蒸気タービン翼の固有振動特性*
(第3報, 円板全周連結翼の振動)

志 賀 元 弘**

Characteristics of Natural Frequencies of Steam Turbine Blades
(3rd Report, Vibration of Binded Blades on Entire Disk Circumference)

by Motohiro SHIGA

To avoid resonance of steam turbine blades during operation, it is necessary that the prediction method for natural frequencies of blades is established. Therefore, the calculation method of the natural frequencies was developed for the structure in which blades on the entire disk circumference was binded. It was found that five natural frequencies was existed within the range below 500 Hz in calculations of natural frequencies of a single blade for a turbine. Noticing the vibration of the direction in which moment of inertia is small at the middle between blade root and blade tip, we can show systematically vibration characteristics for these natural frequencies. Besides, the relation between the natural frequencies of the all banded blades and that of a banded group of several blades and variation of the natural frequency to vary blade dimension are also discussed.

Key Words: Vibration, Steam Turbine Blade, Natural Frequency, Vibration Characteristics, Binded Blades, Natural Mode of Vibration

1. ま え が き

蒸気タービン長翼は蒸気の流れの不均一性により、軸回転数およびその整数倍の振動数の励振力を受ける。もし、この励振振動数が翼の固有振動数に一致すると翼に共振応力が発生し、翼破損の原因となる。そこで、設計段階に翼の固有振動数を計算により求め、共振しないように設計しなければならず、そのために固有振動数の予測法を確立することが必要である。

タービン翼の固有振動数は、翼のねじれのない場合⁽¹⁾、翼のねじれおよび回転による影響を考慮した場合⁽²⁾、などを対象として解析がなされており、このような条件における固有振動数は計算で予測できるようになった。また、最近では有限要素法を使用してタービン翼の固有振動数の計算が進められている⁽³⁾⁽⁴⁾。

最近の長翼には回転方向からの傾きを有するタイワイヤおよびカバーによって円板の全周の翼を連結した構造のタービン翼が採用されている。この翼はカバーで翼先端を、タイワイヤで翼中央付近を連結してい

る。タイワイヤの回転方向からの傾きのない場合の群翼についてはすでに解析されているが、タイワイヤおよびカバーの回転方向からの傾きおよび全周の翼を連結した効果について考慮されていない。

本研究はこのような傾きを有するタイワイヤおよびカバーで連結された翼の振動特性を明らかにしようとするものである。そのために、有限要素法ではなく解析的手法を採り入れた見通しの良い計算式を導いた。

まずひとつの翼について固有振動数および振動形の計算を行い、全周連結翼の振動特性を単独翼および群翼の振動特性と比較することによって、その特長を整理した。

2. 計 算 方 法

2.1 記号の説明

A_i : タイワイヤあるいはカバーの断面積

E_i : タイワイヤあるいはカバーの縦弾性係数

G_i : タイワイヤあるいはカバーの横弾性係数

h : 翼の番号

I_{xi} : x 軸に関するタイワイヤあるいはカバー断面の断面二次モーメント

I_{zi} : タイワイヤあるいはカバー断面の断面二次モーメント(タイワイヤのとき z 軸に関する値、

* 昭和59年7月10日 第925回講演会において講演、原稿受付 昭和59年1月5日。

** 正員、(株)日立製作所機械研究所(〒300 土浦市神立町502)。

カバーのとき z' 軸に関する値) — — —
 L_1, L_2 : 重心からタイワイヤあるいはカバーの中心までの距離
 l : タイワイヤあるいはカバーの長さ
 M_x, M_y, M_z : モーメント (添字の x, y, z は中心軸)
 m : タイワイヤあるいはカバーの集中質量
 S_y : せん断力の円周方向成分
 S_z : せん断力の軸方向成分
 V : たわみの円周方向成分
 W : たわみの軸方向成分
 x, y, z : 座標, x は翼の長手方向, y は円周方向, z は軸方向に関するもの
 z' : タイワイヤあるいはカバーが回転方向から傾いている場合の座標, z 軸から傾いた軸
 α : y 軸と断面二次モーメントが最大になる軸のなす角
 β : タイワイヤあるいはカバーの中心線の翼回転方向からの傾き角
 θ : xy 面におけるたわみ角
 μ : xz 面におけるたわみ角

