大振幅の正弦波状流量変化に対する
バヨネット形熱交換器の応答*藤 堂 勇 雄**
Isao TODO**Key Words:** Application of Control, Bayonet-Type Heat Exchanger, Sinusoidal Flow Rate Change, Frequency Response, Large Amplitude, Describing Function

1. ま え が き

流量変化に対する熱交換器の動特性については、流量変化が微小であると仮定し定常基準状態の付近で基礎式を線形化するという手法を用いて解析が行われている。すでに著者は、この線形化手法によって、並流および向流熱交換器⁽¹⁾、多管式熱交換器⁽²⁾、バヨネット形熱交換器⁽³⁾の流量変化に対する伝達関数を求め、流量変化の振幅の小さい範囲で周波数応答実験を行い、実験値が理論値とよく一致することを確認した。これらの流量変化に対する動特性の研究では、流量振幅の大きい場合についても、流量振幅の値によって周波数応答がどのような影響を受けるかを検討することが必要である。

流量振幅の影響は実験によって調べることができるが、これらの実験結果を裏付ける理論的手法の開発も必要である。また、このような理論的手法があれば、周波数応答実験を行わずに流量振幅の影響を検討することが可能となる。そこで著者は、並流および向流熱交換器⁽⁴⁾、多管式熱交換器⁽⁵⁾を取り上げ、大きい振幅の正弦波状流量変化に対する出口温度の定常応答と記述関数を算出する手法をすでに提案し、さらに多管式熱交換器については実験的裏付けを与えた。

本論文では、既報⁽⁴⁾の手法を相変化のない場合のバヨネット形熱交換器に拡張し、大きい振幅の正弦波状流量変化に対する出口温度の定常応答と記述関数を算出する方法を提示した。ついで、ルンゲ・クッタ・ギル法を用いて計算機シミュレーションを行い、本手法に裏付けを与えた。本論文でいう記述関数とは、既報⁽⁴⁾⁽⁵⁾

と同様、流量振幅と角周波数の関数として表される複素数であり、定常周期応答の基本波成分と正弦波状入力との間の関係のみに着目した周波数応答を表すものである。本手法を用いて定常周期応答を算出することにより、バヨネット形熱交換器の流量による非線形性を調べる事が可能となる。

2. 主 な 記 号

$$a'_{i1} = \frac{h_{i1} L_{hi1} l}{w_1 \bar{v}_1}, a'_{i2} = \frac{h_{i2} L_{hi2} l}{w_1 \bar{v}_1}$$

$$a'_{o2} = \frac{h_{o2} L_{ho2} l}{w_1 \bar{v}_1}, a'_o = \frac{h_o L_{hol} l}{w \bar{v}}$$

$$a'_s = \frac{h_s L_{sl} l}{w \bar{v}} \quad dl^{*1}$$

$$a_{i1} = \frac{K_i L_{il} l}{w_1 \bar{v}_1}, a_{o2} = \frac{K_o L_{ol} l}{w_1 \bar{v}_1}$$

$$a_o = \frac{K_o L_{ol} l}{w \bar{v}} \quad dl$$

$$b_{i1} = \frac{h_{i1} L_{hi1} l}{C_{hi} \bar{v}_1}, b_{i2} = \frac{h_{i2} L_{hi2} l}{C_{hi} \bar{v}_1}$$

$$b_{o2} = \frac{h_{o2} L_{ho2} l}{C_{ho} \bar{v}_1}, b_o = \frac{h_o L_{hol} l}{C_{ho} \bar{v}_1}$$

$$b_s = \frac{h_s L_{sl} l}{C_s \bar{v}_1} \quad dl$$

C: 単位長さの固定壁の熱容量 J/(m·K)

h: 熱伝達率 W/(m²·K)K: 熱通過率 W/(m²·K)

