パラレルメカニズムの効率的キャリブレーション方法について*

(第2報, 特異値分解によるキャリブレーション行列の解析)

三村 宣治^{*1}

An Efficient Calibration Method for 6 DOF Parallel Mechanism (2nd Report, Analysis of the Calibration Matrix Using Singular Value Decomposition)

Nobuharu MIMURA^{*1}

^{*1} Niigata Univ. Dept. of Mechanical Engineering
Ikarashi 2-8050, Nishi-ku, Niigata, 950-2181 Japan

In the calibration of a parallel mechanism, there is a problem that a calibration matrix becomes an ill-condition and therefore identification of mechanical parameters becomes difficult. In this research, the structure of the calibration matrix of a parallel mechanism is analyzed using singular value decomposition, and the mechanical parameters considered to be the cause of the ill-condition are specified. And based on the result, three new disturbance models are suggested, from which the mechanical parameters with a little contribution are removed. Furthermore, by the numerical simulation in consideration of the noises included in measurements, the relation between mechanical parameters and the output remainders is clarified, and the validity of the new disturbance models is shown.

Key Words : Machine Tool, Robot, Manipulator, Positioning, Measurement

1. はじめに

パラレルメカニズムは、エンドエフェクタを複数のリンク機構により並列に駆動する機構である。そのため、リンクが直列に駆動される従来のシリアルメカニズムに比べ、剛性が高く、高速動作に有利であり、高い位置決め精度が期待できることからロボットの新しい機構として注目されている⁽¹⁾。しかしながら、問題点として、絶対位置決め精度が不十分なことと可動領域が狭いことが指摘されている。位置決め精度については、その原因はパラレルメカニズムが従来の直交型の工作機械やシリアル型ロボットなどとは異なる誤差要因を持つためと考えられている⁽²⁾。特に機構パラメタの誤差が絶対位置決めに影響していると考えられるが、機構の複雑性のため、これを個別に直接計測および補正することは従来の直交型の工作機械等に比べ困難であるなど、解決すべき課題がまだ残っている。著者⁽³⁾も内力センサを用いた冗長パラレルロボットを開発し、高速化と可動領域の拡大の可能性を示しているが、位置精度については課題となっていた。そこで、従来部分的に提案されていた生成すべき位置・姿勢（計測ポーズ）と出力の位置・姿勢計測の簡略化法についてキャリブレーション条件や評価法を統一し、より一般的に評価を行った。その結果、適切な計測ポーズの組み合わせを選択できれば、計測ノイズの大きさ程度に出力残差（出力精度）をおさえることができることを示した。また、理論上の最小ポーズ数でも比較的良好な結果の得られる計測ポーズの組が存在することを示した。しかし、どの機構パラメタが出力残差に影響しやすいのかについては不明であった。

パラレルメカニズムのキャリブレーションが他の機構に比べ困難なのは、キャリブレーション行列が悪条件行列となり、計測ノイズなどの影響を受けやすいためである。これまでもさまざまなキャリブレーション手法が提案されているが、その中でも、Wampler ら⁽⁴⁾は、出力誤差にほとんど影響しないパラメタが含まれるとき条件

* 原稿受付 2013 年 5 月 8 日

^{*1} 正員, 新潟大学 (〒950-2181 新潟県新潟市西区五十嵐 2-8050)

E-mail: mimura@eng.niigata-u.ac.jp

数が大きくなるとし、機構パラメタ誤差の最小化を評価関数に加えることにより小さい特異値の影響を軽減する方法を提案している．佐藤ら⁽⁵⁾の方法も基本的には同じである．このような悪条件行列を扱う類似の手法としては、Tikhonov の正則化法⁽⁶⁾、TSVD 法⁽⁷⁾などが知られている．しかしこれらの手法は、悪条件の原因となっているパラメタを直接特定するのではなく、特異値分解やQR分解によって値の小さい特異値を機械的に排除したり、ノイズの大きさを考慮し、拘束条件を追加するなどにより悪条件性を緩和する手法である．そのため、キャリブレーションのたびに解析が必要で演算量は大幅に増大するにもかかわらず、どの機構パラメタが悪条件性に関係しているのかは分からない．また、これらの手法では、安定した解を得ることができるが、キャリブレーション後の出力残差については別途考察が必要である⁽⁸⁾⁻⁽¹²⁾．

