab.,
2-8-38, Hikari-cho, Kokubunji-shi, Tokyo, 185-8540, Japan

Passengers boarding on a railway vehicle are usually treated as additional mass in designing carbody and the natural frequencies of carbody flexural vibrations are considered to decrease as the number of passenger increases. However, some previous studies indicate that on-board passengers behave not as additional mass but as damping. This paper examines the damping effect due to passengers by using actual railway vehicles and compares the measurement results to the cases that iron blocks or water tanks are loaded. A stationary excitation test in the rolling stock testing plant for a commuter-type vehicle and a running test on a commercial line for a Shinkansen-train were conducted. From both tests, relatively large vibration reduction effects upon different natural modes of flexural vibration of the carbodies and little change of their natural frequencies were observed when passengers were aboard. On the other hand, natural frequencies were decreased when iron blocks or water tanks were loaded. The authors also tried to develop a numerical model to express the flexural vibration of carbody with passengers. It was found that a simple 1-DOF mass-spring-damper system with low natural frequency and high damping ratio can simulate a passenger well. According to those measurement results, it is expected that a new and valuable damping device against carbody flexural vibrations can be realized if we can simulate or mimic the effect of passengers correctly. Some basic directions or policies to develop such damping devices were discussed.

Key Words : Railway, Human Vibration, Flexural Vibration, Railway Vehicle, Damping, Vibration Reduction

1. は じ め に

鉄道車両は、速度向上、省エネルギー、地盤振動軽減、軌道構造物の建設費や軌道保守費の低減などの要請から軽量化が進められてきた。その結果、車体に対する乗客の質量割合が増大しており、例えば最近の通勤形車両では、モータのない付随車の場合車体質量は 13~15 トン程度なので、乗客一人の質量を 55 kg とすると定員乗車（約 160 名）における全乗客質量は車体質量の 6~7 割程度にもなる。車体質量は車体の振動特性に密接に関係し、車体の振動は乗り心地に大きく影響する。乗り心地向上のため、最近はとくに車体の上下方向の弾性振動の低減が求められるようになっており、乗客の影響をどのように考慮すべきかは車体設計における重要な検討項目である。

通常、鉄道車両の設計において乗客の影響は質量増加として扱われており⁽¹⁾⁽²⁾、車両の試験で乗客を模擬する場合は、乗客質量に相当する鉄塊や大型の水槽を積載することが多い。また、乗り心地に影響が大きい車体上下弾性振動の固有振動数は、新幹線や在来線などの車種によらず 7~15 Hz 程度の周波数範囲にあることが示されているが⁽³⁾⁽⁴⁾、車体設計の際は乗客の乗車により車体の固有振動数が低下することを前提として、定員乗車時に所定の固有振動数になるよう構体（車体の主構造）の設計を行うのが一般的である。すなわち、車体の軽量化と剛性は相反する傾向があるため「(内装や各種機器類を艤装する前の) 構体時にどの程度の固有振動数になるよう設計す

* 原稿受付 2012 年 10 月 18 日

^{*1} 正員, (公財)鉄道総合技術研究所車両振動研究室 (〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)
E-mail: tomioka@rti.or.jp

べきか」という観点からの検討が行われている。

このような従来の「常識」に対し、実態に近い状況で乗客による影響を調査した例として、鉄道車両の実物大部分構体模型を用いて加振試験を行い、乗客の有無、乗車人数や乗車位置等による車体の固有振動数や応答特性の変化を調べた報告がある⁽⁵⁾。そこでは、乗客質量による車体固有振動数への影響はほとんどないことや、人体の持つ減衰特性により乗客数が増加すると車体の振動応答は小さくなること、などが述べられている。

一方、著者らは実際の鉄道車両を対象に乗客による車体弾性振動への影響を調べている^{(6)~(9)}。このうち文献⁽⁶⁾では高速試験車両の車体に乗客と鉄塊を積載して車体を定置加振する試験を行い、乗車人数の変化による車体の周波数応答関数（加振力に対する車体の応答加速度の伝達関数、以下、FRF）のピーク周波数の変化はわずかで乗車人数の増加とともにピーク高さが低下するのに対し、鉄塊を床上に積載すると積載質量とともにピーク周波数が低周波数方向に変化することを明らかにした。すなわち、乗客による車体弾性振動への影響は単純な質量増ではなく車体の減衰能増大の傾向が強いことが確認され、実車でも文献⁽⁵⁾と同様の状況であることがわかった。また、そこで対象とした高速試験車両のように、FRFに車体弾性振動に対応した単一の卓越ピークを持つ車両の場合は、車体を質量と曲げ剛性からなる主系とし、乗客を6 Hz付近に固有振動数を持ち比較的大きな減衰能を有する付加系とした単純な2自由度系により試験結果を定性的に表現できることを示した。

また、FRFに複数の弾性振動モードに対応したピークを有する車体についても加振試験を行い、乗客乗車によりそれら複数のピークは、周波数の変化は少ないが高さが変化すること、乗車人数増大に伴いピーク高さの低下量も大きくなること、乗車時の姿勢によりピーク高さ低下量が異なる場合があることなどを示している⁽⁷⁾。そして、比較的小人数の乗車でも車体弾性振動の損失係数は大きく増大し、乗客による減衰付与効果が大きいことを明らかにするとともに、この場合も乗客の影響を減衰能の大きい1自由度系で定性的に模擬できることを確認している。

著者らはさらに、新幹線走行時の振動測定や車両試験台における通勤形車両の実走行模擬加振も行って、実走行に対応した条件下での乗客による車体弾性振動への影響を調べた⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

本論文は、これまで速報として講演論文等の形で個別に報告してきた各種車両（通勤形および新幹線）の実走行あるいはそれに相当する条件における試験結果を総括的に示し、乗客が車体弾性振動に与える影響を明らかにするとともに、乗客による制振効果を模擬した制振デバイス検討の基本方針を示すことを目的とする。まず、これまで著者らが行った加振試験、走行時の振動測定試験により得られた種々のデータを提示し、実際の鉄道車両の車体弾性振動に対する乗客の影響と鉄塊等を積載した条件との差異について明らかにする。そして、乗客は車体弾性振動に対し減衰付与効果を持つことを示す。つぎに、乗客の影響を表現できる簡便なモデル化について検討し、乗客は高減衰能を持つ1自由度系として定性的に扱えることを車体の3次元弾性振動解析モデルによる計算例により示す。最後に、これらの結果をもとに、乗客による減衰付与効果を模擬した車体弾性振動に対する新しい制振デバイス実現のための検討の方向性について述べる。

