ファン翼振動応答に対する各翼固有振動数と減衰のばらつきの影響*

(回転次数比共振解析)

萩原 憲明**, 鈴山 晃生***
石井 博**, 河野 敬**

Influences of Difference in Blade Natural Frequency and Damping on Fan Resonant Amplitudes (Analysis for Engine Order Resonances)

by Noriaki HAGIWARA, Teruo SUZUYAMA,
Hiroshi ISHII, and Takashi KOHNO

This paper reports influence of differences in natural frequencies and damping of axial fan on resonant amplitudes of engine orders. The analytical results can deduce several following new characteristics of blade vibration.

- (1) Each blades can not vibrate by itself, but influence each other through a hub element. The stiffness of hub does not make much difference in the coupled vibration effect.
- (2) The maximum amplitudes of engine order resonances are influenced more sensitively by differences of blade natural frequencies than by those of damping.
- (3) The distribution of differences in blade natural frequency does not change significantly the maximum amplitude at engine order resonance.
- (4) The maximum amplitude ratio can not be over about 1.5 in comparison with the case of uniform blades, even if considering any difference of natural frequencies.

Key Words: Dynamics of Machinery, Vibration of Rotating Body, Engine Order Resonance, Difference of Natural Frequency and Damping, Axial Fan

1. 緒 言

羽根車ならびに翼の固有振動数解析や振動応答解析に関しては、これまでも数多くの報告がされてきた。翼や羽根車の振動問題では、主として流体加振力による問題が多い。なかでも、フラッタなどの自励振動や回転次数比などの共振(強制振動)があげられる。自励振動の一対策に、翼の固有振動数を積極的にばらつかせて、発生限界を遠ざけるという案が提案されている⁽¹⁾⁽²⁾。これに反して、回転次数比共振などでは、各翼のばらつきの存在は共振領域の拡大や共振応答を高めってしまうなど、悪影響要因と考えられる。従来の研究でも、Ewins⁽³⁾⁽⁴⁾をはじめとして、翼とディスク連成系でのばらつきの影響を検討した研究が、いくつか報告されている⁽⁵⁾⁽⁹⁾。

しかし、これまでの報告は、特定のばらつき分布に対して羽根車全体系としての固有振動数や振動モードがどのような影響を受けるかについての検討が主であった。各回転次数比共振に対し、ばらつきがどう影響

しているかについて、系統的に明らかにされている報告は見当たらない。そこで、本報では、単独翼のばらつきを基に、回転次数比共振を対象として翼とボスが連成する羽根車系での応答特性を検討してみた。主として次の3項目に関する解析結果を報告する。

- (1) 固有振動数と減衰のばらつき分布と振動応答の関係
- (2) 同一ばらつき分布でのばらつきの大きさと振動応答の関係
- (3) 全体連成要因となるボス剛性と、振動応答の関係

2. 翼・ボス連成振動解析

解析の直接的対象は、図1に示すような軸流ファン羽根車である。解析にあたり、いくつかの仮定を記す。

- (1) 回転次数比に応じた流体力は、各次数ごとに円周方向に正弦波分布の加振力として表せるものとする。
- (2) 翼の振動は曲げ一次モードのみとし、集中質量とばね、減衰で表せる一自由度系とする。
- (3) ボス部は、ばらつきのない集中質量ばね系とする。
- (4) 翼の振動特性のうち、ばね剛性 K_i と減衰 C_i

* 昭和59年7月10日 第925回講演会において講演、原稿受付 昭和59年1月5日。

** 正員、(株)日立製作所機械研究所(〒300 土浦市神立町502)。

*** 正員、(株)日立製作所水戸工場(〒312 勝田市市毛1070)。

のみが、各翼でばらつく可能性があるものとする。

以上の仮定をもとに、図1のファンを図2の解析モデルに置き換える。図1の各翼の振動は、紙面に垂直な面外振動が主なものとする。

2.1 モード別定常振動方程式 図2の全体振動解析モデルに対する運動方程式は、次式のように書き表すことができる。

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = F \quad (1)$$

ここで、 x は各翼とボス部の各質点の変位ベクトルであり、 F は各質点に作用する加振力ベクトルである。また、 $[M]$ は質量、 $[C]$ は減衰、 $[K]$ は剛性に関するマトリックスである。