L: ぬれ辺長 m

l: 胴の長さ m

N: 分割数

$$r = \bar{v}_1 / \bar{v} \quad dl$$

$$r_2 = \bar{v}_1 / \bar{v}_2 \quad dl$$

$$T_{L1} = l / \bar{v}_1 \quad s$$

* 昭和59年3月22日 関西支部第59期定時総会講演会において論文講演として講演、原稿受付 昭和58年10月26日。

** 正員、横浜国立大学工学部(〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)。

*1 dlは無次元数の意を表す。

t : 時間 s
 v : 流速 m/s
 w : 単位長さの流体の熱容量 J/(m·K)
 $x, \bar{x}$: 無次元温度 dl
 $\Delta(\)$: () の定常基準状態からの変動量
 θ : 温度 °C
 τ : 無次元時間 $= t/T_{L1}$ dl
 ω : 無次元角周波数 $= T_{L1}\omega^*$ rad
 ω^* : 角周波数 $= \omega/T_{L1}$ rad/s
 添字*2

t : 管路側流体の総称
 1: 内管路側流体
 2: 外管路側流体
 胴側流体には数字の添字をつけない。
 hi : 内管路壁側
 ho : 外管路壁側
 s : 胴壁側
 i : 流体の入口側(θ の添字の時)
 o : 流体の出口側(θ の添字の時)
 $(\)_{ss}$: () の定常(周期)応答
 $(\)^T$: 行列またはベクトル() の転置
 $(\)$: 定常基準状態における() の値。これは $a', a, b, h, K, v, \theta$ に対して適用する。

3. 基礎式の誘導

図1(a)はパヨネット形熱交換器の概念図であり、これを同図(b)のように略して表す。パヨネット形熱交換器は、流体の流動方向により、図2(a)~(d)の4種類に分類できる。これらを図示のようにC*-P形、

図1 パヨネット形熱交換器(C*-P形)

*2 $u, x, \bar{x}, F, p, \bar{p}$ の添字の定義は本文中に示す。

P-C*形、C-P*形、P*-C形と呼ぶ⁽³⁾。いま、既報⁽⁴⁾と同一の仮定の成り立つパヨネット形熱交換器を考える。これらを図3のように等分割し、 N 個の集中系熱交換器で近似する。分割数 N を十分大きくとれば、図3の分割モデルは、図2の分布系熱交換器に近くな

図2 流動方向による分類

図3 パヨネット形熱交換器の分割モデル

る。

図3の第 n 番めの集中系熱交換器の基礎式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta_1^{(n)}}{d\tau} &= \frac{v_1}{\bar{v}_1} N(\theta_{1i}^{(n)} - \theta_1^{(n)}) + a'_{i1}(\theta_{hi}^{(n)} - \theta_1^{(n)}) \\ r_2 \frac{d\theta_2^{(n)}}{d\tau} &= \frac{v_1}{\bar{v}_1} N(\theta_{2i}^{(n)} - \theta_2^{(n)}) \\ &\quad + a'_{i2}(\theta_{hi}^{(n)} - \theta_2^{(n)}) + a'_{o2}(\theta_{ho}^{(n)} - \theta_2^{(n)}) \\ r \frac{d\theta^{(n)}}{d\tau} &= \frac{v}{\bar{v}} N(\theta_1^{(n)} - \theta^{(n)}) \\ &\quad + a'_o(\theta_{ho}^{(n)} - \theta^{(n)}) + a'_s(\theta_s^{(n)} - \theta^{(n)}) \\ \frac{d\theta_{hi}^{(n)}}{d\tau} &= b_{i1}(\theta_1^{(n)} - \theta_{hi}^{(n)}) + b_{i2}(\theta_2^{(n)} - \theta_{hi}^{(n)}) \\ \frac{d\theta_{ho}^{(n)}}{d\tau} &= b_{o2}(\theta_2^{(n)} - \theta_{ho}^{(n)}) + b_o(\theta^{(n)} - \theta_{ho}^{(n)}) \\ \frac{d\theta_s^{(n)}}{d\tau} &= b_s(\theta^{(n)} - \theta_s^{(n)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる。

