EPS 用ウォームホイールにおける 基礎円以下の歯元でかみ合うかみ合い理論 ; MUB 理論の提案*

田中 陽介^{*1}, 清水 康夫^{*1}

A Proposal of MUB (Meshing Under Base-circle) Theory for Worm Wheel Installed in EPS

Yosuke TANAKA^{*1} and Yasuo SHIMIZU

^{*1} Honda R&D Co.,Ltd. Automobile R&D Center
4630 Shimotakanazawa, Haga-machi, Haga-gun, Tochigi, 321-3321 Japan

We have been investigating small and high-strengthened single threaded worm gear. Previous our studies have shown that reducing thickness of worm tooth on addendum face enlarges elastic deformation of worm wheel. This proposed profile has advantages on improving contact ratio, gear efficiency, strength against impact force and fluctuation in torque. Though we have modified the profile of worm, we have not reported on a profile of worm wheel. In this paper, we propose the MUB theory that new profile of worm wheel improve contact ratio without increasing tip diameter of worm wheel. At first, we focused on meshing under base circle of worm wheel, and investigated geometrical shape on dedendum face manufactured by hob cutter. As a result, we derived formula of new profile of worm wheel for meshing under base circle. In addition, the MUB theory was verified by the experiment that used an actual worm wheel with MUB profile. It was shown that we obtained a new finding by the process of this research.

Key Words : EPS, Worm Gear, Worm Wheel, Tooth Profile, Base Circle, Involute, Contact Ratio, Contact Length

1. 緒 言

世界中で地球環境保護に向けての技術的な取組みがなされている。自動車においては、燃費向上技術として電動パワーステアリング (EPS : Electric Power Steering)⁽¹⁾ が普及拡大され、環境向上に貢献してきた。しかし近年、新興国の急激な台頭により、自動車が予想を上回り普及拡大され、いままでは以上の CO₂ 排出量の増大が予想される。このような状況で我々が考えるべきことは、さらなる環境向上のための研究開発であり、EPS としては一層の小型軽量・高効率化である。

我々は EPS 構成部品の中で最大外径を決める部品であるウォームギヤに着目した。このウォームギヤを小さくすることができれば EPS を小型化することができるからである。

このような観点から、我々の研究チームは小型・高効率かつ高い強度・耐久性を有するウォームギヤの研究に取り組み、その研究成果を発表し⁽²⁾⁻⁽⁷⁾、実用化してきた。文献(2)は、ピニオンアシスト式 EPS における 1 条ウォームの新たな歯形を提案し、ウォームホイール外径の小型化効果について報告したものである。文献(3)は、この新歯形を有するウォームギヤのかみ合い率が狙い通りに向上していることを実験にて示したものである。文献(4)は、提案した歯形の接触応力低減効果について報告したものであり、文献(5)は、EPS に特有のステアリングホイール回転終端における衝撃荷重に着目し、この衝撃荷重を低減するための歯幅修正形状を提案したものである。そして文献(6)は、耐衝撃性と高効率の観点から、それらを両立する歯形状を提案したものであり、文献(7)はその修正された歯形状のトルク変動低減効果について報告したものである。

これまでの研究は樹脂製ウォームホイールを積極的に弾性変形させる最適なウォーム歯形の検討であり、ウォームホイールの歯形についてはまだ改良の余地があった。

* 原稿受付 2012 年 7 月 17 日

^{*1} 正員, (株) 本田技術研究所 四輪 R&D センター
(〒321-3321 栃木県芳賀郡芳賀町下高根沢 4630)
E-mail: Yosuke_Tanaka@n.t.rd.honda.co.jp

従来の設計手法では、ウォームホイールを高強度化するためにねじれ角や歯数を増大してかみ合い率を向上させていた。また、モジュールの拡大や転位などを行っていた。これらの手法ではウォームホイール外径を大型化せざるを得なかった。