定常振動をしていると考えると、各変数は次式で書き直せる。

$$x = x_0 e^{j\omega t}, F = F_0 e^{j\omega t}, j = \sqrt{-1} \quad (2)$$

式(2)を(1)に代入して整理すると、

$$([K] + j\omega[C] - \omega^2[M])x_0 = F_0 \quad (3)$$

さらに、翼部とボス部の振動成分とに x を変数分離して書き直すと、

$$x = \begin{Bmatrix} x_b \\ x_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{b0} e^{j\omega t} \\ x_{d0} e^{j\omega t} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$F = \begin{Bmatrix} F_b \\ F_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{b0} e^{j\omega t} \\ F_{d0} e^{j\omega t} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_b \\ F_d \end{Bmatrix} \quad (6)$$

となる。ここで、添字 b, d は翼とボス部を意味する。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = [K] + j\omega[C] - \omega^2[M] \quad (7)$$

流体力による羽根車の振動応答を考える場合には、ボス部に作用する流体加振力 F_d は、翼に作用する力 F_b と比較して無視できるものとする。つまり、流体力として、翼だけが加振力 $F_b = F_{b0} e^{j\omega t}$ を受けるものとする。

$$F_d = 0 \quad (8)$$

とできることから、式(6)を変換すると、各翼の変位と流体力の関係は、次のように書き直せる。

図1 羽根車形状

図2 解析モデル

$$[A_{11} - A_{12} \cdot A_{22}^{-1} \cdot A_{21}] \cdot x_{b0} = F_{b0} \quad (9)$$

$$x_{d0} = -A_{22}^{-1} \cdot A_{21} x_{b0} \quad (10)$$

さらに、

$$[K_b] = [A_{11} - A_{12} \cdot A_{22}^{-1} \cdot A_{21}] \quad (11)$$

とすれば、式(9)は

$$x_{b0} = [K_b]^{-1} \cdot F_{b0} \quad (12)$$

となり、見掛け上、各翼の振動変位は、周波数の関数である動的剛性 $[K_b]$ によって静的関係と同様に表すことができる。

次に、回転次数比に対応した加振力と振動のモードを考えてみる。回転次数比が N 次の場合、1回転に N 回の繰返し加振力が作用する。そこで、加振力の N 次モードは節直径 N 本の円板振動モードと同様に書き表せる。各回転次数比に対応した節直径モードとして、翼枚数が10枚あることから、一次から十次までのモードを対象にしてみる。各節直径に応じた加振力を F_g とすると、各翼に作用する加振力 F_b とは、次に示す変換マトリックス T を用いて、次の関係式で表せる。

$$F_b = [T] \cdot F_g \quad (g=1, \dots, N) \quad (13)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} E(1,1) & E(1,2) & \dots & E(1,N) \\ \vdots & E(s,r) & & \\ E(N,1) & \dots & \dots & E(N,N) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$E(s,r) = e^{j2\pi s r / N} \quad (15)$$

N : 翼枚数 (本報では $N=10$)

r : 回転次数比 (整数)

s : 翼番号

各翼の振動応答 x_b も上記の T を用いると、節直径モードごとの振動応答ベクトル q に変換することができて、次式の関係式が成立する。

$$x_b = [T] q \quad (16)$$

式(13)、(16)、式(12)の関係式を利用すると

$$x_b = [K_b]^{-1} [T] F_g \quad (17)$$

$$q = [T]^{-1} \cdot [K_b]^{-1} [T] F_g \quad (18)$$

の関係が導ける。上記の F_g の各成分に対応して求める応答が、回転次数比成分の応答に対応することになる。数式的には、各回転次数比成分の加振力成分を F_{gK} とすれば、