λ : タイワイヤあるいはカバーの集中質量の回転半径
 ϕ : ねじれ角

ω : 円振動数

2.2 タイワイヤおよびカバーの影響 タイワイヤおよびカバーの位置における変位と力およびモーメントのつりあいの関係式を求めて, この式を変形するとタイワイヤおよびカバーから翼に作用する力およびモーメントを決定することができる。

タイワイヤおよびカバーに作用する力 f_h , 伸び δ_h , ねじりモーメント T_h , ねじれ角 ϕ_{rh} の関係は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} f_h - a_0 \delta_h &= 0 \\ T_h + a_0 (\phi_{rh} - \phi_{rh+1}) &= 0 \\ a_0 &= E_t A_t / l \\ a_0 &= G_t (I_{xt} + I_{zt}) / l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

タイワイヤおよびカバーの両側に作用するモーメント $m''_{ih}, m'_{ih+1}, m''_{ah}, m'_{ah+1}$, せん断力 v_{ih}, v_{ah} , たわみ角 $\phi_{ih}, \phi_{ih+1}, \phi_{ah}, \phi_{ah+1}$, たわみ $u_{ih}, u'_{ih+1}, u_{ah}, u'_{ah+1}$ に関する関係は次のようになる

$$\left. \begin{aligned} m''_{ih} + a_z (2\phi_{ih} + \phi_{ih+1}) + 3a_z (u_{ih} - u'_{ih+1}) / l &= 0 \\ m'_{ih+1} - a_z (\phi_{ih} + 2\phi_{ih+1}) - 3a_z (u_{ih} - u'_{ih+1}) / l &= 0 \\ v_{ih} - 3a_z (\phi_{ih} + \phi_{ih+1}) / l - 6a_z (u_{ih} - u'_{ih+1}) / l^2 &= 0 \\ m''_{ah} + a_x (2\phi_{ah} + \phi_{ah+1}) + 3a_x (u_{ah} - u'_{ah+1}) / l &= 0 \\ m'_{ah+1} - a_x (\phi_{ah} + 2\phi_{ah+1}) - 3a_x (u_{ah} - u'_{ah+1}) / l &= 0 \\ v_{ah} - 3a_x (\phi_{ah} + \phi_{ah+1}) / l - 6a_x (u_{ah} - u'_{ah+1}) / l^2 &= 0 \\ a_x &= 2E_t I_{xt} / l, \quad a_z = 2E_t I_{zt} / l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

タイワイヤおよびカバーの位置と翼の位置の変位の関係および式(1), (2)からタイワイヤおよびカバーの前後におけるモーメント, せん断力, たわみ角, たわみ, ねじれ角, ねじりモーメントの関係が次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_{yh}^0 &= M_{yh}^+ + \Delta M_{yh}, \quad M_{zh}^0 = M_{zh}^+ + \Delta M_{zh} \\ S_{yh}^0 &= S_{yh}^+ + \Delta S_{yh} - m\omega^2 V_h^0, \quad S_{zh}^0 = S_{zh}^+ + \Delta S_{zh} - m\omega^2 W_h^0 \\ \theta_h^0 &= \theta_h^+, \quad \mu_h^0 = \mu_h^+, \quad V_h^0 = V_h^+, \quad W_h^0 = W_h^+, \quad \phi_h^0 = \phi_h^+ \\ M_{xh}^0 &= M_{xh}^+ + \Delta M_{xh} - m\lambda^2 \omega^2 \phi_h^0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

式(3)は左辺はタイワイヤおよびカバーの後における値(右肩の $+0$ がこのことを意味している), 右辺の第1項はタイワイヤおよびカバーの前における値(右肩の -0 がこのことを意味している)。右辺の第2項の $\Delta M_{yh} \sim \Delta M_{zh}$ はせん断力およびモーメントのタイワイヤおよびカバーにおける増加量である。右辺の第3項の $-m\omega^2 V_h^0 \sim -m\lambda^2 \omega^2 \phi_h^0$ はタイワイヤおよびカバー重量による慣性力の影響である。

タイワイヤおよびカバーにおけるせん断力およびモーメントの増加量 $\Delta M_{yh} \sim \Delta M_{xh}$ は次式より求まる。なお, タイワイヤおよびカバーに関する座標は図1参照。