2. 鉄道車両の車体弾性振動に対する乗客の影響

2.1 車両試験台における通勤形車両の加振試験⁽⁹⁾

2.1.1 試験の概要

鉄道総合技術研究所（鉄道総研）の車両試験台において実車両の加振試験を行った。供試車両は鉄道総研保有の試験用車両であり、最近の一般的な通勤形車両と同様の軽量ステンレス製の構体を持つ。営業車とほぼ同等の内装パネル、床材、天井ダクトが設置され、腰掛けと荷棚も有するが、屋根上の空調機は質量と取付け位置が同等のダミーであり、灯具等の電装品は省略してある。ただし床下機器の一部を模擬したダミー（1台500 kg）が2台床下に設置されている。この試験車両の車体の長さ、幅、高さはそれぞれ19.5 m、2.95 m、2.7 m、車体の質量は12500 kgである。図1に車両試験台での加振試験状況を示す。

車両試験台は、レールを模擬した断面形状を持つ軌条輪上に車両を設置し、軌条輪を回転することで走行を模擬できる装置であり、1車両分8枚の車輪を載せる軌条輪それぞれを独立に任意波形で上下に加振できる油圧アクチュエータを備えている。試験では、車体の床面の図2に示す位置（以下、測点という）に圧電式加速度ピックアップを設置して上下加速度を測定した。また、図は省略するが、屋根の上下（床と同様の21点で測定）、側面の左右（面外）（片側の窓上・窓下の10点で測定）および全ての軸箱上下（8箇所）の加速度も測定した。

Fig. 1 The commuter type test vehicle in the rolling stock testing plant.

加振条件は、カットオフ周波数が 2 Hz と 35 Hz のバンドパスフィルタを通したランダム波（バンドランダム波）により全軸を同時に上下加振する 4 軸同相上下加振（加振時間は 120 s ，同一輪軸の左右の軌条輪には無相関のバンドランダム波を入力）および、実走行を模擬するため実際の走行時に測定した軸箱上下加速度を再現する加振信号を作成し、それを速度に応じて輪軸間に時間差をつけて与える実走行模擬加振（速度 73.5 km/h 相当，加振時間は 75.55 s ）の 2 種類とした。輪軸位置に速度に応じた時間差のある加振を受ける車両は、車体長手方向中央部における加速度パワースペクトル密度（PSD）に規則的な山谷を生じる「台車間距離あるいは軸間距離によるフィルタ効果⁽¹⁰⁾」の影響を受け、条件によっては車体弾性振動に対応したピークが生じないなど、PSD の解釈が複雑になる。4 軸同相上下加振は実走行時にはあり得ない加振入力であるが、このフィルタ効果の影響を受けず車体上下弾性振動が顕著に生じるため、車体上下弾性振動に対する乗客の影響を調べるのに適した加振条件と考えられる。

人員乗車等の荷重積載条件を図 3 に示す。乗車人数は 8, 16, 41 人で腰掛けの前に吊り手につかまって立った状態で乗車した。ただし 41 人乗車については、腰掛けに通常の姿勢で着座した条件でも測定を行った。また比較のため、合計 992 kg の鉄塊を床面に積載した場合（1 個 15.5 kg の鉄塊 64 個を図 3(e) のように配置）、容量 325 L の硬質樹脂（ポリエチレン）製の大型水槽に 250 L の水を入れたもの（合計質量は水槽 1 台あたり 270 kg ）を 4 台床面に積載した場合（図 3(f) のように車体中央付近に配置。水槽は満水でなく自由液面を持つ）の測定も実施した。

Fig. 2 Acceleration measurement points on the floor.

Fig. 3 Loading conditions for the excitation test in the rolling stock testing plant.

2.1.2 試験結果

図4に空車状態の加振試験結果から同定した主要な固有振動モードを示す。このモード解析には、図2の床面上下加速度のほか、屋根の上下加速度と側面の左右加速度も使用した。図中の*-mnなどはモード形状の特徴を表す記号であり、最初の文字*がAの場合は車体中央断面において屋根と床が逆位相で変形するもの、Zは屋根と床の振幅の差が大きく位相関係が明確でないものを表す。続く2桁の数字mnは、mが屋根、nが床の振動の腹の数を示している。また、文字がJのものは車体断面のせん断変形を伴うモードであり、J-1は中央断面がひし形に変形するモード、J-2はねじりモードである。Jモードは屋根と床の腹の数が常に同一であったため、数字は一桁とした。ここでは後述の図5のPSDにおいて主なピークが存在する15 Hz以下のモードを主要なものとしているが、図4のように7~13 Hzの周波数範囲に5つの車体弾性振動の固有モードが同定された。

つぎに、4軸同相上下加振に対する人員乗車時の床中央の側寄り位置（腰掛け下、測点f-r4）と前位台車の車体支持点近傍（測点f-r2）における応答加速度PSDを図5に示す。図の灰色の線は空車の場合で、7.3および11 Hz付近に顕著なピークが認められるがそれぞれ図4のJ-1モード、A-31モードに対応している。乗車人数の増加に伴い、このピークの高さがともに低下していることが分かる。一方、ピーク周波数は乗車人数によらずほぼ一定か、若干高周波数側にシフトする傾向が認められ、乗客の影響は単純な車体の質量増とは異なることが確認できる。このように、乗車人数の増加に伴って11 Hzのピークが高周波数側にシフトする傾向を示すのは、車体を主系とし乗客を付加系とすると、主系の固有振動数より低い固有振動数を持つ付加系が付与された主系が受ける影響と同様の効果によるものと考えられる。これに関する考察を付録に示す。

人員乗車による車体床面全体の振動の変化を見るため、図5と同じ加振条件で測定された床面の全測点における加速度PSDの5~20 Hz部分の面積（積分値）の平方根（振動加速度の5~20 Hz成分の実効値に相当。以下、

Fig. 4 Mode shape and natural frequencies identified from measured data without loadings.

Fig. 5 Acceleration PSDs on the floor with different numbers of passengers. (All wheel simultaneous excitation.)