そこで、本研究では、パラレルメカニズムのキャリブレーション行列の構造を特異値分解を用いて解析し、悪条件に関係していると考えられる機構パラメタを数値シミュレーションを用いて特定する．そして、キャリブレーションにほとんど寄与しない機構パラメタを削減した新しい誤差モデルを提案する．さらに、計測ノイズを考慮したシミュレーションを行い、特定した機構パラメタと出力残差との関係についても明らかにする．本手法では、事前にメカニズムを解析し必要のない機構パラメタを除去するので、キャリブレーションのたびに解析を行う必要はなく、同定すべきパラメタ数も減少するのでキャリブレーション効率が改善することを示す．さらに、機構パラメタ数を削減してもキャリブレーション後の出力残差については従来と遜色がないことを示す．

2. 機構パラメタと誤差解析

2.1 誤差方程式の導出

パラレルマニピュレータとして種々の構造のものが提案されているが、基本的には Stewart platform の変形であると考えられるので、本論文では Stewart platform を用いて解析を行う．Stewart platform のリンクの1つを図1, 2に示す． $i = 1, 2, \dots, 6$ はリンク番号を表す．ベースプレートおよびエンドエフェクタの中心にとった座標系の原点をそれぞれ、 o_b, o_e とする．なお、ベクトルおよび行列の左上のサフィックスは、それらが属する座標系を表すものとし、省略した場合はベース座標系に属するものとする．エンドエフェクタの位置を ${}^b\mathbf{p}_e = [x \ y \ z]^T$ とし、姿勢を表す行列を ${}^b\mathbf{R}_e$ とする．ここで、 ${}^b\mathbf{R}_e$ はロール、ピッチ、ヨー角 ${}^b\boldsymbol{\theta}_e = [\theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T$ で表される回転行列である．駆動シリンダ変位を $\mathbf{l} = [l_1 \ l_2 \ \dots \ l_6]^T$ とし、駆動シリンダの単位方向ベクトルを ${}^b\mathbf{u}_i$ とする．駆動シリンダのベースプレート上およびエンドエフェクタ上の取り付け位置ベクトルをそれぞれ ${}^b\mathbf{p}_{bi}$ および ${}^e\mathbf{p}_{ei}$ とする． $\mathbf{l}$ および ${}^b\mathbf{p}_{bi}$ 、 ${}^e\mathbf{p}_{ei}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) が機構パラメタであり、マニピュレータ全体の機構パラメタの総数は42個である．図1に示すリンクの幾何学的関係から、

$${}^b\mathbf{p}_{bi} + l_i {}^b\mathbf{u}_i = {}^b\mathbf{p}_e + {}^b\mathbf{R}_e {}^e\mathbf{p}_{ei}, \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (1)$$

である．式(1)において、 ${}^b\mathbf{p}_{bi}$, l_i , ${}^b\mathbf{p}_e$, ${}^b\mathbf{R}_e$, ${}^e\mathbf{p}_{ei}$ に誤差が含まれているとして両辺を微分し誤差について整理すると、

Fig. 1 Link geometry of Stewart platform

Fig. 2 Base and end-effector geometry

$$\delta^b \mathbf{p}_{bi} + \delta l_i {}^b \mathbf{u}_i = \delta^b \mathbf{p}_e + \delta^b \boldsymbol{\theta}_e \times ({}^b \mathbf{R}_e^e \mathbf{p}_{ei}) + {}^b \mathbf{R}_e \delta^e \mathbf{p}_{ei}, \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (2)$$

である。ただしここで、記号 δ は微小誤差を表すものとし、

$$\delta^b \mathbf{p}_e = [\delta x \delta y \delta z]^T, \quad \delta^b \boldsymbol{\theta}_e = [\delta \theta_x \delta \theta_y \delta \theta_z]^T \quad (3)$$

である。また、演算子 $\times$ は外積を表すものとする。式 (2) を整理し書き換えると、

$$\begin{bmatrix} 1 & {}^b \mathbf{u}_i^T & -{}^b \mathbf{u}_i^T {}^b \mathbf{R}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_i \\ \delta^b \mathbf{p}_{bi} \\ \delta^e \mathbf{p}_{ei} \end{bmatrix} = {}^b \mathbf{u}_i^T [\mathbf{I} \quad -({}^b \mathbf{R}_e^e \mathbf{p}_{ei}) \times] \begin{bmatrix} \delta^b \mathbf{p}_e \\ \delta^b \boldsymbol{\theta}_e \end{bmatrix}, \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (4)$$

である。ここで、3次元ベクトル $\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ と $\mathbf{b}$ の外積は歪対象行列を用いて、