諸変数を定常基準状態とそれからの変動量の和で表し

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \bar{v}_1 + \Delta v_1, v = \bar{v} + \Delta v \\ \theta_{1i}^{(n)} &= \bar{\theta}_{1i}^{(n)} + \Delta\theta_{1i}^{(n)}, \theta_{2i}^{(n)} = \bar{\theta}_{2i}^{(n)} + \Delta\theta_{2i}^{(n)} \\ \theta_1^{(n)} &= \bar{\theta}_1^{(n)} + \Delta\theta_1^{(n)}, \theta_2^{(n)} = \bar{\theta}_2^{(n)} + \Delta\theta_2^{(n)} \\ \theta_{hi}^{(n)} &= \bar{\theta}_{hi}^{(n)} + \Delta\theta_{hi}^{(n)}, \theta_{ho}^{(n)} = \bar{\theta}_{ho}^{(n)} + \Delta\theta_{ho}^{(n)} \\ \theta^{(n)} &= \bar{\theta}^{(n)} + \Delta\theta^{(n)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

とおく。

例えば、C*-P 形の場合、式(1)に対する接続条件と境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\theta}_{1i}^{(n)} &= \bar{\theta}_{1i}^{(n+1)}, \bar{\theta}_{2i}^{(n)} = \bar{\theta}_{2i}^{(n-1)}, \bar{\theta}_1^{(n)} = \bar{\theta}^{(n-1)} \\ \bar{\theta}_{1i}^{(N+1)} &= \bar{\theta}_{1i}, \bar{\theta}_1^{(1)} = \bar{\theta}_1^{(0)}, \bar{\theta}^{(0)} = \bar{\theta}_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{1i}^{(n)} &= \Delta\theta_{1i}^{(n+1)}, \Delta\theta_{2i}^{(n)} = \Delta\theta_{2i}^{(n-1)}, \Delta\theta_1^{(n)} = \Delta\theta^{(n-1)} \\ \Delta\theta_{1i}^{(N+1)} &= 0, \Delta\theta_{1i}^{(1)} = \Delta\theta_{1i}^{(0)}, \Delta\theta^{(0)} = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

C*-P 形以外の形式についても、接続条件と境界条件は、図3から同様に求めて求められる。

熱伝達率は、Dittus-Boelter の式⁽⁶⁾によれば

$$h_{i1} = \bar{h}_{i1}(1 + u_1)^{\kappa_{i1}}, h_{i2} = \bar{h}_{i2}(1 + u_1)^{\kappa_{i2}}$$

$$h_{o2} = \bar{h}_{o2}(1 + u_1)^{\kappa_{o2}}, h_o = \bar{h}_o(1 + u_2)^{\kappa_o}$$

$$h_s = \bar{h}_s(1 + u_2)^{\kappa_s} \dots\dots\dots (5)$$

で表される。ただし

$$u_1 = \frac{\Delta v_1}{\bar{v}_1}, u_2 = \frac{\Delta v}{\bar{v}} \dots\dots\dots (6)$$

式(5)を次式で近似する。

$$\left. \begin{aligned} h_{i1} &= \bar{h}_{i1}(1 + k'_{i1}u_1 + k''_{i1}u_1^2) \\ h_{i2} &= \bar{h}_{i2}(1 + k'_{i2}u_1 + k''_{i2}u_1^2) \\ h_{o2} &= \bar{h}_{o2}(1 + k'_{o2}u_1 + k''_{o2}u_1^2) \\ h_o &= \bar{h}_o(1 + k'_ou_2 + k''_ou_2^2) \\ h_s &= \bar{h}_s(1 + k'_su_2 + k''_su_2^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