BLRMS 値と呼ぶ)を図6に示す. この図のモザイク状のパターンの個々の領域は床面を上から見たときの各測点の位置(図2参照)に対応しており, 色はBLRMSの大きさを表し暖色系は振動が大きいことを示す. 図中の数字はそれぞれの測点におけるBLRMS値(単位は m/s^2)を表し, 括弧内の数字は空車の場合のBLRMS値に対する各人員乗車条件のBLRMSの比を百分率で表したものである. この図から, 主要な車体弾性振動モードが含まれる5~20 Hzの振動成分が人員乗車により床面全体にわたって低減していることが分かる. ただし, 台車支持点付近(測点f-#2, f-#6. #はr, lのいずれか)では空車時とほとんど変化がないか, わずかではあるが振動が増加する場合がある. これに関しては, この加振条件では図4のA-31モードが卓越するが, 台車支持点付近はこのモードの節に近く, もともとA-31モードに対応するピーク高さが小さいことが理由のひとつとして考えられるが, 図5(b)を見るとA-31モードより高さが低いJ-1モードに対応する7.3 Hz付近のピークは人員乗車による低減が見られており, 詳細は別途検討が必要である. いずれにせよ床面全体において, 空車時に振動が大きい測点ほど人員乗車により振動低減効果が顕著に見られ, その効果は乗車人数とともに大きくなることが確認できる.

床面の全測点(21点)のBLRMS値を平均したものを図7に示す. この図からも乗車人数の増加に伴って振動低減効果が大きくなることが確認できるが, 床面全体で平均すると8人乗車と41人乗車の差はわずかとなった. これは今回の乗車条件が, この加振条件で卓越する弾性振動モードの腹の周辺に乗車する条件であったことも一因と考えられるが, 比較的少ない人数であっても乗客による車体弾性振動の低減効果が大きいことが示された.

Fig. 6 Band-limited (5-20 Hz) acceleration root mean square (RMS) values for all measurement points on the floor. (Values in the parentheses are percentage versus empty case. All wheel simultaneous excitation.)

Fig. 7 Average of the band-limited (5-20 Hz) acceleration RMS values for all measurement points on the floor. (All wheel simultaneous excitation.)

乗客の乗車時の姿勢による違いを見るため、41 人乗車時の立位と座位の場合の測点 f-r4 における加速度 PSD を図 8 に示す。この場合も加振条件は 4 軸同相加振である。この図から、座位の場合、J-1 モードに対応する 7.3 Hz 付近の振動が立位の場合より大きく低減し、ピークがほぼ消滅していることが分かる。これは、この車両の腰掛けが側面パネルに片持ち支持の状態に取り付けられているため、側面の面外方向変形を伴う J-1 モードに対する座位での人員乗車による振動低減効果が顕著に表れたものと考えられる。

図 9 に、同程度の質量の乗客 (16 名, 1050 kg)、鉄塊 (992 kg)、水槽 (250 L × 4, 1080 kg) を積載した場合の PSD を示す。測点と加振条件は図 8 と同様である。鉄塊を積載すると 7.3 および 11 Hz 付近のピークはいずれも低周波数側にシフトしており、質量増による効果が明瞭に現れている。これに対し、水槽を積載すると 11 Hz のピークに関しては人員乗車時と似た変化 (ピーク周波数の変化が少なくピーク高さが低下) をするが、7.3 Hz のピークに関しては鉄塊と同様にピーク周波数が低い方へシフトしており、人員乗車時とは異なる挙動となっている。別報で述べたように、柔軟なポリエチレン製タンクに水を充填して車内に積載した場合は、この 7.3 Hz と 11 Hz の 2 つに対応するピークの変化は乗客乗車時により近い挙動となることから⁽⁹⁾、変形しづらい硬質樹脂製の水槽を使用したことが乗客乗車の場合との差異の原因になっている可能性がある。

図 9 と同じ荷重条件で、速度 73.5 km/h 相当の実走行模擬加振を行った場合の床面の測点 f-r4 と f-r2 における加速度 PSD を図 10 に示す。この場合も人員乗車と鉄塊あるいは水槽積載時の PSD に大きな差異が見られる。以上により、鉄塊や水槽積載により乗客を模擬することは、車体弾性振動を対象にする場合には適切とはいえないことが明らかとなった。

Fig. 8 Acceleration PSDs on the floor for different postures of passengers. (With 41 passengers. Measured at point f-r4. All wheel simultaneous excitation.)

Fig. 9 Acceleration PSDs on the floor with different loadings. (Measured at point f-r4. All wheel simultaneous excitation.)

(a) At point f-r4.

(b) At point f-r2.

Fig. 10 Acceleration PSDs on the floor with different loadings. (Simulated running excitation, $V = 73.5$ km/h.)

2.2 新幹線車両に対する本線走行試験⁽⁸⁾⁽⁹⁾

2.2.1 試験の概要

乗客定員 85 名の新幹線車両を使った本線走行試験を実施した。この試験では、空車、乗客あり（17 名、33 名、50 名、いずれも着席）、鉄塊 5100 kg 積載の各荷重条件を設定して同じ区間を往復しながら床上の振動加速度を測定した。図 11 に加速度測定点を、図 12 に乗客の乗車条件および鉄塊の積載条件を示す。乗客は長手方向に対して均等になるように配置したが、50 名乗車時は、図 12(c) 均等分布、同 (d) 中央付近に集中、の 2 条件を設定した。また、鉄塊は 85 席分の全腰掛けの足元床面に 60 kg ずつ（合計 5100 kg）積載した。走行条件は、約 170 km 離れた 2 駅間を往復する行路で行い、そのうち指定した 60 km の区間では上り・下りともほぼ 270 km/h で等速走行することとし、その等速区間のデータを解析に用いた。

Fig. 11 Acceleration measurement points on the floor for the Shinkansen running test.

Fig. 12 Loading conditions for the Shinkansen running test.