我々はこれを打破すべく、小型ウォームホイールの高強度化に取り組んできた。本稿ではさらにウォームホイールを小型化することに挑み、新たにウォームホイールの歯元形状に着目した。その結果、基礎円以下まで有効にかみ合わせてかみ合い率を向上させるという発想に到達した。これを具現化するために、まず、実際の加工で創成される基礎円以下の幾何学的形状について考察し、その考察に基づいて、基礎円以下まで有効にかみ合う MUB 理論を提案する。そして、この理論に基づいて実際に図 1 のような歯形のウォームホイールを製作し、かみ合い長さを計測して MUB 理論の効果を検証した。この研究の過程で得られた知見について報告する。

Fig.1 New profile of worm wheel

2. ウォームホイールの基礎円以下でかみ合う MUB 理論の提案

従来はウォームホイールを大型化し、歯先方向にかみ合い線を延長させてかみ合い率を向上させていた。本稿ではこれとは逆の発想により、歯元方向にかみ合い線を延長できれば大型化せずにかみ合い率を向上できると考えた。これを実現させるために、基礎円以下でも良好にかみ合う新たな歯元歯形の研究に取り組んだ。

インボリュート歯形にて基礎円以下までかみ合わせるには、ウォームホイールをホブカッタで切下げて加工し、頂げきをなくしたウォームをかみ合わせる必要がある。このような方法でかみ合わせると図 2 のようにウォームの歯先が接触してしまい、有効なかみ合いが得られなかった。

Fig.2 Contact line of involute worm wheel

2・1 基礎円以下でかみ合うことができない従来歯元形状の解析

基礎円以下でも有効にかみ合う理想の歯元歯形を探索するために、従来のインボリュートホブカッタにより創成される歯元形状を定式化し解析する。ホイール歯が絶対座標系に固定されて歯切りされる時、ホブ歯形のデータム線がウォームホイールの歯切りピッチ円上を滑ることなく転がる。ホブ歯形中心はエピトロコイド曲線を描き、それに沿ってホブ歯形が移動する際にできる包絡線がウォームホイール歯形を形成する。特に、ウォームホイール基礎円以下の歯元形状は、図 3 に示すように、ホブカッタの歯先によって形成される。

Fig.3 Locus of hob cutter

歯元形状の定式化のため、図4のようにモデル化を行った。まず、ホブ歯形の歯先円弧中心が描く軌跡を求め、次に、その軌跡上を半径 r_h の円が移動した際の包絡線を求める。

Fig.4 Envelope of hob tooth tip corner radius

ホブ歯形のデータム線がウォームホイールの歯切りピッチ円上の θ の位相点 B_1 にて接しているとき、線分 A_1B_1 は円弧 A_0B_1 が巻きほどかれたものであり、両者の長さが等しいことから、ホブ歯形の歯先円弧中心 T の座標 $(X(\theta), Y(\theta))$ は、 θ を変数として

$$X(\theta) = (R_p + h)\sin\theta - R_p\theta\cos\theta \quad (1)$$

$$Y(\theta) = (R_p + h)\cos\theta + R_p\theta\sin\theta \quad (2)$$

と表せる。次に、歯先円弧の包絡線を求める。包絡線上の点 E は、点 T を通るトロコイド曲線の法線上にあり、距離 TE がホブ歯先円弧半径 r_h と一致する点であることから、

$$\frac{d(X(\theta))}{d\theta} = h\cos\theta + R_p\theta\sin\theta \quad (3)$$

$$\frac{d(Y(\theta))}{d\theta} = -h\sin\theta + R_p\theta\cos\theta \quad (4)$$

$$\sqrt{\left(\frac{d(X(\theta))}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{d(Y(\theta))}{d\theta}\right)^2} = \sqrt{h^2 + R_p^2 \theta^2} \quad (5)$$