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix} \mathbf{b} \quad (5)$$

と書けるので、

$$[\mathbf{a} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

と表記している。さらに、

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{l}^T &= [\delta l_1 \delta l_2 \dots \delta l_6]^T, & \delta^b \mathbf{p}_b^T &= [\delta^b \mathbf{p}_{b1}^T \delta^b \mathbf{p}_{b2}^T \dots \delta^b \mathbf{p}_{b6}^T]^T, \\ \delta^e \mathbf{p}_e^T &= [\delta^e \mathbf{p}_{e1}^T \delta^e \mathbf{p}_{e2}^T \dots \delta^e \mathbf{p}_{e6}^T]^T, & \delta \mathbf{P} &= [\delta \mathbf{l}^T \delta^b \mathbf{p}_b^T \delta^e \mathbf{p}_e^T]^T, \\ \delta \mathbf{X} &= [\delta^b \mathbf{p}_e \delta^b \boldsymbol{\theta}_e]^T \end{aligned} \quad (7)$$

とおき、 $i=1,2,\dots,6$ の結果をひとまとめにすると、

$$\mathbf{A} \delta \mathbf{P} = \mathbf{B} \delta \mathbf{X} \quad (8)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & {}^b \mathbf{u}_1^T & 0 & -{}^b \mathbf{u}_1^T {}^b \mathbf{R}_e & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & {}^b \mathbf{u}_6^T & 0 & -{}^b \mathbf{u}_6^T {}^b \mathbf{R}_e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} {}^b \mathbf{u}_{i1}^T [\mathbf{I} \quad -({}^b \mathbf{R}_e^e \mathbf{p}_{e1}) \times] \\ \vdots \\ {}^b \mathbf{u}_6^T [\mathbf{I} \quad -({}^b \mathbf{R}_e^e \mathbf{p}_{e6}) \times] \end{bmatrix} \quad (9)$$

である。ここで、行列 $\mathbf{B}$ は、パラレルメカニズムの運動特性を表すヤコビ行列と同一で、メカニズムが特異姿勢でなければ正則なので⁽¹⁾、

$$\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \delta \mathbf{P} = \delta \mathbf{X} \quad (10)$$

と書ける。結局、式 (10) が、1回の計測ポーズによって得られる出力誤差 $\delta \mathbf{X}$ と機構パラメタ誤差 $\delta \mathbf{P}$ に関する方程式である。式 (10) から明らかなように、機構パラメタ誤差42個に対し、出力誤差 $\delta \mathbf{X}$ がすべて計測できたとしても、方程式の数は6であるため、1回の計測のみでは全機構パラメタ誤差を一意には決定できない。そこで、複数回 (n 回) の計測を行い、その結果をひとまとめに表すと、

$$J \delta P = \delta \chi, \quad \delta \chi = \begin{bmatrix} \delta X_1 \\ \delta X_2 \\ \vdots \\ \delta X_n \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} [B^{-1}A]_1 \\ [B^{-1}A]_2 \\ \vdots \\ [B^{-1}A]_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

である．ここで， δX_j および $[B^{-1}A]_j$ などのサフィックス j は式 (10) の δX および $[B^{-1}A]$ などの計測回数を表し， $\delta \chi$ は n 回の出力計測誤差をまとめた全出力誤差である．全機構パラメタ誤差は42個であるので，これらを一意に決定できるためには， $n \geq 7$ ，かつ行列 J が列フルランクであることが必要である．このとき，全機構パラメタ誤差 δP は，疑似逆行列を用い出力誤差最小の解

$$\delta P = (J^T J)^{-1} J^T \delta \chi \quad (12)$$

として一意に決定できる．ただし，式 (9) などにおいて駆動シリンダの単位方向ベクトル ${}^b u_i$ ，($i = 1, 2, \dots, 6$) には機構パラメタ誤差 δP が考慮されていないので，繰り返し計算により逐次修正する必要がある．式 (12) がエンドエフェクタの全出力誤差 $\delta \chi$ を計測値として用いる場合の，キャリブレーションの基礎式である（順運動学に基づく手法）． J がこの場合のキャリブレーション行列である．ただし，パラレルメカニズムでは，行列 J の条件数は1000以上となる，いわゆる悪条件行列となることが知られている．

通常，式 (11) の形式が良く用いられるが，このとき行列 J は並進と回転の成分を含むので，単位系の取り方などにより値が異なる．したがって，式 (11) の誤差最小の解も単位系の取り方によって値が若干変化する．

そこで，つぎに式 (11)，(12) を並進成分のみで表すことを考える．式 (8) において，右辺の $B \delta X$ は，出力点の誤差をエンドエフェクタとシリンダの取り付け点位置に換算したものと解釈できるので，式 (11) は，下記のようにも書ける．

$$A_T \delta P = \delta p_{eT}, \quad A_T = \begin{bmatrix} [A]_1 \\ [A]_2 \\ \vdots \\ [A]_n \end{bmatrix}, \quad \delta p_{eT} = \begin{bmatrix} [B \delta X]_1 \\ [B \delta X]_2 \\ \vdots \\ [B \delta X]_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