2.2.2 試験結果

図 13 に乗車人数による、測点 F5（車体中央付近の窓寄り腰掛け下）と F6（後位台車支持点近傍）における振動加速度パワースペクトル密度（PSD）の変化を示す。図の灰色線は空車の場合、青、緑、赤の線は 17 人（図 12(a)）、33 人（図 12(b)）、50 人（図 12(c)）が乗車した場合をそれぞれ示す。これらの図で 10.5～11 Hz 付近に見られるピークが本試験で着目している低次の車体上下弾性振動に対応している。振動測定点が十分確保できなかったため、この車体の詳細な固有振動モード特性は不明だが、発生状況から推察するとこのピークには車体全体が両端自由なはりの 1 次の曲げモードに類似の形状で振動するモードと車体断面のせん断変形を伴うモードが含まれているものと考えられる。また、16 Hz 付近および 19 Hz 付近のピークは車体のねじりを伴う弾性振動モードに対応すると考えられ、1 Hz 付近のピークは空気ばねにより支持された車体が剛体として上下振動（並進およびピッチ

Fig. 13 Acceleration PSDs measured during running at $V = 270$ km/h. (Comparison between the cases with different number of passengers.)

ング) するモードによるものである。さらに 28 Hz 付近の急峻なピークは車輪回転に対応した強制加振によるものである。なお、緑線の 23.5 Hz 付近にのみ急峻なピークが認められるがこれは車体の振動特性によるものではなく、圧縮空気を作るコンプレッサなど特定の条件下で動作する機器の運転によるものと考えている。

さて図 13 から、乗車人数が増えるに従って 10.5~11 Hz のピーク高さが低下することが分かる。一方、乗車人数が変化してもピーク周波数はほとんど変化していない。これは、これまで定置での加振試験で得られている知見と同様の傾向であり、乗客による車体上下弾性振動への影響は質量付与というより減衰付与効果であることが走行時についても示された。なお、この傾向は 20 Hz 程度までの他の弾性振動のピークに関しても認められる。

次に、鉄塊積載時 (図 12(e)) と 50 人乗車時 (分散乗車, 図 12(c)) の PSD の比較を図 14 に示す。図の灰色線は空車、赤線は乗客 50 人乗車、黒線は鉄塊 5100 kg 積載時の PSD である。この図から、鉄塊積載時は質量付与効果により 10 Hz 付近の車体弾性振動のピーク周波数が低い方へシフトしているがピーク高さの変化は小さいことが分かる。これに対し乗客 50 人が乗った場合は、ピーク周波数の変化はわずかだがピーク高さの低下は大きく、鉄塊積載の場合とは傾向が異なることが分かる。これも定置加振試験の場合と同様の結果であり、走行時の車体上下弾性振動に対する乗客の影響を鉄塊積載で模擬することは適切ではないことが示された。なお、15 Hz 以上の周波数におけるピークについては鉄塊積載による変化が大きいことから、ねじりなどが主体と考えられるモードに関しては鉄塊積載と乗客が乗車する場合の違いが一層大きいことも分かった。

Fig. 14 Acceleration PSDs measured during running at $V = 270$ km/h. (Comparison between the cases with passengers and iron blocks.)

図 15 に 50 人乗車時の分布条件による車体の振動加速度 PSD の変化を示す。図の灰色線は空車、赤線は分散して乗車した場合（図 12(c)）、橙色の線は 50 人が車両の中央付近に集中して乗車した場合（図 12(d)）を表す。この結果をみると集中して乗車した場合の方がやや 10.5 Hz 付近のピーク高さ低下量が多い。このピークに対応する車体の振動形状が車体中央付近の振幅が大きいモードであると推察されることから、これは振動の腹に近い位置に多くの人が乗ることで減衰付与効果が高まったものと考えられる。

なお図 13～15 のいずれも剛体モードに対応する 1 Hz 付近のピークは変化が少ないが、これは車体を支持する空気ばねには荷重に応じて内圧を調整して車体高さを一定に保つ機構が備えられているためと考えられる。すなわち、荷重増加とともに空気ばねの上下ばね定数も上昇し、結果として空気ばねと剛体としての車体で構成される系の固有振動数は変化しない。

これらの試験結果から、乗客による比較的大きな車体弾性振動低減効果が走行時についても確認できた。

Fig. 15 Acceleration PSDs measured during running at $V = 270$ km/h. (Comparison between the cases with different distributions of passengers.)

3. 乗客による影響を模擬した車体弾性振動の数値解析

3.1 車両および乗客の振動解析モデル

上述した実車の振動測定試験から、車体上下弾性振動に対する乗客の影響は、通常の車体設計で想定されているような車体の質量が増える効果ではなく、車体の減衰が増加する効果（減衰付与効果）であること、比較的小人数でも減衰効果が大きく、複数の車体弾性振動モードに対して低減効果があること、走行時の加振条件下でも車体弾性振動の低減効果があること、が確認された。この効果がどのようなメカニズムによるものかを知り、さらにはそのメカニズムをうまく活用できれば、軽量で効果の大きい制振デバイスを実現できる可能性がある。そのためには、実車で見られた現象を表現可能な簡単な物理モデルを構築し、それによる数値的な検討が有益と考えられる。そこで、上記の試験結果を表現するできるだけ簡単な解析モデルの構築について検討する。

まず、車体のモデルについて考える。既報⁽⁶⁾では FRF が単一の卓越ピークを持つ比較的单純な車体振動特性を持つ車両であったため、車体と人体を 2 自由度系でモデル化し、これにより定性的に測定結果を表現できることを示した。また、文献⁽¹¹⁾では車体を弾性ばりとはみなして人体との連成振動を解析するモデルを提案している。一方、上述の通勤形車両のように単純なばりとはみなせない固有振動モードを持ち、それらによる複数のピークが PSD に生じる場合があることから、これらのモデルでは不十分と考えられる。

以上を勘案し、ここでは著者らが開発した車体を平板とはりが接続された箱形構造物としてモデル化する簡易振動解析法（以下、箱形モデルとよぶ）を用いた車体と乗客の連成振動解析を試みる。箱形モデルは、図 16(a) に示すように車体の屋根と床部分を弾性平板、側面部分を弾性ばりの組合せ、前後の妻部分を剛体平板として扱い、各面の結合部に仮想的なばねを導入して車体を 6 面体箱形構造物としてモデル化したものである。この手法による車体振動解析の詳しい手順については既に報告しているため⁽¹²⁾⁽¹³⁾、ここでは省略する。図 16(b) に、車体を支持する台車系のモデルを示す。