$$F_g = [F_{g1}, \dots, F_{gK}, F_{gN}]^t \quad (19)$$

$[\]^t$ は転置行列を意味する。

となることから、特に回転次数比の K 次加振力だけが作用し、残りの成分が零である場合には、

$$F_{gK} \neq 0, F_{gi} = 0 \quad (i \neq K) \quad (20)$$

$$x_b = x_{bK} = [K_b]^{-1} [T] [0, \dots, F_{gK}, \dots, 0] \quad (21)$$

と表すことができる。したがって、単位の K 次回転次

数比加振力 ($F_{gk} = e^{j\omega t}$) に対する応答は、マトリックス $[K_0]^{-1} \cdot [T]$ の K 列要素に対応することがわかる。

3. ばらつき応答計算

応答計算を示す前に、実際の現象例を記す。図3は図1のファンを時間とともに回転数を増加していった時の実測振動応答であり、各翼の付根部付近の振動ひずみを表している。各翼は（図3では8枚分の翼振動だけを示す）、1200 rpm 付近の回転数で共振を起こしているものの、翼ごとに最大振幅となる回転数がずれていること、ならびに応答値が異なっていることがわかる。各翼が最大振幅となる時の共振振動数は、図3の中の数字で示すようにそれぞれ異なっている。ただし、共振振動数は異なっている、各共振点は回転次数の四次に対応している。

このような回転次数比共振時の振動応答に対して、実際の羽根車の振動特性上のばらつきは厳密には測定困難である。羽根車各要素の形状や加工組立精度の相違により、振動特性上の質量、剛性、減衰は各要素ごとにばらつきの要因となる。このような各要素ごとのばらつきが振動応答にどのように影響するかを以下に記す。

3.1 固有振動数（剛性）のばらつき分布の設定

前述の解析法をもとに、次のようなばらつきの場合について計算を行ってみた。本報では、解析上、各翼の質量のばらつきはないものとし、固有振動数に影響する翼剛性のばらつきと、減衰のばらつきを考える。本節では翼剛性のばらつきだけを考えるものとし、代表的なばらつき分布として表1に示す分布を考える。

数値計算上、各翼を単独翼とした場合での平均の固

図3 ファン翼振動応答実測例

有振動数を $f_{ave} = 80\text{Hz}$ とし、各翼単独翼の固有振動数を f_i とすれば、固有振動数のばらつきの大きさは、次のように定義するものとする。

$$\xi = \text{Max} \left[\frac{|f_i - f_{ave}|}{f_{ave}} \right] \times 100 \quad \dots\dots\dots (22)$$

表1に示す ξ は、上記のばらつきの大きさを意味している。

分布のケース1は、対称位置にある一対の翼だけが、逆対称にばらつく場合であり、ケース2は節直径2本、ケース3は節直径4本に対応したばらつきになっている。

3.2 応答計算結果——ケース1の場合 代表的な振動応答計算として、回転次数比四次に対応する応答結果を図4に示す。同図には、ばらつきのない一様翼の振動応答とその最大振幅で規準化した各翼（代表例として1～5番までの翼）の振動応答とが示されている。

図4から明らかなように、一様翼の場合の応答に対して、ばらつきをもつ場合にはいくつかの極大値をもつことがわかる。この極大点は、各翼にとって共振点と言えるものであり、同一の回転次数比の共振でもばらつきが存在することにより、いくつかの共振点が発

表1 固有振動数のばらつき分布仮定

Blade	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Case 1	ξ	0	0	0	0	$-\xi$	0	0	0	0
Case 2	$\xi \cos 2\pi \cdot \frac{2i}{N}$									
Case 3	$\xi \cos 2\pi \cdot \frac{4i}{N}$

