粉粒体衝撃ダンパの特性*

(第3報, インディシャル応答特性)

荒木 嘉 昭**, 結 城 康 式***
横 道 勲****, 陣 内 靖 介**

Impact Damper with Granular Materials (3rd Report, Indicial Response)

by Yoshiaki ARAKI, Yasunori YUHKI,
Isao YOKOMICHI and Yasusuke JINNOUCHI

The new type of impact damper consists of a bed of granular materials moving in a container fixed to the primary vibrating system. The problem is to determine the characteristics of the impact damper for reducing the vibration of the system to a prescribed value. This report treats with the indicial response of the damper i.e. the damping characteristics of free oscillations from initial displacement of the vertical and the horizontal vibrating system. Experimental models were tested and numerical analyses were developed to find the damping characteristics for several values of mass ratio and clearance. Results from numerical analyses agreed favorably with experimental tests.

Key Words: Vibration, Vibration Control, Damper, Impact Damper, Granular Materials, Impact Damper with Granular Materials

1. ま え が き

振動体に設けた容器内で鋼球などの可動固体を衝突させる制振器, 衝撃ダンパに関しては, その周期性などについて多くの報告がある^{(1)~(3)}. 安田ら⁽⁴⁾は, 初期変位による自由振動における衝撃ダンパの制振効果を実験によって求めている。

著者ら⁽⁵⁾⁽⁶⁾は, 衝撃ダンパの固体衝突体に代えて, 容器内に粉粒体層を投入した粉粒体衝撃ダンパについて, 強制力が作用する垂直振動体の場合の周波数応答を理論解析, 数値解析ならびに実験によって求め, 質量比や容器すきまによる制振特性を明らかにした。

本報では, 前報の周波数応答に対し, インディシャル応答, すなわち自由振動における制振特性を, 垂直振動ならびに水平振動の場合について, 実験ならびに, 粉粒体層を完全塑性衝突する質点とした数値解析によって求め, 粉粒体ダンパの設計資料を得ることを目的としている。

制振効果を表す特性値として, 実験および数値解析による減衰波形の指数曲線による近似により等価減衰係数を求め, 質量比, 容器すきまや初期値の影響を調べる。また, 水平振動の場合には, 数値解析を適合させるための, 質量比, 容器すきまの補正値を求める。

2. 運動方程式ならびに一般解

粉粒体衝撃ダンパのモデルを図1に示す。垂直方向($\phi=0$), または水平方向($\phi=90^\circ$)に振動する質量 M の一自由度振動系に設けた容器に, 質量 m の粉粒体

図1 粉粒体衝撃ダンパモデル

* 昭和59年7月9日 第925回講演会において講演, 原稿受付 昭和58年12月26日。

** 正員, 九州工業大学 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

*** 学生員, 九州工業大学大学院。

**** 正員, 北九州工業高等専門学校 (〒803 北九州市小倉南区志井140)。

を投入しダンパとする。質量比を μ , 容器すきまを d^* とする。この振動系に、初期変位 A_0 (初速度 $v_0=0$) が加えられた場合の自由振動応答を求める。

理論では、粉粒体層を完全塑性衝突する質点と仮定し、壁面摩擦や空気抵抗は無視する。したがってその運動は、衝突後、振動体と粉粒体が一体となって運動する相対静止区間と分かれて運動する分離区間の3とおりの運動となり、運動方程式は次式となる。

相対静止区間：

$$(M+m)\ddot{X}_c^* + c\dot{X}_c^* + kX_c^* = -mg \cos \psi \quad \cdots (1)$$

分離区間：

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{X}_1^* + c\dot{X}_1^* + kX_1^* &= 0 \\ m\ddot{X}_2^* &= -mg \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad \cdots (2)$$