となり、包絡線上の点 $E(X'(\theta), Y'(\theta))$ は

$$X'(\theta) = X(\theta) + \frac{r_h}{\sqrt{h^2 + R_p^2 \theta^2}} \left(\frac{d(Y(\theta))}{d\theta} \right) = (R_p + h) \sin \theta - R_p \theta \cos \theta - \frac{r_h}{\sqrt{h^2 + R_p^2 \theta^2}} (h \sin \theta - R_p \theta \cos \theta) \quad (6)$$

$$Y'(\theta) = Y(\theta) + \frac{r_h}{\sqrt{h^2 + R_p^2 \theta^2}} \left(-\frac{d(X(\theta))}{d\theta} \right) = (R_p + h) \cos \theta + R_p \theta \sin \theta - \frac{r_h}{\sqrt{h^2 + R_p^2 \theta^2}} (h \cos \theta + R_p \theta \sin \theta) \quad (7)$$

と表せる。

上式を用いて、ホブ歯形の歯先円弧中心点を転位させた場合のトロコイド曲線を図5に示す。ホブ歯形のデータ線基準とする転位方向によってトロコイド曲線が変化する。(i)の負転位トロコイドは輪を描く曲線であり、(ii)の零転位トロコイドは歯切りピッチ円との交点が角部をもつ略V字曲線であり、(iii)の正転位トロコイドは凹形状と低曲率凸形状を併せもつ略V字曲線である。次に、それぞれのトロコイド曲線から創成される包絡線について考察する。

Fig.5 Shifted trochoid

負転位トロコイドによる包絡線と、その包絡線を歯形として用いた歯車の作用線を図6に示す。作用線を基礎円以下まで伸展できるが、接触点の圧力角が 90 [deg] 近傍まで大きくなるため、ウォームがセルフロックして回転不能になる。これを回避するためにウォームに頂げきを設けると幾何学的に接触しなくなる。

Fig.6 Meshing of gears formed by negative shifted trochoid

零転位トロコイドによる包絡線とその作用線を図7に示す。零転位トロコイドの傾きの正負が逆転する変曲点において、トロコイドの法線方向が一意に定まらないため包絡線は式(6)(7)のみでは表現できず、変曲点上における歯先円弧の形状がそのまま包絡線として形成される。このため、ピッチ円以下の包絡線は円弧形状となり、歯車は断続的にかみ合う。正面かみ合い率が1未満となるので、歯車の機構学的条件である等速性⁸⁾を満たすことはできない。等速回転を伝えるためには、多条ウォームにより重なりかみ合い率を1以上とする必要があり、ウォームホイールが大型化するので好ましくない。

Fig.7 Meshing of gears formed by zero shifted trochoid

正転位トロコイドによる包絡線とその作用線を図8に示す。太線で示したように、作用線を基礎円以下まで伸展させることができる。なお、作用線上のかみ合い点は式(6)(7)に示す正転位トロコイドにより形成される包絡線上の点 $E(X'(\theta), Y'(\theta))$ を原点を中心に角度 θ だけ回転させた点として求めることができる。このような歯形において、接触点における包絡線の法線は常にピッチ点を通り、かつ、かみ合い率を1以上にできるので歯車の機構学的条件を満たし、基礎円以下でも有効にかみ合うことができる。これが正転位トロコイドによる歯形の効果である。

Fig.8 Meshing of gears formed by positive shifted trochoid

以上の考察より、従来のインボリュート歯形にて基礎円以下でかみ合えないのは、図9のように歯元形状が負転位トロコイドにより形成されているためであることを示した。

Fig.9 Profile of dedendum

2・2 MUB 理論の提案

前節の検討から、正転位トロコイドによりウォームホイールの歯元歯形を形成できれば、基礎円以下でも有効にかみ合う歯形が得られると考えた。正転位トロコイドを達成するには、ホブカッタの歯先円弧半径を拡大して、円弧の中心点をホブカッタのデータム線よりも正方向に転位すればよい。