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_{yh} &= (-T_h + T_{h-1}) \cos \beta + (m''_{ih} - m'_{ih}) \sin \beta + (v_{ih} L_1 + v_{ih-1} L_2) \cos \alpha \\ \Delta M_{zh} &= (T_h - T_{h-1}) \sin \beta + (m''_{ih} - m'_{ih}) \cos \beta - (v_{ih} L_1 + v_{ih-1} L_2) \sin \alpha \\ \Delta S_{yh} &= (-f_h + f_{h-1}) \cos \beta + (v_{ah} - v_{ah-1}) \sin \beta \\ \Delta S_{zh} &= (f_h - f_{h-1}) \sin \beta + (v_{ah} - v_{ah-1}) \cos \beta \\ \Delta M_{xh} &= -m''_{ah} + m'_{ah} + (v_{ah} L_1 + v_{ah-1} L_2) \sin(\alpha - \beta) + f_h L_1 \cos(\alpha - \beta) + f_{h-1} L_2 \cos(\alpha - \beta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに

$$\begin{aligned}
 T_h &= a_g(\theta_h - \theta_{h+1})\sin\beta + a_g(\mu_h - \mu_{h+1})\cos\beta \\
 m''_{th} &= a_z(2\theta_h + \theta_{h+1})\cos\beta - a_z(2\mu_h + \mu_{h+1})\sin\beta + 3a_z(l''_1\mu_h + l''_2\mu_{h+1} + l''_1\theta_h + l''_2\theta_{h+1})/l \\
 m'_{th} &= -a_z(\theta_{h-1} + 2\theta_h)\cos\beta + a_z(\mu_{h-1} + 2\mu_h)\sin\beta - 3a_z(l''_1\mu_{h-1} + l''_2\mu_h + l''_1\theta_{h-1} + l''_2\theta_h)/l \\
 v_{th} &= (3a_z/l)\{-(\theta_h + \theta_{h+1})\cos\beta + (\mu_h + \mu_{h+1})\sin\beta\} - 6a_z(l''_1\mu_h + l''_2\mu_{h+1} + l''_1\theta_h + l''_2\theta_{h+1})/l^2 \\
 f_h &= -a_b(V_h - V_{h+1})\cos\beta + a_b(W_h - W_{h+1})\sin\beta + a_b(L_1\Phi_h + L_2\Phi_{h+1})\cos(\alpha - \beta) \\
 v_{ah} &= 3a_x(\Phi_h + \Phi_{h+1})/l + (6a_x/l^2)\{(V_h - V_{h+1})\sin\beta + (W_h - W_{h+1})\cos\beta\} \\
 &\quad + 6a_x(L_1\Phi_h + L_2\Phi_{h+1})\sin(\alpha - \beta)/l^2 \\
 m''_{ah} &= -a_x(2\Phi_h + \Phi_{h+1}) - (3a_x/l)\{(V_h - V_{h+1})\sin\beta + (W_h - W_{h+1})\cos\beta\} \\
 &\quad + (L_1\Phi_h + L_2\Phi_{h+1})\sin(\alpha - \beta) \\
 m'_{ah} &= a_x(\Phi_{h-1} + 2\Phi_h) + (3a_x/l)\{(V_{h-1} - V_h)\sin\beta + (W_{h-1} - W_h)\cos\beta\} \\
 &\quad + (L_1\Phi_{h-1} + L_2\Phi_h)\sin(\alpha - \beta) \\
 l''_1 &= L_1 \sin\alpha, l''_2 = L_1 \cos\alpha, l''_3 = L_2 \sin\alpha, l''_4 = L_2 \cos\alpha
 \end{aligned}$$

2.3 固有振動数の計算法 本計算では翼、タイワイヤ、カバーなどの寸法と固有振動数の関係が簡単に求まり見通しよくパラメータサーベイができるように、有限要素法ではなく解析的手法を採用して振動数方程式を求めた。固有振動数の計算に関しては、Deák

-Bairdの方法⁽²⁾と同じように翼を分割してはり要素におきかえて、タイワイヤおよびカバーの部分は式(3)を利用して、さらに円板の全周の翼を連結しているための境界条件としてある翼数ごとに振動状態が周期的にくり返されるという条件のもとに解析を行っ