ただし、垂直振動系では $\cos \psi = 1$, 水平振動系では $\cos \psi = 0$ となる。

式(1), (2)において

$$X_i = X_i^*/A_0 (i=c, 1, 2), \quad d = d^*/A_0, \quad \zeta = c/c_c \\ \tau = \omega_n t, \quad \mu = m/M, \quad \lambda = 1 + \mu, \quad K_0 = g/A_0 \omega_n^2$$

において無次元化すると

$$\ddot{X}_c + 2\zeta\lambda^{-1}\dot{X}_c + \lambda^{-1}X_c = -\mu\lambda^{-1}K_0 \cos \psi \quad \cdots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_1 + 2\zeta\dot{X}_1 + X_1 &= 0 \\ \ddot{X}_2 &= -K_0 \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad \cdots (4)$$

式(3), (4)の一般解は、 τ_i を衝突時刻、 τ_s を分離時刻として

相対静止区間：

$$X_c = e^{-\theta_c \tau} \{A_c \sin \alpha_c(\tau - \tau_i) + B_c \cos \alpha_c(\tau - \tau_i)\} - \mu K_0 \cos \psi \quad \cdots (5)$$

分離区間：

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= e^{-\theta(\tau - \tau_s)} \{A \sin \alpha(\tau - \tau_s) + B \cos \alpha(\tau - \tau_s)\} \\ X_2 &= F + E(\tau - \tau_s) - K_0 \cos \psi (\tau - \tau_s)^2 / 2 \end{aligned} \right\} \quad \cdots (6)$$

ここに $\theta = \zeta$, $\theta_c = \zeta/\lambda$

$$\alpha = \sqrt{1 - \zeta^2}, \quad \alpha_c = \sqrt{\lambda - \zeta^2}/\lambda$$

とされている。また A_c, B_c, A, B, E, F は各運動区間の初期条件から定まる任意定数である。

3. 数値解析

粉粒体衝撃ダンパのインディシャル応答は、例えば垂直振動の場合、上部・下部壁との衝突、上部・下部相対静止、上向き・下向き分離飛行を接合した運動となる。各区間の運動は、各区間の初期条件から、式(5), (6)によって得られる。その初期条件は、以下に示す接合条件式から得られる。

衝突条件式は、

$$X_2(\tau_i) = X_1(\tau_i) + d \text{ or } X_2(\tau_i) = X_1(\tau_i) \quad \cdots (7)$$

このとき、分離区間から相対静止区間へ移り、その接合条件式は運動量保存則から

$$\left. \begin{aligned} X_c(\tau_i) &= X_1(\tau_i) \\ \dot{X}_c(\tau_i) &= \{\mu\dot{X}_2(\tau_i) + \dot{X}_1(\tau_i)\}/\lambda \end{aligned} \right\} \quad \cdots (8)$$

分離条件式は、

$$\ddot{X}_c(\tau_s) = -K_0 \cos \psi \quad \cdots (9)$$

すなわち、垂直振動の場合は $\ddot{X}_c^* = -g$ で、水平振動の場合は $\ddot{X}_c^* = 0$ となると、粉粒体は振動体から分離して、分離区間へ移り、その接合条件式は

$$\left. \begin{aligned} X_1(\tau_s) &= X_2(\tau_s) = X_c(\tau_s) \\ \dot{X}_1(\tau_s) &= \dot{X}_2(\tau_s) = \dot{X}_c(\tau_s) \end{aligned} \right\} \quad \cdots (10)$$

衝突後、式(8)の初期条件による相対静止区間の運動の始めに、衝突直後分離条件式：

$$\ddot{X}_c(\tau_i) \geq -K_0 \cos \psi \text{ or } \leq -K_0 \cos \psi \quad \cdots (11)$$

が満たされるとき、衝突後、直ちに分離し ($\tau_s = \tau_i$) 相対静止することなく、次の分離区間へと移る。

3.1 垂直振動, $\cos \psi = 1$ の場合 垂直振動の場合、初期条件として

$$X_c(0) = 1, \quad \dot{X}_c(0) = 0 \quad \cdots (12)$$

を与える。式(5)~(11)によって、逐次計算し、インディシャル応答を求める。衝突時刻 τ_i は式(7)から、分離時刻 τ_s は式(9)からニュートン法によって求められる。