しかし、正転位トロコイドによる歯形であってもホブカッタの歯先円弧半径が大きい場合には切下げが発生する。例えば、歯先円弧半径が十分大きいとき、ウォームホイール歯形は正転位トロコイドにより形成されるが、インボリュート歯形と同等となるので、ウォームホールの基礎円半径を R_b とすると、ホブカッタの歯末丈 h_f が、

$$h_t > R_p - R_b \cos \alpha = h_{base} \quad (8)$$

となる場合に切下げが発生し、基礎円以下でかみ合うことができない。

切下げを発生させず基礎円以下でも有効にかみ合う歯形を求めるため、図 10 にインボリュートホブカッタによるウォームホイールの歯切り加工過程を示す。前節とは異なり、図 10 においてウォームホイール歯は絶対座標空間において回転できるものとする。

Fig.10 Hobbing of worm wheel

ウォームホイールの歯切り時にはピッチ点におけるホブカッタの移動速度とウォームホイールの回転速度が同期されて加工が行われる。ホブカッタの断面歯形は位相(A)から(G)へと図 10 の右方向に平行移動する。位相(A)においてインボリュート歯形の歯切りが開始される。ギヤの等速性を満たすために、インボリュート歯形の切削点はホブカッタ歯形上の点の中でその点とピッチ点を結ぶ直線がホブ歯形と直交する点であるので、切削点 C_A が求められる。ホブカッタが位相(B)にあるとき、新たな切削点 C_B が創成される。位相が(A)から(B)へと進む過程において C_A と C_B を結ぶインボリュート歯形が創成される。このような切削が連続的に行われることで、ウォームホイールの歯先から基礎円までインボリュート歯形が創成される。

このような歯切り加工において、式(8)のようにホブカッタの歯末丈を h_{tbase} よりも大きくすると歯切り途中の位相(G)では、位相(A)～(D)において既に創成されたインボリュート歯形が点 $P_{uc\theta}$ によって切り取られ切下げが発生する。インボリュート歯形の歯元面では基礎円が有効にかみ合う限界点であるため、従来のインボリュート歯形理論では基礎円以下に有効な歯形を形成することができず、式(8)となるホブカッタにより切下げが発生していた。

次に、切下げを発生させずに基礎円以下でも有効にかみ合う歯形について検討する。図 10 より、位相(G)においてインボリュート歯形では点 $P_{uc\theta}$ にて切下げが発生するので、切下げを発生させないためにはウォームホイールのインボリュート歯形部を切り取らないよう、ホブカッタ歯末面の歯厚を薄く修正する必要がある。これを実現するには、ホブカッタのデータム線からの高さが $h_{mod}(\theta)$ となる歯末面において歯形が $t_{mod}(\theta)$ 以上薄く修正されればよい。ここで、歯形の必要修正量 $t_{mod}(\theta)$ は

$$t_{mod}(\theta) = R_b(\tan \alpha / \cos \alpha - \sin \theta) + l(\theta) - h_{mod}(\theta) \tan \alpha \quad (9)$$

と表され、ここで、ギヤモジュールを m 、ウォームホイール歯数を Z とすると、

$$l(\theta) = \pi m \frac{(\theta - \alpha)Z}{2\pi} \quad (10)$$

$$h_{mod}(\theta) = R_p - R_b \cos \theta \quad (11)$$

と表せる。次に、正転位トロコイドによる切下げのない歯形を創成するホブ歯形を導く。図 11 より、

$$\gamma(\theta) = \sin^{-1} \left(\frac{r_h \sin \alpha + h_{mod}(\theta) - h_{rh}}{r_h} \right) \quad (12)$$

$$t_{rh}(\theta) = r_h(\cos \alpha - \cos \gamma(\theta)) - (h_{mod}(\theta) - h_{rh}) \tan \alpha \quad (13)$$

$$t_{rh}(\theta) \geq t_{mod}(\theta) \quad (14)$$

となり、式(6)(7)に示す正転位トロコイドにより形成されるウォームホイール歯形のうち、データム線から歯先方向への高さが h_{tbase} 以上の領域にて式(14)を満たすホブカッタを用いて創成される歯形は切下げが発生せず、基礎円以下まで有効にかみ合うことができる。この基礎円を基準として考察するので、本稿では歯形修正前の基礎円を基準基礎円と定義した。