この車体モデルに付与する乗客モデルとして、図 17 に示すような、ばね k_p と粘性減衰 c_p の並列系に支持された質量 m_p からなる 1 自由度乗客モデルを用いる。これは、モデルが複雑になると考慮すべきパラメータが増えるため見通しが悪くなるが、このような単純なモデルが有効であるなら乗客を模擬した制振デバイス検討の自由度が大きくなると考えられるためである。この乗客モデルを乗車人数分だけ車体の床面に分布させ、前章で述べた実車の走行試験と同様の加振条件を与えて車体床面の加速度 PSD を計算する。ここでは、2.1 節で述べた試験車両の試験結果に相当する計算例を示すこととし、表 1 の値を乗客モデルの各パラメータに与える。これは、12 名の被験者を立位状態でランダム波により上下加振した結果として文献⁽¹⁴⁾に示されているものである。なおその文献では、各パラメータは単位質量あたりの値として表示されているため、この表もそれに従った。また文献⁽¹¹⁾によると乗客質量（体重）の違いが車体振動に与える影響は少なく平均的な値を用いればよいとされていることから、以下の数値計算ではこれらの値に乗車条件ごとの一人あたりの平均質量（図 3(a)～(c) より、8, 16, 41 人乗車時はそれぞれ 66.25, 65.63, 66.02 kg）を乗じた値を全ての乗客モデルに与える。

Fig. 16 The numerical model of railway vehicles.

Fig. 17 Simple 1-DOF passenger model.

Table 1 Parameter values of the 1-DOF standing passenger model⁽¹⁴⁾.

Normalized mass	m_p	1.03 (no unit)
Spring coefficient per unit mass	k_p	1.34 kN/m/kg
Damping coefficient per unit mass	c_p	51.6 Ns/m/kg
Natural frequency	f_p	5.74 Hz
Damping ratio	ζ_p	0.69 (no unit)

3.2 数値計算例

まず、乗客モデルを付与しない空車相当条件で図 2 の測点 f-r4 に対応する点の加速度 PSD を計算した結果を、実測結果とともに図 18 に示す。灰色線は実測結果、赤線は箱形モデルによる計算結果である。加振条件は車体上下弾性振動が顕著になる 4 軸同相加振とした。この図をみると、ピーク高さに若干差異が認められるものの 7.3 Hz と 11 Hz 付近に明瞭なピークを持つ特徴はよく表現できていることが分かる。実車の PSD の 16 Hz 付近に認められるピークは計算結果では再現できていないが、このピークは 7.3 Hz と 11 Hz 付近のピークに比べて卓越しているとは言えず、図 4 に示す主要なモードでない高次のモードによると考えられることから、本解析モデルはここでの計算の目的、すなわち簡易なモデルで乗客による車体弾性振動の変化の傾向を表現できることを確認すること、には十分妥当なモデルであると判断した。なお図は省略するが、7.3 Hz と 11 Hz 付近のピークに対応する固有振動モードも実測と良く対応していることを確認している。

図 19 に、乗客モデルを付与した場合の測点 f-r4 の加速度 PSD を示す。乗客モデルの配置は図 3(a)～(c) に一致させた。この図と、対応する実測結果である図 5(a) を比較すると、乗車人数が増大するにしたがってふたつのピー

クがともに低下すること、ピーク周波数の変化が少ないことなど、両者の傾向は良く一致することが分かる。今回用いた乗客モデルは海外の研究機関で実施された試験結果に基づくもので、本論文における車両の加振試験で乗車した乗客と体格が異なる可能性があるが、このような定性的な傾向はこのモデルにより表現できることが示された。ただし、図 4(d) の A-31 モードに対応する 11 Hz 付近のピークに関しては 16 人と 41 人乗車でほぼ同じピーク高さとなっており、両者で差異があった実測結果とは傾向がやや異なっている。A-31 モードは床中央部が振動の腹となるモードであり、振動の腹に近い位置に乗客が乗ると影響が大きくなると考えられるが、今回の乗車条件では、41 人乗車時に中央部の 7 席シート付近に乗車する人数は 16 人乗車時とほぼ同数であり、この計算モデルでは実質的に車体中央部分の乗客モデルだけが A-31 モードに影響する結果になった。計算結果の精度向上のためには、日本人に対する立位相当の乗客モデルの検討とともに車体モデルの改良が必要と考えられる。

図 20 に、乗客 16 人乗車と鉄塊積載相当の計算例を示す。ここで鉄塊積載相当の計算については非常に剛なばねで鉄塊相当の質量（1 個 15.5 kg）を支持するものとし、その配置は図 3(e) に一致させた。実測結果である図 9 と比較すると、乗客が乗車するとピーク周波数の変化はわずかでピーク高さの低下が大きいのにに対し、質量付与するとピーク周波数が変化（低い方へシフト）し、ピーク高さの低下は認められないことなど、全体的な傾向は良く模擬されていることが分かる。

以上の数値計算結果から、乗客による車体弾性振動への影響の定性的な傾向は図 17 の乗客モデルで表現できることが示された。

Fig. 18 Comparison of measured and calculated acceleration PSDs. (Without loadings, all wheel simultaneous excitation, at point f-r4.)

Fig. 19 Calculated acceleration PSDs for different numbers of passengers. (All wheel simultaneous excitation, at point f-r4.)

Fig. 20 Calculated acceleration PSDs for different loadings. (All wheel simultaneous excitation, at point f-r4.)

4. 乗客による車体弾性振動低減効果を模擬した制振デバイス実現のための検討方針

以上のように、乗客は車体弾性振動に対し大きな低減効果を有することが示された。この減衰付与効果を模擬した制振デバイスを実現できれば、車体振動低減と乗客の体感乗り心地の向上に有効なものになると期待される。このような制振デバイス実現を目指すに当たり、以下のような検討の方向性が考えられる。

- (i) 高減衰部材を用いた質量の弾性支持による制振：これは、減衰能が大きい1自由度系で乗客の影響を定性的に表現できることから類推されるものである。なお、これまでのさまざまな検討事例によると、立位および着座した人体各部の上下応答に見られる主共振は4~6 Hzに存在するとされ⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾、新幹線用腰掛けに着座した場合の測定結果⁽¹¹⁾も同様となっているが、乗客は少なくとも7~13 Hz程度の固有振動数を持つ複数の車体弾性振動の低減に効果があることから、高減衰部材で弾性支持する質量の固有振動数を、制振対象の車体弾性振動の固有振動数より低い固有振動数となるように設定することが有効な可能性がある。
- (ii) 多方向に変形する粘弾性体を活用した制振：これは、上下方向の加振に対して人体は前後左右にも振動すること、人体は粘弾性体と考えることができることから類推される。なお、これに関連して著者らは、多方向に変形する弾性体を動吸振器として用いると、条件によっては通常の動吸振器より性能が向上する場合があることを簡単なモデルを用いた理論的な検討により示している⁽¹⁶⁾。