表 1 翼断面に関するデータ

Distance from blade root cm	Area of cross section cm ²	Maximum moment of inertia of cross section cm ⁴	Minimum moment of inertia of cross section cm ⁴	α degree	Torsional rigidity factor cm ⁴
0.0	30.5	871.	66.7	1.5	53.3
3.81	28.6	720.	60.1	4.0	48.1
6.35	27.5	639.	55.3	6.2	44.2
8.51	25.9	524.	45.7	9.8	36.6
11.30	24.9	493.	46.7	10.42	37.3
14.22	23.1	415.	41.5	13.29	33.2
17.02	21.6	354.	37.0	16.08	29.6
21.3	19.61	284.	26.8	22.2	21.5
25.5	17.81	232.	18.71	28.6	14.96
29.8	16.01	184.4	11.97	34.8	9.56
34.0	13.75	134.1	6.86	40.9	5.47
37.5	12.88	125.4	4.64	45.6	3.71
42.6	10.93	95.6	2.38	51.8	1.905
51.1	8.72	78.5	0.733	61.0	0.587
59.6	6.80	62.5	0.305	65.6	0.244
68.1	5.55	59.2	0.1312	68.3	0.105
76.6	5.61	64.5	0.1149	70.4	0.092
85.1	5.73	67.7	0.1299	72.7	0.104

(a) 翼および円板

(b) タイワイヤおよびカバー

図 1 座標

た。すなわち、振動状態のくり返される翼数を K とすれば、 $K+1$ 番めの翼の状態量は 1 番めの翼の状態量に等しく、1 番めの前の翼の状態量は K 番めの翼の状態量に等しくなるという条件を導入した。全周の翼数を N とすれば K は $K=N/n$ で表される。ただし、 n は正の整数。なお、翼根元は固定、タイワイヤと翼、カバーと翼の接続位置の変位およびたわみ角が等しいものと仮定した。

振動数を仮定して、このときの振動数方程式を行列式の形で求め、この行列式を計算する。この行列式が零となる振動数が固有振動数であるので、試行錯誤計算を行い固有振動数を決定した。

3. 固有振動数の計算結果

3.1 計算に使用したデータ 翼長 85.1 cm の翼について固有振動数および振動形の計算を行った。表 1 は翼断面に関するデータである。翼根元の半径は 72.4 cm、縦弾性係数は 205.8 GPa $\{2.1 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2\}$ 、横弾性係数は 82.32 GPa $\{0.84 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2\}$ 、密度は 7850 kg/m³、タイワイヤは翼根元から 42.6 cm の位置にあり、タイワイヤに関するデータは $I_{xt}=0.205 \text{ cm}^4$ 、 $I_{zt}=0.205 \text{ cm}^4$ 、 $m=0.0930 \text{ kg}$ 、 $\lambda=2.13 \text{ cm}$ 、 $A_t=1.605 \text{ cm}^2$ 、 $l=7.38 \text{ cm}$ 、 $L_1=0$ 、 $L_2=0$ 、 $\beta=0$ である。翼先端のカバーに関するデータは $I_{xt}=3.36 \text{ cm}^4$ 、 $I_{zt}=0.0833 \text{ cm}^4$ 、 $m=0.0685 \text{ kg}$ 、 $\lambda=0.983$

cm, $A_t=2.52 \text{ cm}^2$, $l=3.4 \text{ cm}$, $L_1=3.53 \text{ cm}$, $L_2=5.10 \text{ cm}$, $\beta=38.7^\circ$ である。

3.2 単独翼 図 2 は単独翼の場合の曲げ振動の固有振動数および振動形の計算結果である。これは、全周連結翼の基本的性質を把握するために、翼のみの 500 Hz 以下の固有振動数および振動形を計算したものである。図 2 より次のことがわかる。

(1) 固有振動数は 40.5, 101.9, 199.7, 397.9 Hz および 481.1 Hz の合計 5 個現れる。

(2) 従来のように円周方向および軸方向の振幅に着目して振動形の特長を調べると、各固有振動数における振動形を振動次数に対応して系統的に表すことはできない。そこで、各固有振動数について振動ベクト

図 2 単独翼の固有振動数および振動形の計算結果

ル図を求めた。この結果、翼長手方向中央のタイワイヤ付近における翼断面の断面二次モーメントの小さい方向を X 方向、これに直角な方向を Y 方向とすると、 X 方向および Y 方向の振動形が系統的に現れることがわかった。この X 方向および Y 方向は振動の主座標である。