図 11 に正転位トロコイドにより歯元歯形が形成された切下げのないウォームホイールとホブカッタ形状を示し、その歯形を用いたウォームギヤのかみ合いを図 12 に示す。基準基礎円近傍でのウォームホイール歯の曲率半径減少を抑制し面圧強度を確保するため、円弧修正開始点は基準基礎円よりも歯先側とした。ウォームホイールの歯先面では従来通りのインボリュートのかみ合い線を持ち、歯元面では正転位トロコイドによる作用線に沿って基準基礎円以下までかみ合うことができる。これら 2 つの作用線は滑らかにつながり、全ての接触領域で歯車の機構学的条件を満たすので、この新しい歯形により有効なかみ合いが得られることを確認できた。

この新歯形では、遠のきかみ合い長さを従来限界の A^* から B^* まで延長できるので、インボリュート歯形よりもかみ合い率を向上できることを示した。また、従来の WN 円弧歯形ではかみ合いの連続性は歯すじ方向にのみ保たれていたのに対し、この新歯形では歯形方向にもかみ合いの連続性を保つことができることが特徴である。

このような基礎円以下でも有効にかみ合うかみ合い理論を MUB (Meshing Under Base-circle) 理論と名づけた。

3. ウォームホイールの弾性変形を考慮したかみ合い

前章まではウォームホイールを剛体として検討してきた。これまでの研究から、樹脂製ウォームホイールの弾性変形を考慮すると、かみ合い長さをさらに延長できることが予測できるので、本章ではこの効果を調べるために検討を行った。

ウォームホイールの弾性変形を考慮すると、図 12 のようにかみ合い線上にない歯 T_C でもかみ合う。また、かみ合い高さの低い歯 T_A に分担荷重が集中する⁽²⁾ので、文献(2)では、ウォーム歯先面の歯厚をホブカッタの歯厚に対してマイナス方向に修正して、集中荷重を他のかみ合い歯に分散させていた。

修正ウォーム歯形を適用すると、トルク印加時の実際のかみ合い作用線をウォームホイールのピッチ円方向に移動できる⁽²⁾。修正ウォームと MUB 理論に基づくウォームホイールをかみ合わせると図 13 のようになり、かみ合い作用線の傾きを小さくできるので、前章までの検討結果よりもさらにかみ合い長さを延長できる。また、歯形修正量の最適化により、各ギヤの分担荷重を等分配することができる。遠のきかみ合い長さは C^* まで延長され、近寄りかみ合い長さも延長されるので、従来は 2.2 であったかみ合い率⁽⁶⁾を、ウォームホイールを大型化せずに 3.0 以上に設計できるようになった。なお、ウォームホイールの歯先稜では幾何学的にはギヤの等速性は満たされないが、樹脂製歯部の弾性変形を考慮すると等速性が満たされ滑らかにかみ合うことができる。

次に、かみ合い接触領域について考察する。従来のインボリュート歯形と MUB 理論に基づく歯形を比較すると図 14 のようになる。インボリュート歯形は図 15 のような切下げにより、基準基礎円以下までかみ合い領域を拡大することが困難であるが、MUB 理論に基づく歯形は切下げを発生させないため、基準基礎円以下まで良好にかみ合い領域を拡大できる。

Fig.13 Contact length of worm wheel based on MUB theory

Fig.14 Contact height of worm wheel

Fig.15 Meshing near base circle

4. MUB 理論のかみ合いテスト検証

提案した MUB 理論に基づき設計されたウォームギヤのかみ合い性能検証のため、ウォーム位相に応じたかみ合い変化を有限要素法により計算した後、実際にウォームギヤを製作してかみ合い時の歯当たりを検証した。検証方法はウォーム歯面にブルーペーストを塗布し、ウォームホイールとかみ合わせ、ウォームにトルクを印加し、ブルーペーストの剥がれた領域の形状(図 16)を測定した。図 16 に示すウォームかみ合い領域の歯面展開図について、図の縮尺を変更し、計算予測値と比較した検証結果を図 17 に示す。幾何学的にかみ合いが開始するウォームの位相を基準として、ウォームの歯元から歯先方向にかみ合いが進行していく場合のウォームの回転方向を正方向とした。なお、ウォームホイールの回転角速度は 1.0 [rps]、ウォームの入力トルクは 3.2 [Nm]として検証した。