この式からも， δp_{eT} を出力の計測誤差と考え，式 (12) と同様に行列 A_T の疑似逆行列を用い誤差最小の解を求めることができる．この場合，行列 A_T は位置のみで姿勢に関する量を含まないため，解は単位系の取り方に依存しない．ただし，式 (11) と式 (13) とでは，出力が異なるので両者の誤差最小の解が必ずしも一致しないことに注意すべきである．なお，式 (8) ～ (11) などから式 (13) はループ間で独立である（詳細は付録を参照）．

2.2 特異値分解によるキャリブレーション行列の解析

通常，パラレルメカニズムのキャリブレーションでは，式 (11) に基づき，式 (12) によって機構パラメタ誤差を求める．したがって，式 (12) 中の行列 J の特異性が問題となる．そこで，ここでは以下に示す特異値分解を用いる．

$$J = U \Sigma V^T \quad (14)$$

ここで，行列 V^T は， J の入力基底となる正規直交行列，行列 U は， J の出力基底となる正規直交行列，行列 Σ は特異値を対角成分に持ち，大きなものから並べたものである．

また同様に，式 (13) に示した行列 A_T の特異値分解を以下で表すこととする．

$$A_T = U_A \Sigma_A V_A^T \quad (15)$$

式 (14), (15) 中の行列 V^T , V_A^T は、各特異値に対する各機構パラメタの寄与を表し、 q 番目の特異値に対する r 番目の機構パラメタの寄与が、 V^T , V_A^T の (q, r) 要素に現れる。したがって、これらの行列の値の大きい要素を調べることで、各特異値に対応する機構パラメタを特定できる。一般的に値の小さい特異値は、キャリブレーションへの寄与が小さいと考えられるので、その特異値に対応する機構パラメタを特定できれば、それを省略することでキャリブレーション行列のサイズを小さくでき、演算量を削減できる。さらに、機構パラメタの数が少なくなればキャリブレーションに必要な出力計測の回数を減らすことができる。特に、実際のキャリブレーションでは計測ポーズの設定と出力の位置・姿勢 (6 自由度) 計測が煩雑で、この計測回数の削減は実用上有用である。

ただし、式 (11), (13) 等から明らかなように、キャリブレーション行列 J および A_T は、パラレルメカニズム各部の寸法などの基本構造のみでは決定されず、複数回の計測時の計測ポーズとその組み合わせによって決定されるため、同一のパラレルメカニズムでも一つには決まらない。計測ポーズについても、種々の設定法が提案されている^{(8)~(12)}が、標準的な方法は定まっていない。また、式 (14), (15) の特異値分解についても解析的に求めることは困難で、数値解に頼らざるを得ない。そこで以下では、数値シミュレーションによって解析した結果について示す。

3. 数値シミュレーションによる解析

3.1 シミュレーション条件

数値シミュレーションでは、なるべく一般性を失わないよう無次元化を行い、結果も相対値 (無次元数) で評価を行う。ただし、無次元数では設定した計測ポーズや誤差の大きさを具体的にイメージしがたいため、想定した Stewart platform (図1, 2) の主要諸元等の一例を以下に示す。

$$\|b_{bi}\| = 150 [\text{mm}], \|p_{ei}\| = 100 [\text{mm}], \|l_i\| = 220 \sim 380 [\text{mm}], (i=1,2,\dots,6) \quad (16)$$

また、キャリブレーションに必要な計測ポーズ X と機構パラメタ誤差 δP は以下 (式 (17)) の範囲でランダムに発生させた。また、出力の計測値には、全出力誤差 $\delta \chi$ に 5% 程度のランダムノイズ $\delta \chi_{\text{noi}}$ を加えている。

$$\begin{aligned} \|x\|, \|y\|, \|z\| &\leq 50 [\text{mm}], \|\theta_x\|, \|\theta_y\|, \|\theta_z\| \leq 0.5 [\text{rad}], \\ \|\delta l_i\|, \|\delta^b p_{bi}\|, \|\delta^e p_{ei}\| &\leq 0.1 [\text{mm}], \\ \delta \chi_{\text{noi}}^* &= \|\delta \chi_{\text{noi}}\| / \|\delta \chi\| \leq 0.05 \end{aligned} \quad (17)$$