著者らはすでにこれらの方針にしたがって検討を始めており、実車を用いた試験もいくつか実施している。本論文ではそれらを詳述する余裕はないが、上記(i)に関しては、床下機器を高減衰部材で弾性支持した車両の加振試験を行っている⁽¹⁷⁾。また上記(ii)に関しては、振動により多方向に変形する柔軟タンクに水⁽⁸⁾⁽⁹⁾あるいは固形ジェルや水溶性樹脂などの粘性の高い媒質⁽⁹⁾を充填したものを車体の床面に積載して加振試験を行っている。そして、いずれも複数の弾性振動モードに対応する車体振動の低減効果を確認していることから、ここで示した検討方針は妥当であると考えている。なお、これらの結果については別途詳しく報告する予定である。

5. ま と め

本論文では乗客による鉄道車両の車体弾性振動への影響に関し、通勤形車両の定置での加振試験結果および新幹線車両の営業線での走行試験結果を示すとともに、その結果を表現できる簡易な振動解析モデルについて検討した。そして、それらに基づき、乗客による制振効果を模擬した制振デバイス実現のための検討方針について述べた。得られた結果をまとめると以下のようになる。

- (1) 車両試験台における通勤形車両の加振試験を実施し、乗客、鉄塊、硬質樹脂製の大型水槽をそれぞれ積載した場合の車体弾性振動への影響について調べた。その結果、乗客の乗車により複数の弾性振動に対応する車体振動が同時に低減するが、固有振動数の変化はわずかであり、乗客による影響は質量付与ではなく減衰付与効果と考えられることが示された。一方、鉄塊を積載すると車体の固有振動数が低下し、車体への質量付与効果が確認された。床面の加速度 PSD は乗客、鉄塊、大型水槽の各荷重条件で異なり、乗客を模擬するために鉄塊や大型水槽を積載することは、車体弾性振動に関しては適切でないことがわかった。
- (2) 新幹線の営業線における走行試験を実施し、乗客乗車と鉄塊を積載した場合の比較を行った。その結果、乗客の乗車により車体振動加速度 PSD の車体弾性振動に対応したピークが低減するがピーク周波数の変化はわずかであり、定置での加振試験と同様の傾向が走行時にも確認できた。一方、鉄塊を積載するとピーク周波数は低周波数側にシフトし、ピーク高さの変化は少なかった。
- (3) 実車での試験結果を表現できる簡易な振動解析モデルについて検討を行った。車体を箱形構造物として表す簡易解析モデルに、乗客をばねと粘性減衰で支持された質点とする1自由度乗客モデルを乗せることで、実車の車体振動の変化の傾向を定性的に表現できることを示した。
- (4) 実車での試験結果、数値計算モデルによる検討結果、および人体が多軸方向に変形する粘弾性体と見なせることなどから、乗客による車体弾性振動低減効果を模擬した制振デバイス開発のための検討方針として、質量の高減衰部材による弾性支持、および変形する粘弾性体の積載による制振が有望と考えられることを述べた。

6. お わ り に

本論文で述べたように、乗客による車体弾性振動への影響は、これまで一般に考えられてきたような質量増加としてではなく減衰を付与する効果であり、その減衰付与効果（車体弾性振動低減効果）は大きく、複数の弾性振動モードの同時低減効果も有することが示された。

鉄道車両の快適性向上への要求は高まっており、車体弾性振動低減の重要性は増している。新幹線と通勤車のように車種が変わると車体構造が異なるため車体弾性振動の特徴も異なるが、車種によらず鉄道車両全般に有効な車体弾性振動低減対策は示されておらず、振動の特徴に合わせて種々の対策が提案されているのが実情である。これに対し、乗客による振動低減効果は、車種によらず、また、複数の車体弾性振動モードに対して見られることから、これを模擬した制振デバイスはどの車両にも有効なものになると期待され、さらに鉄道車両の振動乗り心地向上に留まらないより汎用的なものになる可能性もある。このような視点は従来の鉄道車両の制振にないものであり、工学的にも興味深いテーマであると考えている。今後も引き続き検討を進め、より快適な鉄道車両の実現に努めて行く所存である。

最後に、本報で述べた走行試験においてご協力をいただいた東日本旅客鉄道株式会社研究開発センターの関係各位に感謝申し上げます。

付録 乗客の乗車により車体の共振周波数が高周波数側にシフトすることに関する考察

図 5(a) などにおいて、乗客が乗車しその人数が増えるに従って車体の PSD のピーク周波数が若干高周波数側にシフトする傾向がみられることについて考察する。

ここでは本論文の図 5(a) の 11 Hz 付近のピークの変化の傾向を説明することを目的とし、このピークが（他のモードの影響が少ないと考えられる）単独の卓越したピークであることを考慮し、図 21 に示すような、変位加振を受ける 2 自由度系を考える。ここで、ばね定数 k_0 のばねと粘性減衰係数 c_0 のダンパで支持された質量 m_0 を車体に相当する主系とし、同じく m_1, c_1, k_1 を乗客に相当する付加系とする。この 2 自由度系の支持部に変位加振 x が入力されるとき運動方程式は次式となる。

Fig. 21 A 2-DOF system subjected to displacement input.

$$\begin{pmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{x}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_0 + c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{x}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_0 + k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0 \dot{x} + k_0 x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

加振変位を $x = X e^{j\omega t}$ とし、これに対する主系と付加系の定常応答をそれぞれ $x_0 = X_0 e^{j\omega t}$, $x_1 = X_1 e^{j\omega t}$ とすると、応答の振幅 X_0, X_1 は