図4 計算応答結果（ケース1，回転次数比四次）
N：回転次数比，i：翼番号 $\xi = 1.5\%$

生することを意味している。

図5には、各翼の回転次数四次に対応した振動応答の最大値だけを描いてみた。計算例の場合は、1, 6番めの翼の固有振動数だけが平均値よりずれているものであるが、図から明らかなように、ばらつきをもつ翼が必ずしも全翼の中で最大の振動応答を示すものではないことがわかる。また、図5の中央に示すように、各翼が最大振幅となる共振振動数は、翼とボス部の連成振動効果のため、単独翼とした固有振動数と一致するものではない。本計算例では、固有振動数のばらつきは $\pm 1.5\%$ であるのに対して、各翼の最大振動応答は約3倍の幅でばらついていることがわかる。各翼固有振動数のばらつきが同一ならば、回転次数六次の場合でも最大振動応答分布は異なっても、ばらつき幅は同じである。

次に、同一回転数での各翼の四次の回転数成分に対応した振動振幅の分布を検討してみる。図6に、単独翼固有振動数のばらつきが $\pm 1.5\%$ と $\pm 3.0\%$ の場合で、かつ、全翼の共振時の応答中で最大となった回転数での振動応答値を示す。回転次数比が四次であることから、翼・ボス全体の振動モードは円板振動で言われる節直径4本のモードに対応している。ところが、振動応答振幅の分布に関しては、節直径が4本のモードではなく、節直径が2本(1周につき2回の繰返し)のモードになっていることと、その際の最大振幅を示す翼はばらつきの存在する翼そのものとはなっていないことである。

次に、可変速運転される羽根車に対しては、1回転数での共振特性だけでなく、ある回転数領域での回転

次数比共振特性を評価する必要がある。図7と図8に示す曲線群は、それぞれ回転次数比の四次と七次に対応した共振特性を表すものである。図7, 8の中の数字は、ケース1での固有振動数のばらつきの大きさを表している。ばらつきの大きさに応じて、すべての翼の応答のなかで最大振幅となる共振振動数とその時各翼振動応答を示すものである。

共振振動数の値は、ばらつきが大きくなるに従って、幅をもっていくことが図7, 8からわかる。共振振動数を示す図中の黒丸印は、最大振幅となる振動数を表しており、ばらつきが小さい場合ではほとんど一定であるが、ばらつきが大きくなると変化する可能性がある。

振動応答に関しては、四次および七次の回転次数でも、ばらつきが 0.1% 以下になれば1割程度であるが、ばらつきが増すにつれて、応答のばらつきも複雑に変化することがわかる。

図9は、図7, 8をもとに同一ばらつきの大きさに対し、各翼最大振動応答のなかで最大と最小の振幅値を描いたものである。図9によると、最大値を示す応答は、ばらつきが 1% 前後で応答も最大となり、それ以上のばらつきになっても応答は、ほぼ一定以下の値を示すことがわかる。最大振動応答のなかでの最小値も一様翼に対して、ばらつきに無関係にある一定以上の値におさまると言える。

ここで、ケース1の分布をもち、ばらつきの大きさが $\xi=1.5\%$ の場合について、各翼の振動応答計算結果と一つの実測結果とを比較してみる。

図10と図11のなかの黒丸印は実測の値であり、白丸

図5 各翼最大振幅と共振振動数 (ケース1 $\xi=1.5\%$)

図6 同一回転数での振動応答 ($N=4$)

印が計算の値を示している。図 10 の各翼の最大振幅比較は、75~82 Hz までの回転次数四次振動数範囲での最大値を描いたものである。また、計算での振幅値は実測の最大値と計算での最大値とが等しくなるように規準化したものである。回転次数四次の主だった共振点は 3 点あるが、各共振点での振動応答を描いたものが図 11 である。図 10 と同様に計算での応答値は実測の最大値で規準化してある。

図 10 と図 11 の最大振幅の分布パターンならびに各共振時の振幅分布は、実測と計算の結果比較から、割合と相似かよった分布になっていることがわかる。実測で用いた羽根車各翼のばらつきは、どのような分布を持つものかは測定方法もなく不明であるが、計算結果との比較では、ケース 1 の計算例のようなばらつき分布に近いことも考えられる。ただし、共振振動数に関しては、実測と計算結果とは精度良くは一致していない。