本論文では、 k'_{i1} , k''_{i1} などの値として

$$\left. \begin{aligned} k'_{i1} &= \kappa_{i1}, k''_{i1} = (1/2)\kappa_{i1}(\kappa_{i1} - 1) \\ k'_{i2} &= \kappa_{i2}, k''_{i2} = (1/2)\kappa_{i2}(\kappa_{i2} - 1) \\ k'_{o2} &= \kappa_{o2}, k''_{o2} = (1/2)\kappa_{o2}(\kappa_{o2} - 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

を用いる。これらは、式(5)をテーラ級数に展開して得られたものである。

熱通過率と熱伝達率との関係から

$$\left. \begin{aligned} a_{i1} &= \frac{a'_{i1}b_{i2}}{b_{i1} + b_{i2}}, a_{o2} = \frac{a'_{o2}b_o}{b_{o2} + b_o} \\ a_o &= \frac{a'_ob_{o2}}{b_{o2} + b_o}, \bar{a}_{i1} = \frac{\bar{a}'_{i1}\bar{b}_{i2}}{\bar{b}_{i1} + \bar{b}_{i2}} \\ \bar{a}_{o2} &= \frac{\bar{a}'_{o2}\bar{b}_o}{\bar{b}_{o2} + \bar{b}_o}, \bar{a}_o = \frac{\bar{a}'_o\bar{b}_{o2}}{\bar{b}_{o2} + \bar{b}_o} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

が成り立つ⁽³⁾。また、定義から次式が成り立つ⁽³⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{a'_{i1}}{\bar{a}'_{i1}} &= \frac{b_{i1}}{\bar{b}_{i1}}, \frac{a'_{i2}}{\bar{a}'_{i2}} = \frac{b_{i2}}{\bar{b}_{i2}}, \frac{a'_{o2}}{\bar{a}'_{o2}} = \frac{b_{o2}}{\bar{b}_{o2}}, \frac{a'_o}{\bar{a}'_o} = \frac{b_o}{\bar{b}_o}, \frac{h_{i1}}{\bar{h}_{i1}} = \frac{h_{i2}}{\bar{h}_{i2}} \\ \frac{a'_{o2}}{\bar{a}'_{o2}} &= \frac{b_{o2}}{\bar{b}_{o2}}, \frac{a'_o}{\bar{a}'_o} = \frac{b_o}{\bar{b}_o}, \frac{h_o}{\bar{h}_o} \\ \frac{a'_s}{\bar{a}'_s} &= \frac{b_s}{\bar{b}_s}, \frac{h_s}{\bar{h}_s} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\bar{a}'_{i1}\bar{b}_{i2} = \bar{a}'_{i2}\bar{b}_{i1} \dots\dots\dots (11)$$

ベクトル $\mathbf{x}^{(n)}$, $\bar{\mathbf{x}}^{(n)}$ を次式で定義する。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}^{(n)} &= [x_1^{(n)} \ x_2^{(n)} \ \dots \ x_s^{(n)}]^T = [\Delta\theta_{1i}^{(n)} \ \Delta\theta_{2i}^{(n)} \ \Delta\theta^{(n)} \ \Delta\theta_{hi}^{(n)} \ \Delta\theta_{ho}^{(n)} \ \Delta\theta_s^{(n)}]^T / (\bar{\theta}_{1i} - \bar{\theta}_i) \\ \bar{\mathbf{x}}^{(n)} &= [\bar{x}_1^{(n)} \ \bar{x}_2^{(n)} \ \dots \ \bar{x}_s^{(n)}]^T = [\Delta\theta_{1i}^{(n)} \ \Delta\theta_{2i}^{(n)} \ \Delta\theta^{(n)}]^T / (\bar{\theta}_{1i} - \bar{\theta}_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