インディシャル応答波形例を図2に示す。粉粒体の衝突振動は、はじめは、上・下面との相対静止を伴うI形衝突振動(前報)となり、次に上面との衝突直後に分離するII形が現れ、さらに振幅が減少すると、上面とは衝突しないIII形となり、最後には、下面に付着したまま分離しなくなる。

この応答を定める主要パラメータは、質量比 μ , すきま比 d , 無次元重力加速度 $K_0 = g/A_0 \omega_n^2$ となり、したがって垂直振動の場合は、初期変位 A_0 や固有振動数 ω_n にも依存することが分かる。

3.2 水平振動, $\cos \psi = 0$ の場合 水平振動の場合、

図2 インディシャル応答 (垂直振動・理論)

はじめの初期条件として

$$X_1(0)=1, X_2(0)=1+d/2, \dot{X}_1(0)=\dot{X}_2(0)=0$$

$$\dots\dots\dots(13)$$

を与える。この場合、式(5)、(6)で $\cos \psi=0$, すなわち重力は作用しないので、分離区間での粉粒体の運動は等速運動となる。インディシャル応答を定めるパラメータは μ, d のみとなり、 A_0, ω_n には依存しない。

図3に応答例を示す。はじめの数周期、振幅が大きいときは左右の壁に衝突し、大きく減衰するが、振幅が小さくなると、衝突が振動の数周期に1回の衝突となって、急激に制振効果が低下する。

4. 等価減衰係数

粉粒体ダンパを伴う振動系の減衰振動は、図2, 3のように衝突振動の形や衝突の位相によって変化し、一定の減衰率あるいは直線的減衰波形にはならない。

本論文の目的は、制振効果に対する質量比 μ やすきま d などの影響を調べることにあるから、ここでは制振効果を表す特性値として、理論や実験で得られたインディシャル応答波形に指数関数曲線を重ねて、近似的な等価減衰係数 ζ_e を求める。

図3 インディシャル応答 (水平振動・理論)

(a) 垂直振動 ($f_n=26.7$ Hz, $A_0=3$ mm)

(b) 水平振動 ($\mu=.08, d=1.6$)

図4 指数関数曲線による近似例

図4に、近似曲線の例を示す。

5. 実験

図5に、実験装置の本体部の概略図を示す。振動体は内径 $\phi 40$ のアクリルパイプの両端に取付けたフランジを4枚の板ばねで支持し一自由度系としている。

下部フランジ板を下部壁とし、上部フランジに取付けた可動壁を上部壁として、送りねじによって容器すきま d^* が調節される。この容器内に、 $\bar{d}=1.87$ mm のガラスビーズを投入し、ダンパとする。

上・下部の壁には、一部ダイアフラムが設けられ、粉粒体の衝突パルスがひずみ計により検出される。振動系の変位は、渦電流式非接触変位計で測定する。

実験は、2種の固有振動数 $f_n=7.47, 26.7$ Hz (水平では 28.0 Hz) について行い、 $\mu=0.04\sim 0.14$, $d=0.4\sim 3.0$ の範囲で変化させ、初期値 A_0 の値は $20, 18, 16$ mm (7.47 Hz), $4, 3, 2$ mm (26.7 Hz) を与えた。

図5 実験装置本体部の略図

図6 制振特性への μ, d の影響 (垂直振動, $f_n=7.47$ Hz, $A_0=20$ mm)

6. 垂直振動系における制振特性

図6に、垂直振動の場合の等価減衰係数 ζ_e を、容

図7 μ, d の影響 ($f_n=26.7$ Hz, $A_0=3$ mm)