ここで、羽根車全体の連成振動の要因となるボス部剛性の影響を検討してみた。ボス部剛性 $K_B = 2.25 \times 10^6 \sim 10^3 \text{ MN/m} (= 230 \sim 230\,000 \text{ kgf/mm})$ まで変化した場合の計算結果では、最大と最小の振幅比率は約 3 倍から 1.5 倍程度になるだけである。したがって、多少、ボス部剛性を増しても、各翼振動応答のばらつきは減少しないと考えられる。

3・2・1 ケース 2, 3 の場合 表 1 に記すケース 2, 3 のばらつきの場合について、75~82 Hz の振動数域での各翼最大振動応答を図 12, 13 に示してみた。図 12 でのケース 2 分布の特徴は、最大振動応答の各翼

ごとの分布がばらつきの分布とよく似ているとともに、各翼が最大振幅となる共振振動数の分布もばらつきの分布と似ていることである。一方、ケース 3 のほうは、図 13 から判明するように、最大振動応答はばらつき分布と似ているが、共振振動数に関してはばらつきの分布に関係なく、ほぼ一定な値である。

図 12, 13 には、回転次数比の四次と六次の共振時応答振幅を記してある。各次数比に対応して、振動モードは節直径 4 本と 6 本モードになっているにもかかわらず、各翼の最大振動応答の分布は、ほぼ、ばらつきの分布に近い分布を示す。ただし、3・1 節で調べたケース 1 の分布に対する各翼最大振動応答の分布は、固有振動数のばらつき分布と似かよった点はなかった。これらのことから、実測の最大振動応答結果などを判断して、各翼の固有振動数のばらつき分布が推定できれば都合が良いのであるが、実際は難しいことを示唆している。

ここで、ケース 2 の場合についても、ばらつきの大きさと最大振動応答がどのようになっているかを図 14 に示してみた。ケース 1 の場合 (図 9) とほぼ同様にケース 2 の場合でも、1% 前後のばらつきの大ききの時に、各翼最大応答のなかの最大値は最も高くなる。ばらつきの大きさおよび分布がどのようであっても、回転次数比共振の最大振幅は、一様翼での共振振幅と比較して、たかだか、1.5 倍程度内になるとも推定できる。

3・3 減衰と固有振動数のばらつきの影響比較

3・2 節までは、減衰にばらつきがなく、各翼の固有振

図 7 振動モード $N=4$ のばらつきと応答

図 8 振動モード $N=7$ のばらつきと応答

図 9 最大・最小振動応答比率とばらつき

動数だけのばらつきを考えてきた。実際の羽根車には、固有振動数のみならず、取付部などの溶接および組立構造の相違による減衰にも当然大なり小なりばらつきが存在しているものと考えられる。

そこで、本節では固有振動数と減衰のばらつきがどの程度、翼の回転次数比の振動応答に影響を及ぼすものかを検討してみる。固有振動数のばらつきに関しては、図 15 に示すようにケース 1 と同じ分布を考える。

図 10 各翼の最大振幅比較

また、減衰のばらつきとしては、図 15 の中央に示すように、各翼一つおきのばらつきを考えてみる。図中の黒丸印は固有振動数はばらつかないのに対し、減衰だけがばらつく場合であり、振動応答は一樣翼の場合（減衰は無次元で 1 の場合が一樣翼とする）と比較して約 0.66 付近を中心に上下に一つずつばらついている。この黒丸印の場合で興味あることは、減衰の少ない翼のほうが高い振動応答を示すのは当然であるが、一樣翼と同じ減衰をもつ翼であっても、ばらつきのあるほうが応答が約 0.87 程度と低くなっていることである。逆に、一樣翼の場合に比べ、3 倍減衰を高めたはずの翼の応答が一樣翼の応答に比べ 1/3 とならず、0.43 程度とやや高めの応答になる。これらの現象は、各翼が単独翼としての共振特性を示すのではなく、翼ボス系の連成振動特性をもつことで、減衰の少ない翼が高い翼から減衰効果を付与された効果（均一化効果とも言える）が現れたものと考えられる。