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \end{pmatrix} &= \left| \frac{X}{[(k_0 + k_1) + j\omega(c_0 + c_1) - \omega^2 m_0](k_1 + j\omega c_1 - \omega^2 m_1) - (k_1 + j\omega c_1)^2} \begin{pmatrix} (k_0 + j\omega c_0)(k_1 + j\omega c_1 - \omega^2 m_1) \\ (k_0 + j\omega c_0)(k_1 + j\omega c_1) \end{pmatrix} \right| \\ &= \left| \frac{X}{[(1 + \kappa)\omega_0^2 + 2j\omega\omega_0(\zeta_0 + \sqrt{\mu\kappa}\zeta_1) - \omega^2](\omega_0^2\kappa + 2j\omega\omega_0\sqrt{\mu\kappa}\zeta_1 - \omega^2\mu) - (\omega_0^2\kappa + 2j\omega\omega_0\sqrt{\mu\kappa}\zeta_1)^2} \right. \\ &\quad \left. \times \begin{pmatrix} (\omega_0^2 + 2j\omega\omega_0\zeta_0)(\omega_0^2\kappa + 2j\omega\omega_0\sqrt{\mu\kappa}\zeta_1 - \omega^2\mu) \\ (\omega_0^2 + 2j\omega\omega_0\zeta_0)(\omega_0^2\kappa + 2j\omega\omega_0\sqrt{\mu\kappa}\zeta_1) \end{pmatrix} \right| \quad (2) \end{aligned}$$

となる。ただし、 t は時間、 ω は加振角周波数であり、以下の置き換えを行った。

$$\kappa = k_1/k_0, \mu = m_1/m_0, \omega_0 = \sqrt{k_0/m_0}, \omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}, \zeta_0 = c_0/2\sqrt{m_0 k_0}, \zeta_1 = c_1/2\sqrt{m_1 k_1} \quad (3)$$

この式 (2) を用い、主系の固有振動数と減衰比をそれぞれ $f_0 = \omega_0/2\pi = 10\text{ Hz}$, $\zeta_0 = 0.02$ とし、主系に対する付加系の質量比 $\mu = 0.04$, 付加系の減衰比 $\zeta_1 = 0.05$ とし、付加系の固有振動数 $f_1 = \omega_1/2\pi$ を 7 Hz から 13 Hz まで 1 Hz 刻みで変化させながら主系の応答曲線 X_0/X を描画すると図 22 のようになる。ここで、灰色の線は主系のみでの 1 自由度系の応答曲線である。この図から、付加系を有する主系の応答曲線には、主系の固有振動数より高い周波数と低い周波数を持つピークが 2 つ生じること、付加系の固有振動数近傍に谷が生じることが確認できる。

つぎに、主系の固有振動数と減衰比は変えずに、付加系の固有振動数を 7 Hz , 減衰比を $\zeta_1 = 0.1$ とし、主系に対する付加系の質量比 μ を 0.04 から 0.16 まで 0.04 刻みで変化させながら主系の応答曲線を描画したものを図 23 に示す。ここでも灰色線は主系のみでの 1 自由度系の応答曲線である。この計算条件は、乗客の人数が増加した場合の車体の応答曲線の変化の状況を模擬したものである。この図をみると、主系の応答曲線に生じる 2 つのピーク周波数のうち高い方のピークは μ が大きくなるにつれ周波数が高い方にシフトしながら高さが低下すること、付加系の固有振動数近傍に生じる谷の周波数は質量比が変わっても変化しないこと、などが分かる。これは本論文の図 5(a) に示される実車の応答曲線の変化と同様の傾向である。

Fig. 22 Frequency response function (FRF) gain of X_0/X for different natural frequencies of additional sub-system f_1 . ($f_0 = 10\text{ Hz}$, $\zeta_0 = 0.02$, $\mu = 0.04$, $\zeta_1 = 0.05$.)

Fig. 23 FRF gain of X_0/X for different mass ratio of additional sub-system versus main-system μ . ($f_0 = 10\text{ Hz}$, $\zeta_0 = 0.02$, $f_1 = 7\text{ Hz}$, $\zeta_1 = 0.1$.)

以上は特定のパラメータに対する計算例であるが、付加系を有する主系の応答曲線のピーク周波数の変化のより一般的な考察を試みる。式 (2) において主系の応答曲線の 2 つのピーク周波数を調べるには、 $d(X_0/X)/d\omega = 0$ となる ω を求めればよいが、非常に煩雑で見通しが悪い。そこで図 21 において外力と減衰を無視した 2 自由度系の固有値を求め、主系、付加系それぞれ単独の固有値と比較する。この場合の運動方程式は次式である。

$$\begin{pmatrix} k_0 + k_1 - m_0\omega^2 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 - m_1\omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

この固有値は、係数行列の行列式を Δ として次式を満たす ω となる。

$$\begin{aligned} \Delta &= (k_0 + k_1 - m_0\omega^2)(k_1 - m_1\omega^2) - k_1^2 \\ &= m_0m_1\omega^4 - (m_0k_1 + m_1k_0 + m_1k_1)\omega^2 + k_0k_1 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

両辺を m_0m_1 で割り、式 (3) の関係を用いて整理すると、次式を得る。

$$\omega^4 - \left(\kappa + \frac{\kappa}{\mu} + 1 \right) \omega_0^2 \omega^2 + \frac{\kappa}{\mu} \omega_0^4 = 0 \quad (6)$$

ここで、この式 (6) を ω^2 に関する 2 次式とみなしてその 2 根を $\alpha\omega_0^2$, $\beta\omega_1^2$ とすると、次式が成り立つ。

$$(\omega^2 - \alpha\omega_0^2)(\omega^2 - \beta\omega_1^2) = \omega^4 - \left(\alpha + \beta \frac{\kappa}{\mu} \right) \omega_0^2 \omega^2 + \alpha\beta \frac{\kappa}{\mu} \omega_0^4 = 0 \quad (7)$$

このとき、式(6)と(7)が恒等的に等しくなるためには、次の関係が成り立つ必要がある。

$$\alpha + \beta \frac{\kappa}{\mu} = \kappa + \frac{\kappa}{\mu} + 1, \quad \alpha\beta = 1 \quad (8)$$

$\alpha > 0, \beta > 0$ より、 $\beta = 1/\alpha$ を式(8)の第1式に代入して整理すると、

$$\alpha^2 - \left(\kappa + \frac{\kappa}{\mu} + 1 \right) \alpha + \frac{\kappa}{\mu} = 0 \quad (9)$$

となり、これを解くと α, β は次のようになる。

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\left(\kappa + \frac{\kappa}{\mu} + 1 \right) \pm \sqrt{\left(\kappa + \frac{\kappa}{\mu} + 1 \right)^2 - 4 \frac{\kappa}{\mu}} \right], \quad \beta = \frac{1}{2} \left[\left(\mu + \frac{\mu}{\kappa} + 1 \right) \mp \sqrt{\left(\mu + \frac{\mu}{\kappa} + 1 \right)^2 - 4 \frac{\mu}{\kappa}} \right] \quad (10)$$