式(7), (10)および定常基準状態で成り立つ関係式を用いると、式(1)から

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}^{(n)}}{d\tau} &= \mathbf{A}\mathbf{x}^{(n)} + (\mathbf{B}_1u_1 + \mathbf{B}_2u_2)\mathbf{x}^{(n)} + (\mathbf{D}_1u_1^2 + \mathbf{D}_2u_2^2)\mathbf{x}^{(n)} + [\mathbf{b}_1^{(n)} \ \mathbf{b}_2^{(n)}]^T \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ &\quad + [\mathbf{d}_1^{(n)} \ \mathbf{d}_2^{(n)}]^T \begin{bmatrix} u_1^2 \\ u_2^2 \end{bmatrix} + (\bar{\mathbf{B}} + \bar{\mathbf{B}}_1u_1 + \bar{\mathbf{B}}_2u_2)\bar{\mathbf{x}}^{(n)} \quad (n=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。ただし

$$A = \begin{bmatrix} -\bar{a}'_{i1} - N & 0 & 0 & \bar{a}'_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & -(\bar{a}'_{i1} + \bar{a}'_{o2} + N)/r_2 & 0 & \bar{a}'_{i2}/r_2 & \bar{a}'_{o2}/r_2 & 0 \\ 0 & 0 & -(\bar{a}'_o + \bar{a}'_s + N)/r & 0 & \bar{a}'_o/r & \bar{a}'_s/r \\ \bar{b}_{i1} & \bar{b}_{i2} & 0 & -\bar{b}_{i1} - \bar{b}_{i2} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{b}_{o2} & \bar{b}_o & 0 & -\bar{b}_{o2} - \bar{b}_o & 0 \\ 0 & 0 & \bar{b}_s & 0 & 0 & -\bar{b}_s \end{bmatrix}$$

$$B_1 = C_1(k'_{i1}, k'_{i2}, k'_{o2}, N), \quad B_2 = C_2(k'_o, k'_s, N), \quad D_1 = C_1(k''_{i1}, k''_{i2}, k''_{o2}, 0)$$

$$D_2 = C_2(k''_o, k''_s, 0), \quad b_1^{(n)} = g_1^{(n)}(k'_{i1}, k'_{i2}, k'_{o2}, 1), \quad b_2^{(n)} = g_2^{(n)}(k'_o, 1)$$

$$d_1^{(n)} = g_1^{(n)}(k''_{i1}, k''_{i2}, k''_{o2}, 0), \quad d_2^{(n)} = g_2^{(n)}(k''_o, 0)$$

$$C_1(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \nu) = \begin{bmatrix} -\mu_1 \bar{a}'_{i1} - \nu & 0 & 0 & \mu_1 \bar{a}'_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & -(\mu_2 \bar{a}'_{i2} + \mu_3 \bar{a}'_{o2} + \nu)/r_2 & 0 & \mu_2 \bar{a}'_{i2}/r_2 & \mu_3 \bar{a}'_{o2}/r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_1 \bar{b}_{i1} & \mu_2 \bar{b}_{i2} & 0 & -\mu_1 \bar{b}_{i1} - \mu_2 \bar{b}_{i2} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_3 \bar{b}_{o2} & 0 & 0 & -\mu_3 \bar{b}_{o2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2(\mu_1, \mu_2, \nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\mu_1 \bar{a}'_o + \mu_2 \bar{a}'_s + \nu)/r & 0 & \mu_1 \bar{a}'_o/r & \mu_2 \bar{a}'_s/r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_1 \bar{b}_o & 0 & -\mu_1 \bar{b}_o & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 \bar{b}_s & 0 & 0 & -\mu_2 \bar{b}_s \end{bmatrix}$$