器すきま比 d を横軸にとり、質量比 μ をパラメータとして示す。 $f_n=7.47$ Hz, $A_0=20$ mm の場合、実線は理論、破線は鉛玉による実験、一点鎖線はガラスビーズの実験を示す。

図8 垂直振動系における K_0 の影響

(a) $f_n=7.47$ Hz, $A_0=16$ mm

(b) $f_n=7.47$ Hz, $A_0=20$ mm

(c) $f_n=26.7$ Hz, $A_0=3$ mm

(d) $f_n=26.7$ Hz, $A_0=4$ mm

図9 垂直振動系における ζ_e 等高線

減衰係数は質量比, すきま比の増加とともに増加している。 $d=1.3$ 以上で最大となり, 一定値を示すが, これは, すきまが大きいと上部壁とは衝突しない皿形の衝突振動のみ生じるからである。実験結果には, 粉粒体のほぐれの影響などが見られ, 理論よりやや低い値を示しているが, 理論と実験の結果は良く一致している。

図7に, $f_n=26.7$ Hz, $A_0=3$ mm の, 振動レベルが比較的大きい場合の結果を示す。この場合は, μ, d の増加とともに ζ_e の増加も見られるが, d が大きな値のとき低下している。最適すきまは, $d_{op}=1.0\sim1.4$ となっている。

図8に, ζ_e に対する K_0 の影響, すなわち初期振動レベル $A_0\omega_n^2$ の影響を, $f_n=7.47$ Hz, $A_0=16, 20$ mm, $f_n=26.7$ Hz, $A_0=2, 3$ mm の場合の理論と実験を示す。 K_0 の減少, すなわち振動レベルの増加とともに, 制振効果が増加することが分かる。理論と実験は良く一致している。

上に述べた理論および実験によって得られた制振特性の結果から, ζ_e の等高線を求めた結果を図9(a)

図10 水平振動時の特性 (実験と理論の比較)

～(d)に示す。実線は理論, 破線は実験を示す。

図9の ζ_e 等高線から, 垂直振動系の粉粒体ダンパに要求される等価減衰係数を実現するための質量比 μ , すきま比 d の目安が得られる。

7. 水平振動系における制振特性

7-1 水平振動の理論における μ, d の補正 図10に, 水平振動, $f_n=28.0$ Hz, $A_0=3$ mm の場合の実験結果と理論による制振特性を示す。理論と実験結果は一致していない。

水平振動の場合, 前にも述べたように, 理論は f_n, A_0 には依存しない。しかし, 実験結果は f_n, A_0 によって特性が変化している (図12, 13)。

この原因として, 理論では粉粒体層を質点と仮定し

表1 補正係数 (*印は準拠点)

f_n	28.0 Hz			7.47 Hz		
A (mm)	4*	3	2	20*	18	16
$A_0\omega_n^2/g$	12.6	9.49	6.33	4.50	4.05	3.60
$A_0\omega_n$ (m/s)	.704	.528	.352	.939	.845	.751
α	.90*	.80	.70	.65*	.63	.61
β	.09*	.105	.14	.02*	.04	.06

図11 水平振動, 実験応答における衝撃パルス

(a) $f_n=7.47$ Hz, $A_0=20$ mm

(b) $f_n=28.0$ Hz, $A_0=3$ mm

図12 水平振動における, μ, d の制振特性への影響

図 13 水平振動系における, ζ 等高線

たが, 実際の粉粒体層は重力の作用で下方側壁上に, ストローク方向に広がりをもって滞留し, また, ほぐれも生じる。この結果, 振動レベルの低下とともに, 衝突の質量効果が低下し, さらに, 粉粒体のストローク方向分布によって, 可動距離, すなわち容器すきまが小さくなるためと考えられる。

すきまが小さくなることは, 図 11 の実験応答例の, 衝突パルス波形に明らかに見られる。図 3 の理論応答では, 振幅が小さくなると, 衝突が振動の n 周期に 1 回となるのに対し, 図 11 の実験では, 小振幅になっても, 一周に 1 回の左右の衝突パルスが観測される。