図3は X 方向および Y 方向の振動形である。 X 方向の振動形に関して、固有振動数が 40.5, 101.9, 199.7, 481.1 Hz と上昇するにつれて、翼根元から翼先端までの間の振動位相の変化の回数が 0, 1, 2, 3 と規則正しくなっている。すなわち、これらの固有振動数は X 方向の一次、二次、三次、四次固有振動数である。これらの振動形を記号 $X^I, X^{II}, X^{III}, X^{IV}$ で表す。397.9 Hz の固有振動数は Y 方向の一次固有振

動数である。この振動形を記号 Y^I で表す。

3.3 全周連結翼および群翼 全周連結翼の固有振動数を計算すると、翼数が多いために計算時間が非常にかかる。そのために、翼数の少ない条件で計算することができれば望ましい。

全周連結翼の振動には全周における振動の波数が 0, 1, 2, 3, 4, ... と多数存在する。たとえば振動の波数が 2 の場合は円板の全周の翼数の 1/2, 振動の波数が 3 の場合は円板の全周の翼数の 1/3 の翼についての振動数方程式を解けばよい。とくに円板の全周の翼が同相になる固有振動数は翼数に関係なく正確な固有振動数が得られる。代表例として全周の翼数が 5 の倍数になる場合を考慮して、翼数 5 を周期とする振動形の固有振動数の計算を行った。

図3 単独翼の X 方向および Y 方向の振動形

図4 全周連結翼の固有振動数および振動形 (5本周期)

表 2 固有振動数の比

Condition	Ratio of natural frequency	
	Mode X^I	Mode X^{II}
Fundamental dimension	1.61	1.59
Blade thickness +10%	1.54	1.55
Blade width +10%	1.64	1.65
Blade thickness +10% and width -10%	1.52	1.54
Blade thickness -10% and width +10%	1.76	1.76
Blade twist -10%	1.64	1.61
Without the weight of tie wire and cover	1.65	1.66

Ratio of natural frequency is f/f_0 Where f : natural frequency at rotating speed 60 Hz f_0 : natural frequency on stationary condition

図 5 群翼の固有振動数および振動形

図4は全周連結翼の固有振動数および振動形の計算結果である。すなわち、この計算結果は円板の全周の翼の振動状態が5本ごとにくり返される振動形の固有振動数である。図4より次のことがわかる。

(1) 固有振動数は74.6, 123.6, 237, 245, 287.7 Hzの合計5個存在する。

(2) 74.6, 123.6, 287.7 Hzの各固有振動数は単独翼の場合の X^I 振動形, X^{II} 振動形, X^{III} 振動形にそれぞれ対応する固有振動数で、各翼が同相となるものである。これらの固有振動数における翼長手方向の位相変化の状態は単独翼の場合と同様になる。これらの固有振動数は単独翼の場合よりも高くなっているが、これはタイワイヤおよびカバーにより剛性が強くなったためである。

(3) 前記(2)の固有振動数のほかに、各翼の位相が同じでない固有振動数が現れる。これは単独翼の場合と全周連結翼の場合の相違点である。237 Hzおよび245 Hzの固有振動数は X^{II} 振動形において各翼の位相関係が $\sim$, $\sim\sim$ のようになる固有振動数である。記号 $\sim$ は5本の翼の間で1波長、記号 $\sim\sim$ は2波長の振動状態になることを示している。

(4) 以上の結果、74.6~287.7 Hzの固有振動数の振動形は順に $X^I(=)$, $X^{II}(=)$, $X^{II}(\sim)$, $X^{II}(\sim\sim)$, $X^{III}(=)$ と系統的に表すことができる。なお、記号 $(=)$ は各翼が同相であることを示している。

図5は群翼の固有振動数および振動形の計算結果である。ここでは、全周連結翼と群翼の固有振動数の相違を調べるために、5本群翼の場合について静止時の

図6 全周連結翼のキャンベル図

計算を行った。群翼と全周連結翼の固有振動数を比較すると、群翼の場合に100~120 Hzに2個固有振動数が存在するが、全周連結翼ではこれが1箇所になることが異なっている。全周連結翼の固有振動数にほぼ対応して群翼の固有振動数が現れる。

図6は全周連結翼の回転中の固有振動数の変化を示すキャンベル図の計算結果および実機用翼に関する測定結果である。測定結果は計算結果にほぼ一致している。全周連結翼の回転による固有振動数の上昇は群翼の場合に計算上ほぼ一致した。