メカニズムの無次元化方法としては、式 (17) に示す出力振幅の 2 倍、すなわち、長さは 100[mm] で角度は 1[rad] を基準値として行っている。したがって、例えばマニピュレータサイズが図 1, 2 の a 倍の場合は、計測ポーズの変化範囲や機構パラメタ誤差なども a 倍になる。キャリブレーション性能に関する量は、式 (18) に示す出力残差 (同定した機構パラメタを用いて計測した出力の最終的な位置・姿勢誤差) の位置成分 e_p のノルムと姿勢成分 e_θ のノルムをそれぞれのキャリブレーション前の出力誤差成分のノルムで無次元化した量 e_p^* および e_θ^* を用いて評価するので、これらについてはメカニズムのサイズの影響はない。

$$e_p^* = \|e_p\| / \|\delta^b p_e\|, e_\theta^* = \|e_\theta\| / \|\delta^b \theta_e\| \quad (18)$$

また、計測回数 n については、比較的良好な解の得られるとされる条件 ($n \geq 13$)⁽¹⁾⁽⁴⁾ を満足する $n=28$ とし、ランダムに生成した 1000 組の計測ポーズの中から最小特異値が最大となるポーズの組を選択している。

3.2 キャリブレーション行列の特異値と機構パラメタの関係

最大特異値 $b_{\max}$ に対する最小特異値 $b_{\min}$ の大きさ (条件数の逆数) $C_n^{-1} = b_{\min} / b_{\max}$ を用いて行列 J の列フルランク性を評価する。なお、大きい方から i 番目の特異値を b_i ($i=1,2,\dots,42$) とし、最大特異値で無次元化したものを $b_i^* = b_i / b_{\max}$ とする。 $n=28$ のときの行列 J の特異値の分布を図3 に示す。このように、比較的良好な条件でも条件数の逆数は、 $C_n^{-1} = 1E-3$ 程度となり、行列 J が悪条件行列であることが分かる。特に図3 において D と表示した 6 つの特異値が特に小さく、これらに対応する機構パラメタを特定できれば、キャリブレーションの

Fig.3 Distribution of singular value of J

Fig.4 Distribution of singular value of A_T

Table 1 Basis vector of A_T

Number of parameter	Parameters	Group and number of basis vector				
		A	B	C	D	E
		4	10	23	30	40
1	δl_1	-0.60	0.00	-0.05	-0.40	-0.69
:	:	:	:	:	:	:
7	δp_{b1x}	0.18	-0.21	0.66	0.08	-0.22
8	δp_{b1y}	-0.09	0.05	-0.65	0.04	0.13
9	δp_{b1z}	-0.56	-0.08	0.28	-0.36	0.68
:	:	:	:	:	:	:
25	δp_{e1x}	-0.17	0.93	0.22	0.24	0.00
26	δp_{e1y}	0.12	0.12	-0.13	-0.11	0.01
27	δp_{e1z}	0.50	0.28	0.01	-0.80	0.02
:	:	:	:	:	:	:

精度および効率改善につながる可能性がある。特異値に対応する機構パラメタは、式 (14) の行列 V^T を調べれば良い。しかし、行列 V^T は、 42×42 の要素よりなり、図 1 に示す全てのループの機構パラメタが相互に影響しあっているため、解析が困難で見通しが良くない（実際に行列 J の特異値分解を行ったが、基底ベクトルを調べてもキャリブレーションにほとんど寄与しない機構パラメタを特定することは困難であった）。そこで、まず、見通しを良くするため、ループ間の影響のない式 (13) について解析してみる。行列 A_T の特異値の分布を図4に示す。このように、行列 A_T では、特異値がより明確にグループ分けできることが分かる。つぎに、行列 V_A^T を用い、各群の基底ベクトルを調べてみる。行列 V_A^T は、数値計算による誤差を含んでいるので、絶対値が0.01以下を0とする処理を行った。その結果を表1に示す。本論文の場合、行列 V_A^T は 42×42 の行列となるが、各ループが独立なので各ループごとには 7×7 の要素について考えれば良く、表1では、 $i=1$ のループの要素のみを示している。なお、他のループに関してもほぼ同様の結果が得られている。表1より以下のことが確認できる。

- (1) A群は、出力の主成分であるが、これにはループ内の全ての機構パラメタが寄与している。特に、ベースとエンドエフェクタ上の機構パラメタでは、 z 軸成分が他成分より寄与が大きい。

- (2) B 群は、出力の第2主成分であるが、これにはエンドエフェクタの寄与が他より大きい。特に、 x 軸成分が他成分より寄与が大きい。
- (3) C 群は、ベースとエンドエフェクタ上の機構パラメタの寄与が大きい。
- (4) D 群は、出力に対する寄与が比較的小さい領域であるが、ここでは全ての機構パラメタが影響している。
- (5) E 群は、出力に対する寄与が最も小さい領域であるが、ここでは、駆動シリンダとベース上の機構パラメタの寄与が大きい。特に、ベース上の機構パラメタでは、 z 軸成分が他成分より寄与が大きい。