以上の結果から, 本報では, 水平自由振動に対して, 次のような補正質量比 μ_c , 補正すきま d_c を求め, その補正值によって理論応答特性を求める。未補正の理論と実験を比較すると, 質量効果の低下量は振動レベルにほぼ比例している。一方, すきまの低下量はすきまが大ほど大きくなり, かつ同一の f_n では A_0 が小さいほど低下量が多い。したがって, ここでは μ, d の補正式として, 次式のように, μ については一次式, d については二次式を仮定する。

$$\mu_c = \alpha \mu$$

$$d_c = d(1 - \beta d) \quad \dots\dots\dots (14)$$

質量補正係数 α は, 初期加速度比 $A_0 \omega_n^2 / g$ に比例すると仮定し, すきま補正係数 β は, 無減衰速度 $A_0 \omega_n$ に比例すると仮定して求める。まず振動数 f_n の異なる二つの実験条件の結果から, それぞれ α, β の係数を求め, 比例関係で他の条件点の係数を求める。

二つの準拠点として, $f_n = 28.0 \text{ Hz}$, $A_0 = 4 \text{ mm}$, $\mu = 0.10$ および $f_n = 7.47 \text{ Hz}$, $A_0 = 20 \text{ mm}$, $\mu = 0.10$ を選んで得られた補正係数 α, β を表 1 に示す。

7.2 水平自由振動における制振特性 図

12(a), (b)に, 水平振動における制振特性に及ぼす μ, d の影響を示す。実線で示した理論値は, 式(14)による補正值を用いた結果であり, 実験と良く一致している。

制振特性は, 振動レベルが高いとき大であり, また質量比にほぼ比例して高くなる。すきまには最適すきまが存在し, $d_{op} = 1.3 \sim 1.8$ と得られた。

図 13(a)~(c)に, 水平振動における ζ 等高線を示す。

8. 結 言

粉粒体衝撃ダンパの, インディシャル応答における制振特性を, 垂直振動系ならびに水平振動系の場合について, 明らかにするため, 実験ならびに数値解析を行い, 以下の結論を得た。

(1) 制振特性を表すため, 応答波形の指数関数曲線近似によって等価減衰係数 ζ を求め, この特性値に対するダンパの質量, 容器すきま, 初期変位などの影響を求めた。

(2) 垂直振動における制振特性は, 振動レベル $A_0 \omega_n^2$ が小さい範囲では, 質量比, すきまの増加とともに高くなり $d = 1.3$ 以上では一定となる。 $A_0 \omega_n^2$ が大きい範囲では, 最適すきまが存在し $d_{op} = 1.0 \sim 1.4$ が最適となっている。

(3) 粉粒体ダンパを完全塑性衝突する質点と仮定した理論による数値解析の結果は, 垂直振動の場合には実験結果と良く一致した。

(4) 水平振動における制振特性は, 振動レベル $A_0 \omega_n^2$ や質量比の増加とともに高くなり, 最適すきま比は, $d_{op} = 1.3 \sim 1.8$ と得られた。

(5) 水平振動の理論計算に用いるべき, 補正質量比, 補正すきま比を求め, その結果は実験結果と良く

一致した。

(6) 垂直振動, 水平振動に対して, ξ_e 等高線を求め, 粉粒体ダンパの等価減衰係数と質量比 μ , すきま比 d の目安を得た。

文 献

(1) Kuphal, K., *Z. Angew. Math. Mech.*, 45-6 (1965), 419.

- (2) Masri, S. F., *Trans. ASME, Ser. E*, 33-3 (1966), 586.
 (3) 得丸・小寺, 機論, 35-277 (昭44), 1864.
 (4) 安田・豊田, 機論, 43-371 (昭52), 2544.
 (5) 荒木・ほか2名, 機論, 49-442, C (昭58), 945.
 (6) 荒木・ほか2名, 機論, No. 830-6 (昭58-3), 251.