3.4 翼寸法と固有振動数の関係 翼の寸法を変えたときに回転中の固有振動数がどのように変化するか単独翼について検討した。表2は固有振動数の比の計算結果である。これは回転数60 Hzのときの振動形 X^{II} および X^{III} の固有振動数の静止時の値に対する比を計算した結果である。この値が大きいほど回転数による固有振動数上昇が大きい。表2より次のことがわかる。

(1) 回転による固有振動数上昇を大きくするには、翼厚は小さく、翼幅は大きく、カバーおよびタイワイヤの重量は小さくするのがよい。

(2) 表2において翼厚を小さくし、翼幅を大きくする場合がもっとも回転による固有振動数上昇が大きくなる。翼厚を10%小さく、翼幅を10%大きくすると静止時に同じ固有振動数である場合に回転数60 Hz

(a) $X^I(=)$

(b) $X^{II}(=)$

図7 プロフィール寸法と固有振動数の関係

における固有振動数は寸法変更後約10%太きくなる。

図7はプロフィール寸法と固有振動数の関係を全周連結翼について計算した結果である。これは翼の長さのみ同じにして、翼プロフィール、カバー、タイワイヤなどの寸法をすべて相似拡大したときの寸法と固有振動数の変化量の関係を求めたものである。寸法と固有振動数の関係は比例関係になる。寸法を1%大きくすれば静止時の固有振動数は約1%増加する。しかし、回転中の固有振動数の増加量はこれよりも小さい。なお、翼プロフィール、カバー、タイワイヤ寸法のうちでは翼プロフィール寸法の固有振動数への影響が大きかった。

4. 結 言

円板の全周の翼を連結した全周連結翼の固有振動数の解析を行い、ある翼について固有振動数および振動形を計算した。本報で明らかになったことをまとめると、次のようになる。

(1) 回転方向から傾きのあるタイワイヤやカバーによって円板の全周の翼が連結された場合の固有振動数が計算で予測できるようになった。

(2) 全周連結翼の固有振動数にほぼ対応して群翼の固有振動数が現れる。

(3) 回転中の固有振動数上昇を大きくするには翼厚は小さく、翼幅は大きく、タイワイヤおよびカバーの重量は小さくするのがよい。

(4) 翼プロフィール寸法を1%大きくすれば静止時の固有振動数は約1%増加する。しかし、回転中の固有振動数の増加量はこれよりも小さい。

文 献

- (1) Prohl, M. A., *Trans. ASME*, 80-1 (1958), 169.
- (2) Deák, A. L. and Baird, R. D., *Trans. ASME, Ser. A*, 85-4 (1963), 324.
- (3) 梅村・ほか2名, 三菱重工技報, 16-1 (昭54), 28.
- (4) 道村・ほか3名, 機論, 47-415, C (昭56), 242.

討 論

〔質問〕 長 屋 幸 助〔群馬大学工学部〕

複雑な計算を手際よくまとめられたことに敬意を表す。

(1) 本報で円板の回転速度が増大すると翼の振動数が増加するのは遠心力による影響と考えて良いのか。本解で遠心力の影響を表す回転数 Ω を含む項はどの式に含まれているのか。

(2) 本解では分布慣性力を集中質点力とし、格点力として導入されておられるが、この場合十分な精度の結果を得るためのおおよその分割数はどの程度か。また数値計算誤差の関係で本解析式で求められる最大モード次数は単精度計算でどの程度と予想されるか。

〔回答〕 (1) お説の通り回転速度増大により固有振動数が増加するのは遠心力による影響である。遠心力の影響は翼の部分に関する計算式の中に考慮されており、本報ではこの式を割愛しているが、第2報(付1)の式(17)に示してある。

(2) 片持ばりとしての三次固有振動数まで求める場合に必要の分割数は20分割程度と考えている。もし、一次固有振動数のみ計算する場合には分割数を減小させてよいことになるが、タービン翼の場合は翼の長手方向の断面積や断面二次モーメントの変化が大きいために、20分割程度しないと断面に関するデータが不正確になるので、一次固有振動数を計算する場合でも20分割程度必要になる。

単精度計算(例えば有効数字7けた程度)では単独翼の静止時の四次固有振動数まで求まるが、それ以上の固有振動数は精度よく求まらない。全周連結翼の場合は単精度計算をやっていない。一次固有振動数は求まると思うが、それ以上の次数の固有振動数は難かしいと思う。