これに対して、白丸印は前述したように固有振動数だけのばらつきの場合（ケース 1）を示すものであ

図 11 共振時の各翼振動応答比較

図 12 ばらつきと各翼最大振動応答（ケース 2）

図 13 ばらつきと各翼最大振動応答（ケース 3）

図 14 最大・最小振動応答比率とばらつき
(ケース 2, $N=4$, $N=7$)

り、×印は同じ固有振動数のばらつきをもち、かつ、黒丸印と同じ減衰のばらつきを加えた場合のものである。黒丸印の減衰だけのばらつきに対して、固有振動数のばらつきがある場合のほうが、振動応答は複雑な分布を示すことがわかる。また、×印と白丸印との対応でもわかるように、減衰のばらつきが存在しても、ばらつき分布の平均値が主に変わるだけで分布の様相そのものはあまり変わっていない。減衰のばらつきの場合には 3 倍のばらつきに対して応答は 0.43~0.87 と約 2 倍程度である。固有振動数のばらつきの場合は 1.5% のばらつきに対して応答は 0.63~1.23 と同様に約 2 倍程度のばらつきをもつ。このことは、翼・ボス連成系での振動の場合には、減衰より固有振動数のばらつきによって、応答のばらつき幅も決まってしまうことを意味している。

4. 結 言

ファン翼振動応答のなかでも回転次数比共振に対し、各翼の固有振動数および減衰のばらつきの影響を解析的に検討してみた。その結果、次のような特性があることがわかった。

- (1) 同一の固有振動数のばらつき分布では、ばらつきの大きさに比例して振動応答が増えるわけではない。振動応答のばらつきの上限は、

図 15 翼・ボス連成振動による平均応力の変化 (減衰, 固有値のばらつき)

回転次数比によらず一様翼の応答値に対してほぼ一定値以内におさまる。

- (2) 減衰のばらつきの影響は、減衰のばらつき分布に似た振動応答を示す。しかし、固有振動数のばらつきの応答分布への感度に比較すると影響度は少ないと言える。
- (3) ボス部剛性を多少変化させても、翼・ボス部との連成振動特性は本質的にはあまり変化しない。

文 献

- (1) Whitehead, D. S., *J. Mech. Eng. Sci.* 8-1 (1966), 2.
- (2) Kaza, K. R. and Kielb, R. E., *Proc. AIAA Dyn. Spec. Conf.*, AIAA Pa 81-0602 (1981), 320.
- (3) Ewins, D. J., *ASME Paper*, No. 75-GT-114.
- (4) Ewins, D. J., *J. Sound Vib.*, 9-1 (1969), 65.
- (5) Huang, W. H., *AIAA J.*, 20-7 (1982), 1001.
- (6) Irrerier, H. and Schmidt, K. J., *Proc. Int. Conf. Rotor-dyn. Problems Power Plants*, (1982), 215.
- (7) Wagner, J. T., *Trans. ASME*, Ser. A, 89 (1967), 502.
- (8) Dye, R. C. and Henry, T. A., *Trans. ASME*, Ser. A, 91 (1969), 182.
- (9) El-Bayoumy, L. E. and Srinivasan, A. V., *AIAA J.*, 13-4 (1975), 460.

討 論

〔質問〕 田 中 重 穂

〔三菱重工業(株)長崎研究所〕

固有振動数・減衰のばらつきが振動応答に及ぼす影響を種々検討された事に敬意を表す。

ケース2とケース3のごとく固有振動数の度数分布は同じでも円周上の配置が異なっている場合、図12、13によれば最大振幅は一樣翼に比し、ケース2で1.2倍、ケース3で1.1倍となっている。ここで、固有振動数の度数分布が判明したとして、最大振幅を出来るだけ小さくするための、円周方向の配置のあり方について一般論は検討されたか。(本文では、配置を多少変えても一樣翼の応答のたかだか1.5倍程度以下とされているが、1.5か1.1かでは設計上の余裕がかなり異なると思われる。)

〔回答〕 翼固有振動数のばらつきと応答性についての一般論は、まだ検討していない。ただし、翼の応答性に対しては、図15でも示すように、翼の固有振動数分布だけでは決まらず、減衰特性の分布も影響してくる。したがって、実際の設計に向けては、固有振動数分布だけから、翼の配置を決めることは、厳密には最適と言えない。