討 論

〔質問〕 藤 川 猛

〔(株)神戸製鋼所機械研究所〕

制振効果を表す特性値として, インディシャル応答波形に指数関数曲線を重ねて近似的な等価減衰係数 ξ_e を求められているが, 非線形的な応答に対してどのように近似度を評価されたのか, お伺いしたい。

〔回答〕 衝撃ダンパのインディシャル応答は, 図4あるいは安田らの報告⁽⁴⁾に見られるように, 応答の初期の振幅が大きく減衰する部分と, その後の減衰の小さな残留振幅の部分からなる。ご指摘の通り, 応答は非線形であるが, 本報では制振効果を表す特性値として, 減衰が大きい部分の波形に指数曲線をカーブフィットさせて近似的な減衰係数を求めている。

カーブフィットは初期変位から残留振幅までの範囲で行い, 振幅応答波形のピーク値と指数曲線との誤差の絶対値の和が最小となるように等価減衰係数を求めた。 ξ_e を 10^{-4} きざみで計算した結果, 1山当たりの平均誤差は0.01 (初期変位を1として) 程度の近似度となっている。

〔質問〕 安 田 仁 彦〔名古屋大学工学部〕

(1) 可動固体を用いた通常の衝撃ダンパとくらべて, 貴論文で扱われた粉粒体衝撃ダンパを実際に使用する場合の長所, 短所などをお教えられる。

(2) 粉粒体が一体となって動くとなると, 粉粒体衝撃ダンパと固体衝撃ダンパとの力学的なちがいはどのような点にあるのか。

(3) 粉粒体衝撃ダンパが水平振動する場合, すきまはどのように求めるのか。

〔回答〕 (1) 固体衝撃ダンパの運動は, 容器すきまや反発係数に大きく依存し, 周期運動を得るためには厳密なすきまの設定が要求される。また, 反発係数は形状や速度に依存し, 障壁の局部損傷による変化

も考えられる。

粉粒体衝撃ダンパでは, この場合粒子の径は空気流動が可能な程度の大きさの粒体を用いる, 粉粒体層の衝突は完全塑性衝突となり, その周波数応答は広い範囲で周期運動となる。また, 容器形状も自由で, 質量比の変更も容易であり, すきまの設定も精度を要せず簡単である。騒音レベルも固体に比べて小さい。しかし, 運動によって生じる粉粒体層のほぐれや壁面との摩擦などによる衝突効果の低下が見られる。

(2) 衝突の際に, 衝撃力の位相差により強制力を相殺し, 運動エネルギーを吸収して制振する衝撃ダンパでは, 衝突体として固体あるいは粉粒体を用いても, 本質的な点では力学的な差異はないと考える。

相違点としては, まず, 反発係数の違いが上げられる。固体の場合は反発係数を持って容器壁に衝突してその衝突は瞬間的であるのに対し, 粉粒体の場合には反発係数 $R=0$ の単体の衝突運動に近似できる。したがって, 容器壁と衝突した後, ある時間は振動体と一体となって運動する。この結果, 付加質量効果を生じ固有振動数の低下が見られる。また衝撃力は固体の場合の鋭く大きなパルスに比較し, 粉粒体の場合は小さくゆるやかになる。

(3) 本論文の容器すきま d^* は, 容器容積から粉粒体のかさ体積を差引き, 横断面積で割った値としている。水平振動系の実験における容器すきまの設定は, 垂直の場合と同様に, 可動壁を移動させ, 粉粒体を圧密状態にして, その点を $d^*=0$ とし, その後, 可動壁を指定の量だけ移動させて容器すきまとした。このとき粉粒体は下方側壁に広がり, 静止時には, 上方にすきまが生じ, 振動方向のすきまは無くなる。しかし, 振動時には, 粉粒体層はもり上がってすきまが生じ, 振動体との衝突が起こることになる。