〔質問〕 田 中 重 穂

〔三菱重工業(株)長崎研究所〕

(1) 結言の(3)は本文に示されているように、 X^{II} , X^{III} モードについて言える事で X^{I} モードの場合は、翼厚が大きい場合の方が回転時の固有振動数上昇を大きくできるのではないか。

(2) 図6に X^{I} モードの回転次数比3との共振と思われる実測データが示されているが、全周連結翼の、同位相モードは、回転次数比 $N(N \neq 0)$ との共振応答は零になると思われ、なぜ計測されたのか不思議である。Rotating Speed 30 Hz 附近では、シュラウド結合にガタがあり、全周連結されていない等の理由によるものか。

〔回答〕 (1) X^{I} 振動形の場合にも X^{II} および X^{III} 振動形の場合と同様に翼厚が小さい場合のほうが回転時の固有振動数上昇が大きくなる。

(2) 今回の試験では全周の約1/6の部分にのみ蒸気を流して運転したために X^{I} 振動形の振動が発生し

(付1) 志賀, 機論, 49-446, C (昭58), 1681.

たものと思われる。なお、翼にひずみゲージをはり、その出力信号を増幅し、フィルタで共振周波数付近の成分のみ抽出して固有振動数を決定しており、その振動成分は非常に小さいものである。

お説のように全周連結翼の同位相の振動形の振動は全周に作用する加振力の影響を合成すると共振応答が理論上零になるが、部分的に加振力が大きかったり、全周の翼に作用する加振力がタイワイヤやカバーを通して完全に伝達されない場合には共振応答が零にならないので、実機の場合にも X^I 振動形の振動が共振回転数において若干は発生するものと考えてる。

〔質問〕 道 村 晴 一〔東京工業大学〕

(1) 2・3 節において、「 $K=N/n$ 」とあり、文章から判断すると、 K, N, n は整理と思われる。また、3・3 節において、「たとえば振動の波数が 2 の場合は円板の全周の翼数の $1/2$, ……」とあるが、 K が整数にならない場合、全周の翼数が振動の波数で割りきれない場合はどのようなになるのか。

(2) 3・3 節「とくに円板の全周の翼が同相になる……固有振動数が得られる」とは、何を意味しているのか。例えば翼数が 10 と 20 の場合とでは、固有振動数は一般に異なると思われる(翼数に關係する)し、また、何に対して正確な値が得られるのか。

(3) 図 4 の全周連結翼の翼の総数はいくつか。また、図 5 の 5 本群翼は全周にいくつあるのか。

〔回答〕 (1) K が整数にならない場合に正確な固有振動数を計算するためには全周の翼について計算する必要がある。しかし、 $X^I(=)$, $X^{II}(=)$ および

$X^{III}(=)$ 振動形の固有振動数は翼数に関係なく一定値になるので、全周の翼に関する固有振動数は今回の計算結果に一致するものと考えている。また、今回の計算結果の $X^{II}(\sim)$, $X^{III}(\sim)$ 振動形の固有振動数は全周の翼に関して円周方向の節点数の非常に多い振動状態になっており、このような場合には全周の翼の一部の翼の振動が現れるものと予想している。

(2) 全周の翼が同相で振動する振動形の固有振動数は翼数に関係ないという意味である。これは全周連結翼の $X^I(=)$, $X^{II}(=)$ および $X^{III}(=)$ 振動形の固有振動数に関する性質であり、このとき各翼が同位相で同じ振動になっており、翼数が 20 のときに翼数の半分の 10 本の翼の振動状態は翼数を 10 にして計算した結果と同じ状態を示しており、この結果、固有振動数も同じ値になるはずである。

ここで、正確な値とは全周の翼について計算した結果を指しており、翼数を少なくして計算しても全周の翼に関する固有振動数と同じ結果が得られるということである。

(3) 全周の翼の総数は 94 である。ここでは全周の翼数の約 $1/20$ の 5 本周期の状態の固有振動数を計算した。図 5 は翼と翼の間の連結条件の違いによる固有振動数の差を全周連結翼と群翼の場合について調べるために、5 本群翼の固有振動数を計算した結果である。実機において 5 本群翼にする場合に全周の翼数が 5 の倍数にならないときは他の群翼数、例えば 6 本群翼と組合せている。