3.3 機構パラメタを削減した誤差モデル

キャリブレーションでは同定する機構パラメタ数が少ないほうが計測回数（計測ポーズ数）を少なくでき効率的である。しかし、機構パラメタ数を少なくしすぎると誤差を十分に同定できなくなり、最終的な出力誤差を十分に小さくできないおそれがある。そこで、無次元化した特異値が $1E-1$ 以下となるC,D,E群に対し、機構パラメタ数と出力誤差について調べるため、以下に示す機構パラメタを削減した誤差モデルを提案する。

Model 42: 全ての42個の機構パラメタを含む誤差モデル（機構パラメタを削減しない元のモデル）。

Model 36: 上記（4）、（5）等から、駆動シリンダの誤差パラメタが他のパラメタと従属性が高いと考え、駆動シリンダの誤差 6個を省略した誤差モデル（図4、E群に対応する機構パラメタを省略）。

Model 30: 上記（2）、（3）などから、ベースプレート上の駆動シリンダ取り付け点の誤差からZ軸成分6個を省略した誤差モデル（図4、D,E群に対応する機構パラメタを省略）。

Model 18: エンドエフェクタ上の誤差パラメタの寄与が他より大きいと考えられるので、エンドエフェクタ上の18個の機構パラメタのみで構成した誤差モデル（図4、C,D,E群に対応する機構パラメタを省略）。

これらの考察は、式（13）に基づく各グループが独立であるとした結果であるので、上記の4つの誤差モデルについて式（11）の行列 J の特異値分布を調べた。その結果を図5に示す。Model 36では、小さい特異値6個が消えており、最小特異値が1桁近く大きくなっている。Model 30では、さらに小さい方の特異値6個が消え、中間部の特異値の値が少し大きくなっている。Model 18では、小さい方の特異値がさらに12個消えている。以上のように、図4に示す特異値の各グループに対応する機構パラメタを特定できている。

3.4 機構パラメタを削減した誤差モデルの出力残差

前節で示したように、他の機構パラメタと従属性を有するパラメタを特定し行列 J の悪条件性を改善することができた。しかし、従属性を有する機構パラメタであってもキャリブレーションによる出力残差の減少にはある程度の寄与がある。したがって、これらを全て省略すると、キャリブレーション後の出力残差が増加するおそれがある。キャリブレーションの本来の目的は、機構パラメタに含まれる誤差を同定し出力残差を零に近づける

Fig.5 Comparison of singular value

Fig.6 Comparison of positional error

Fig. 7 Area of measured pose versus residual output errors

ことであるので，行列 $\mathbf{J}$ の悪条件性が改善しても出力残差が増加しては意味がない．そこで，本節では，数値シミュレーションにより，従属性を有する機構パラメタを省略した際の出力残差について調べる．図 6 は，無次元化した計測ノイズ $\delta\chi_{\text{noi}}^*$ と出力残差の位置成分 e_p^* の結果である．なお，図示していないが，出力残差の姿勢成分 e_{θ}^* についてもほぼ同様の結果になった．図 6 に示すように，行列 $\mathbf{V}_A^T$ の特異値に基づき機構パラメタを省略しても出力残差 e_p^* はそれほど変わらない．むしろ，機構パラメタを省略した誤差モデルでは出力残差 e_p^* が全ての機構パラメタを用いる Model 42 よりも若干減少し，キャリブレーション性能が向上している．ただし，これらの機構パラメタを省略した誤差モデルでは，機構パラメタ自体は正しく同定できないことに注意する必要がある．また，Model 18 では，計測ノイズが小さい範囲で出力残差が大きくなる傾向がある．これは，機構パラメタを省略しすぎ，出力にオフセットが生じているものと考えられる．以上のように，他の機構パラメタと従属性が強いと考えられるパラメタを省略しても出力残差は従来の Model 42 と遜色無く，条件によってはむしろ小さくなる．

つぎに，計測ポーズの変化範囲を必要以上に縮小すると，計測ポーズ間の従属性により出力残差が増加することが分かっているので，計測ポーズの変化範囲と出力残差の関係を調べた．計測ポーズの変化範囲については，これを大きくすると出力の計測（位置と姿勢の 6 次元計測）範囲が大きくなり，計測が困難になるので，実用上は小さい方が望ましい．計測ポーズは，式 (17) で示したランダムに発生させたデータを全体的に拡大，縮小させることで生成した．図 7 の横軸は式 (17) で示した基準とする計測ポーズの変化範囲を 1 として，変化範囲の拡大・縮小率を表している．図 7 (a) に示すように，従来の Model 42 では，計測ポーズの変化範囲を必要以上に縮小すると，出力残差などが増大し，キャリブレーション性能が低下する．一方，図 7 (b) に示すように，機構パラメタを省略した誤差モデル Model 30 では，従来の Model 42 で出力残差が増大する条件でもその増加が小さくなっている．これは，キャリブレーションにあまり影響しない機構パラメタを省略した効果であると考えられる．以上のように，従来の Model 42 を用いるよりも新しく提案した寄与の小さい機構パラメタを省略した誤差モデルを用いると，出力残差については遜色がない．