ウォーム歯面のかみ合い領域はウォーム回転位相の約 1,080 [deg] に相当することから、かみ合い率が 3.0 となることを実証した。かみ合い率が 2.2 の従来歯形よりもかみ合い率を 36 % 向上することができた。また、図 16 よりウォームホイールのかみ合い領域は基準基礎円以下まで良好に拡大できていることを確認できた。

これらは理論検討結果と概ね一致しているので、MUB 理論の効果を検証できた。これにより、MUB 理論に基

Fig.16 Contact area of worm gear based on MUB theory

Fig.17 Comparison of contact area of worm

づき設計されたウォームギヤのかみ合いを予測できるようになった。従って、この MUB 理論は、小型・高強度ウォームギヤの搭載が要求される EPS の設計手法として有効である。

5. 結 言

ウォームホイールを小型化するために、基礎円以下まで有効にかみ合わせてかみ合い率を向上させる MUB 理論を提案し、実験によってその理論の効果を検証した。その結果、以下のことを明らかにした。

1. ウォームホイールの歯元形状は、ホブカッタの歯先円弧中心点の転位方向により 3 種類に分類できる。
2. 負転位トロコイドにより形成される歯形はセルフロックするので、基礎円以下で有効にかみ合うことができない。
3. 零転位トロコイドにより形成される歯形は基礎円以下が円弧歯形となるので、歯車の等速性を満たすには多条ウォームが必要であり、ウォームホイールが大型化するので好ましくない。
4. 切下げを発生させないよう歯元歯形を正転位トロコイドにより形成する MUB 理論により、インボリュート歯形では噛合できなかった基礎円以下でも有効にかみ合えるようになった。
5. MUB 理論を適用すると、一般的にかみ合い率が低いとされる 1 条ウォームギヤにおいても 3.0 という高い噛合い率を達成できることを、かみ合い試験により実証した。

本稿により、MUB 理論の基本的な効果を確認できたので、今後は、その他の効果を理論的に明らかにし、確認していく。

文 献

- (1) Y. Shimizu, T. Kawai, "Development of Electric Power Steering", SAE Transactions, No. 910014, (1991).
- (2) K. Watanabe, Y. Shimizu, Y. Terada, "A Study of Worm Gear to Size Reduction and Performance Enhancement for EPS", SAE, No. 2006-01-1177, (2006).
- (3) 渡辺勝治, 清水康夫, 寺田泰浩, "EPS 用新歯形ウォームギヤの噛合いに関する一考察", 自動車技術会論文集, Vol. 38, No. 2 (2007), pp. 201-206.
- (4) K. Watanabe, Y. Shimizu, "A Research about Contact Stress of Worm Gear for EPS (Electric Power Steering)", FISITA, No.F2006D202, (2006).
- (5) K. Watanabe, Y. Shimizu, "Consideration about Impact Resistance of the New Worm Gear for Electric Power Steering", ICMDT, (2007).
- (6) 清水康夫, 渡辺勝治, "EPS 用新歯形ウォームギヤの効率向上に関する一考察", 自動車技術会論文集, Vol. 40, No. 2 (2009), pp. 405-410.
- (7) 山脇茂, 渡辺勝治, 清水康夫, "EPS 用 1 条ウォームギヤの噛合いトルク変動低減に関する一考察", 自動車技術会論文集, Vol. 40, No. 3 (2009), pp. 623-628.
- (8) 日本機械学会編, 機械工学便覧 デザイン編 β4 機械要素・トライボロジー (2005), p. 72-82, 日本機械学会.