〔質問〕 宮 地 敏 雄〔航空宇宙技術研究所〕

図3の実測値および図4の計算値はミッドスパン・シュラウド付ファン動翼についての、質問者らの実験結果(未発表)とも定性的に良く一致している。

非常に興味深い解析をされたことに敬意を表す。

(1) 2節の4項めの仮定の次に、「図1の各翼の振動は、紙面に垂直な面外振動が主なものとする。」と記されているが、面内振動の影響はこの解析ではどのように取扱っているのか。

(2) 計算例における翼の剛性 K_b とボス部の剛性 K_d の比、翼の質量 M_b とボス部の質量 M_d の比はどのような値を採用しておられるのか。

〔回答〕 (1) 本文の表現がややあいまいであったが、本報告では、翼ならびに翼を取付けるボス部とも、面外振動だけを扱っており、面内振動は省略している。実際の羽根車では、翼の取付角などから面内方向の振動も考慮の必要があると考えますが、自由度が増し、基本特性の見通しが悪くなるために省略している。

(2) 各翼の剛性 K_i とボス部剛性 K_B の比は、

$$K_i/K_B \approx 0.012$$

各翼の質量 M_i とボス部の質量 M_B の比は

$M_i/M_B \approx 0.550$ である。

〔質問〕 道 村 晴 一〔東京工業大学〕

(1) 計算対象の振動系(図1あるいは図2)の全固有振動数(可能ならば全固有モード)を、翼の剛性にばらつきの無い場合、ケース1(ケース2, ケース3)の場合($\xi=1.5\%$)についてお示願いたい。

(2) 図4において、各翼($i=1\sim 10$)が極大となる共振振動数は全部でいくつあるのか。また、回転次数比四次以外に対して、各翼が極大となる振動数は四次の場合と同一なのか。

(3) 図5は図4の結果をまとめたものと思われる。図4から翼 $i=1$ の振動応答が最大となる振動数は79.5 Hzであるが、図5からは79.1 Hzと判断される。その他いくつかの相異点がみられる。図4と図5の関係を説明し願いたい。

(4) 図6において、「振動モードは節直径4本に対応しているが、振動応答振幅の分布に関しては2本になっている」とのことであるが、その物理的意味を説明願いたい。また $\xi=0$ の場合、下側の図はどのようなになるか。

〔回答〕 (1) 本報告では、幾つかの具体例をもとにして、ばらつきと応答性の概要を調べることを重点にしているため、固有振動数の計算は行っていない。ただし、本報告をもとに、固有振動数や減衰のばらつきがある場合のモード別固有振動数、固有モード、減衰比について、今後、まとめて報告する予定です。

図1 計算応答結果(ケース1, 回転次数1.6 図次)

ある。

(2) おおまかには、4個の共振振動数が見当たりますが、各翼が極大値をとる振動数は微小でも異なっている場合もあり、厳密にはもっと多い。

また、四次以外の回転次数比に対しては、例えば図8に示すように、七次の回転次数比との共振は、5個程度、観測できるが、見掛け上であり、物理的に証明した結果ではない。

(3) ご指摘に感謝する。気がつかなかったが、付図1の採りまちがいであった。

(4) 振動モードは、ご存知のように各翼の位相関係を示すものであり、振幅そのものを表すものではな

い。図6は同一回転数での応答を示しているので、各翼は同一加振振動数の加振力を受けている。通常の振動系と同様に、加振振動数と各翼の固有振動数とがずれていると振動しにくくなり、連成の場であることから、振動しにくい翼の隣接翼も影響を受けるためと考える。

$\xi=0$ の場合は、各翼振動特性にばらつきがない場合であり、各翼の振幅は時間平均でみると等しくなる。これは、回転次数比の加振力に応じて、各翼振動は各時刻では節直径モードを示すが、その節直径の節が固有振動数の速度で、前向きか後向きかに伝ばするためである。