4. ま と め

本研究では，パラレルメカニズムの代表機構である Stewart platform を例として，そのキャリブレーションに関し，効率化と高精度化について数値シミュレーションにより検討を行った．パラレルメカニズムでは，キャリブレーション行列が条件数の逆数が小さい ($C_n^{-1} = 1\text{E-}3$ 以下) 悪条件行列となり，従来研究⁽¹⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾の結果などから，これがキャリブレーション精度低下の原因ではないかと考えた．そこで，キャリブレーション行列の特異値分解により小さな特異値に対応する機構パラメタを特定した．その結果に基づき 3 種の機構パラメタ削減モデルを提案し解析を行った．本研究の結果は以下の通りである．

- (1) キャリブレーション方程式を変形し、各ループ間の干渉を取り除いた表現（式（13））の行列 $\mathbf{A}_T$ に関し解析を行った．その結果、他の機構パラメタと従属性があると考えられるパラメタを特定できた．その結果を踏まえ、機構パラメタを省略した 3 の誤差モデル **Model 36**, **Model 30**, **Model 18** を提案した．
- (2) 提案した 3 つの誤差モデルに関しキャリブレーション行列 $\mathbf{J}$ の特異値の分布を調べたところ、ほぼ予想通り小さい方の特異値が消滅し、行列 $\mathbf{J}$ の悪条件が緩和されることを確認した．特に、駆動シリンダに関するパラメタは冗長である．
- (3) 提案した 3 つの誤差モデルに対し、計測ノイズを考慮したシミュレーションを行った結果、これらの誤差モデルでは機構パラメタの一部を省略しているにもかかわらず、出力残差は従来の誤差モデル **Model 42** に比べ遜色がないことを確認した．また、より狭い計測ポーズの変化範囲でも出力残差が増加せず、位置精度を維持できる．

パラレルメカニズムは他の機構に比べ機構パラメタが多くキャリブレーションでは繰り返し計算も必要となるため、機構パラメタの削減による演算と計測の効率化は実用上大きなメリットがある．なお、本研究では、具体的な寸法の **Stewart platform** を例として示したが、シミュレーションではできるだけ一般性を失わないように無次元化を行い解析を行っており、得られた結果は有用なものであると考えている．従属性のある機構パラメタを特定するために、ループごとに独立とした式（13）を導出したが、この式に基づきキャリブレーションを行うと演算量をさらに削減できると考えられる．次報では式（13）に基づくキャリブレーション演算法について報告する予定である．

付 録

式（13）は駆動ループごとに独立になっているが、式（13）の形式ではそれが分かりにくい．その理由は、ある計測ポーズごとに各ループの方程式をまとめて式（8）、（9）を作った後、異なる計測ポーズに対しまとめ、最終的な誤差方程式（11）、（12）を作っているからである．そこで、式のまとめ方を上記と逆に行う．すなわち、各ループの方程式をまとめた式（8）、（9）を作らず、まず各ループごとに、異なる計測ポーズの結果をひとまとめにする．すなわち、式（4）から、 i 番目のループに関し、

$$\mathbf{a}_{Li} \delta \mathbf{p}_{Li} = {}^b \mathbf{u}_i^T \delta \mathbf{p}_{eLi} \quad (19)$$

ただし、

$$\mathbf{a}_{Li} = [1 \quad {}^b \mathbf{u}_i^T - {}^b \mathbf{u}_i^T {}^b \mathbf{R}_e], \quad \delta \mathbf{p}_{Li} = [\delta l_i^T \delta {}^b \mathbf{p}_{bi}^T \delta {}^b \mathbf{p}_{ei}^T]^T, \quad \delta \mathbf{p}_{eLi} = [\mathbf{I} \quad -({}^b \mathbf{R}_e^e \mathbf{p}_{ei}) \times] \begin{bmatrix} \delta {}^b \mathbf{p}_e \\ \delta {}^b \theta_e \end{bmatrix} \quad (20)$$