このように、式(7)を満たす α, β は2組あるが、 α の複号が正のものを α_1 、負のものを α_2 とし、それらに対応する β をそれぞれ β_1, β_2 とすると、 $\alpha_1 \omega_0^2 = \beta_2 \omega_1^2, \beta_1 \omega_1^2 = \alpha_2 \omega_0^2$ となることから、いずれか一方の組を用いればよいことが分かる。そこで α_1, β_1 の組を用いることとすると、

$$\begin{aligned} \alpha_1 - 1 &= \frac{1}{2} \left[\left(\kappa + \frac{\kappa}{\mu} + 1 \right) + \sqrt{\left(\kappa + \frac{\kappa}{\mu} + 1 \right)^2 - 4 \frac{\kappa}{\mu}} \right] - 1 \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\kappa + \frac{\kappa}{\mu} - 1 \right) + \sqrt{\left(\kappa + \frac{\kappa}{\mu} - 1 \right)^2 + 4\kappa} \right] > 0 \end{aligned} \quad (11)$$

となり、 α_1 は常に1より大きいことが分かる。ただし、 $\kappa > 0$ であることを用いた。式(8)の関係より、 $\alpha_1 > 1$ なら $\beta_1 < 1$ となるため、式(6)を満たす ω^2 は ω_0^2 より大きいものと ω_1^2 より小さいものの組となることが分かる。すなわち式(4)の2つの固有値のうち、ひとつは常に ω_0 より大きく、もうひとつは常に ω_1 より小さい。また、 μ が変化しても ω_1 が変化しない(定数である)とき、 $\kappa = k_1/k_0 = \mu \omega_1^2/\omega_0^2$ より κ/μ は一定値となり、 μ が大きくなると κ は μ に比例して大きくなるため、式(11)より付加系を有する2自由度系の、主系単体の固有値 ω_0 より大きいほうの固有値は、付加系の質量増大とともに大きくなる。

以上の考察より、図5(a)において乗客が存在すると11 Hz 付近のピークが乗車人数が増えるとともに高周波数側にシフトするのは、主系の固有振動数より低い(一定の)固有振動数を持つ付加系が取り付けられたときの主系の応答への影響と同様の効果によるものと考えられる。

文 献

- (1) 日本規格協会, JIS E 7103 鉄道車両—旅客車—車体設計通則, (2006).
- (2) 日本規格協会, JIS E 7106 鉄道車両—旅客車用構体—設計通則, (2006).
- (3) 瀧上唯夫, 富岡隆弘, “最近の軽量車両の固有振動モード特性”, 鉄道総研報告, Vol. 16, No. 5 (2002), pp. 23-28.
- (4) 相田健一郎, 富岡隆弘, 瀧上唯夫, 谷口宏次, 今岡憲彦, “様々な鉄道車両の車体固有振動モード特性の比較”, 鉄道技術連合シンポジウム講演論文集 (J-RAIL2010), (2010), pp. 325-328.
- (5) 兼田哲夫, 小林秀和, 織田光秋, 秋山悟, “人体が車両構体の振動に及ぼす影響に関する研究”, 日本機械学会講演論文集, No. 004-1, (2000), pp.29-30.
- (6) 富岡隆弘, 阿久津勝則, 瀧上唯夫, 田川直人, 保坂史郎, 高橋幸夫, “乗客重量が鉄道車両の車体振動に与える影響”, 日本機械学会機械力学・計測制御 CD-ROM 講演論文集 (D&D2001), No. 01-5 (2001), No. 712.
- (7) 富岡隆弘, 瀧上唯夫, 鈴木康文, 吉田秀久, 永井正夫, “乗客による鉄道車両の車体弾性振動への減衰付与効果”, 日本機械学会機械力学・計測制御 CD-ROM 講演論文集 (D&D2006), No. 06-7 (2006), No. 419.
- (8) 富岡隆弘, 瀧上唯夫, 相田健一郎, “乗客による鉄道車両走行時の車体弾性振動減衰効果”, 日本機械学会機械力学・計測制御 CD-ROM 講演論文集 (D&D2010), No. 010-8 (2010), No. 542.

- (9) T. Tomioka, T. Takigami and K. Aida, “Damping effect by passengers on flexural vibrations of railway vehicle carbody and basic study to simulate the effect with simple substitutions”, *Proceedings of 22nd International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks (IAVSD 2011)*, (2011), No. 159.
 - (10) 谷藤克也, 永井健一, 長屋幸助, “高速で走行するボギー車の車体上下曲げ振動 (台車間隔による軌道不整量平均化の影響) ”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 56, No. 529 (1990), pp. 2327-2334.
 - (11) 遠竹隆行, 吉田 秀久, 永井正夫, “乗客質量と弾性車体との連成振動を考慮した鉄道車両の運動解析”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 72, No. 716 (2006), pp. 1115-1121.
 - (12) T. Tomioka, T. Takigami and Y. Suzuki, “Numerical analysis of three-dimensional flexural vibration of railway vehicle car body”, *Vehicle System Dynamics*, Vol.44, Supplement (2006), pp. 272-285.
 - (13) 富岡隆弘, 瀧上唯夫, 鈴木康文, 秋山裕喜, “実測データに基づく車体三次元弾性振動解析モデルの精度向上”, 鉄道総研報告, Vol.25, No.8 (2011), pp. 11-16.
 - (14) Y. Matsumoto and M.J. Griffin, “Mathematical models for the apparent masses of standing subjects exposed to vertical whole-body vibration”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.260, (2003), pp. 431-451.
 - (15) 北崎智之, “移動の「座」”, バイオメカニズム学会誌, Vol. 31, No.1 (2007), pp. 17-21.
 - (16) 岩田雄介, 富岡隆弘, “弾性体の多軸変形を用いた鉄道車両の車体振動低減”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 794 (2012), pp. 3393-3407.
 - (17) 富岡隆弘, 瀧上唯夫, 相田健一郎, “床下機器の高減衰弾性支持による鉄道車両の車体弾性振動低減”, 日本機械学会機械力学・計測制御 CD-ROM 講演論文集 (D&D2011), No. 11-2 (2011), No. 435.
-