である．式（20）が 1 回の計測ポーズで得られる方程式であるので、 n 回の計測結果をひとまとめにすると、

$$\mathbf{A}_{Li} \delta \mathbf{p}_{Li} = \delta \mathbf{x}_{ei}, \quad \mathbf{A}_{Li} = \begin{bmatrix} [\mathbf{a}_{Li}]_1 \\ [\mathbf{a}_{Li}]_2 \\ \vdots \\ [\mathbf{a}_{Li}]_n \end{bmatrix}, \quad \delta \mathbf{x}_{ei} = \begin{bmatrix} [{}^b \mathbf{u}_i^T \delta {}^b \mathbf{p}_{eLi}]_1 \\ [{}^b \mathbf{u}_i^T \delta {}^b \mathbf{p}_{eLi}]_2 \\ \vdots \\ [{}^b \mathbf{u}_i^T \delta {}^b \mathbf{p}_{eLi}]_n \end{bmatrix} \quad (21)$$

である．さらに 6 つのループに関する方程式をひとまとめにすると、

$$\mathbf{A}_L \delta \mathbf{p}_L = \delta \mathbf{x}_e \quad (22)$$

ただし、

$$\mathbf{A}_L = \text{diag}(\mathbf{A}_{L1}, \mathbf{A}_{L2}, \dots, \mathbf{A}_{L6}), \quad \delta \mathbf{p}_L = \begin{bmatrix} \delta p_{L1} \\ \delta p_{L2} \\ \vdots \\ \delta p_{L6} \end{bmatrix}, \quad \delta \mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} \delta x_{e1} \\ \delta x_{e2} \\ \vdots \\ \delta x_{e6} \end{bmatrix} \quad (23)$$

である。式 (22) は、式 (13) に対応し、行列とベクトルの要素を並べ変えたものになっている。式 (22) は、式 (23) から明らかなように、行列 $\mathbf{A}_L$ がブロック分割された構造となっており、各ブロック (式 (21)) ごとに独立に解くことができる。すなわち、式 (13) は駆動ループごとに独立になっている。

文 献

- (1) Merlet, J.P., *Parallel Robots* (2000) , p.179, Springer.
- (2) 太田浩充, 渋川哲郎, 遠山退三, 内山勝, “パラレルメカニズムのキャリブレーション方法の研究”, 精密工学会誌, Vol.66, No.6 (2000) , pp. 950-954.
- (3) 三村宣治, 小野寺良二, 佐谷明映, “内力センサを用いた冗長パラレルマニピュレータの制御手法について”, 日本機械学会論文集C編, Vol.71, No.701 (2005) , pp. 185-192.
- (4) Wampler, C.W., Hollerbach, J.H. and Arai, T., “An Implicit Loop for Kinematic Calibration and Its Application to Closed-Chain Mechanisms”, *IEEE Trans. R&A*, Vol.11, No.5 (1995) , pp. 710-724.
- (5) 佐藤理, 下嶋賢, 古谷涼秋, 高増潔, “パラレルメカニズムのアーティファクト校正 (第1報)”, 精密工学会誌, Vol.1 (2004) , pp. 96-100.
- (6) 仲田晋, 北川高嗣, 細田陽介, “Rank Revealing QR 分解による Tikhonov の正則化法”, 数理解析研究所講究録, Vol.1040 (1998) , pp. 212-219.
- (7) Liquan, M. and Weigeng, C., “TSVD regularization method for area load reconstruction”, *Yingyong Lixue Xuebao*, Vol.27, No.1 (2010) , pp. 140-144.
- (8) 沈崗, 武田行正, 舟橋宏明, “フーリエ級数を用いたパラレルメカニズムのキャリブレーション (第2報)”, 日本機械学会論文集C編, Vol.62, No.682 (2003) , pp. 227-234.
- (9) 小関義彦, 新井建生, 杉本浩一, 高辻利之, 後藤充夫, “レーザ追尾式座標測定システムを用いたパラレルメカニズムの精度評価”, 計測自動制御学会論文集, Vol.34, No.7 (1998) , pp. 726-733.
- (10) 田中航, 新井建生, 井上健司, 前泰志, 小関義彦, “パラレルメカニズムの姿勢測定数を軽減したキャリブレーションに関する考察”, 日本機械学会論文集C編, Vol.71, No.701 (2005) , pp. 206-213.
- (11) 田中航, 新井建生, 井上健司, “微細講格子パターンを用いたパラレルメカニズムのキャリブレーション”, 日本機械学会論文集C編, Vol.75, No.750 (2009) , pp. 132-141.
- (12) 大岩孝彰, 寺田一輝, 朝間淳一, 佐藤元有, “6 自由度パラレルメカニズムの校正に関する研究 (第8報)”, 日本機械学会 2010 年度年次大会講演論文集 (2010) , pp. 169-170.