$$g_1^{(n)}(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \nu) = \frac{\phi^{(n)} N}{\sigma} \begin{bmatrix} (\nu - \mu_1) \phi_1^{(n)} \bar{a}_{i1} \\ \{(\mu_2 - \nu) \phi_1^{(n)} \bar{a}_{i1} + (\nu - \mu_3) \phi_2^{(n)} \bar{a}_{o2}\}/r_2 \\ 0 \\ \{(\mu_1 \bar{b}_{i1}/\bar{a}'_{i1}) - (\mu_2 \bar{b}_{i2}/\bar{a}'_{i2})\} \phi_1^{(n)} \bar{a}_{i1} \\ (\mu_3 \bar{b}_{o2}/\bar{a}'_{o2}) \phi_2^{(n)} \bar{a}_{o2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$g_2^{(n)}(\mu, \nu) = \frac{\phi^{(n)} N}{\sigma} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\mu - \nu) \phi_2^{(n)} \bar{a}_o/r \\ 0 \\ -(\mu \bar{b}_o/\bar{a}'_o) \phi_2^{(n)} \bar{a}_o \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B} = \tilde{B}_1 + \tilde{B}_2$$

$$\tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N/r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N/r \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

であり、 $\phi^{(n)}$, $\phi^{(n)}$ などは次式で与えられる。

$$\phi^{(n)} = \frac{\bar{\theta}_{i1}^{(n)} - \bar{\theta}_i^{(n)}}{\bar{\theta}_{ii} - \bar{\theta}_i}, \quad \phi^{(n)} = \frac{\bar{\theta}_{i1}^{(n)} - \bar{\theta}_i^{(n)}}{\bar{\theta}_{i1}^{(n)} - \bar{\theta}_i^{(n)}} \quad (16)$$

$$\phi^{(n)} = \sigma' - (\bar{a}_o + N) \phi^{(n)} \quad (14)$$

$$\phi_2^{(n)} = \bar{a}_{i1} + (\bar{a}_{i1} + N) \phi^{(n)} \quad (17)$$

$$\sigma = \sigma' (2 \bar{a}_{i1} + N) - \bar{a}_{i1} \bar{a}_{o2} \quad (18)$$

$$\sigma' = \bar{a}_{o2} + \bar{a}_o + N$$

例えば、C*-P 形の場合、接続条件と境界条件は、式 (4), (12) から次式のようになる。

$$\begin{cases} \bar{x}_1^{(n)} = x_1^{(n+1)}, \bar{x}_2^{(n)} = x_2^{(n-1)}, \bar{x}_3^{(n)} = x_3^{(n-1)} \\ x_1^{(N+1)} = 0, x_1^{(1)} = x_2^{(0)}, x_3^{(0)} = 0 \end{cases}$$

$$(19)$$

定常基準状態では、式 (1) から次式が成り立つ。

$$N \bar{\theta}_{i1}^{(n)} - (\bar{a}_{i1} + N) \bar{\theta}_1^{(n)} + \bar{a}_{i1} \bar{\theta}_2^{(n)} = 0$$

$$\begin{aligned}
 & N\bar{\theta}_1^{(n)} + \bar{a}_{i1}\bar{\theta}_1^{(n)} \\
 & - (\bar{a}_{i1} + \bar{a}_{o2} + N)\bar{\theta}_2^{(n)} + \bar{a}_{o2}\bar{\theta}^{(n)} = 0 \\
 & N\bar{\theta}_1^{(n)} + \bar{a}_{o2}\bar{\theta}_2^{(n)} - (\bar{a}_{o2} + N)\bar{\theta}^{(n)} = 0 \\
 & \dots\dots\dots (20)
 \end{aligned}$$

4. 正弦波状流量変化に対する定常応答

4.1 管路側流量変化に対する定常応答 式(13)

において

$$u_1 = a_u \sin \omega \tau, u_2 = 0 \dots\dots\dots (21)$$

とにおいて得られる式の定常応答 $(x^{(n)})_{ss}$, $(\bar{x}^{(n)})_{ss}$ をフーリエ級数の第 M 高調波までの部分和で近似し

$$\begin{aligned}
 (x^{(n)})_{ss} = & \rho_0^{(n)} + \sum_{m=1}^M (\alpha_m^{(n)} \cos m\omega\tau \\
 & + \beta_m^{(n)} \sin m\omega\tau) \dots\dots\dots (22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\bar{x}^{(n)})_{ss} = & \bar{\rho}_0^{(n)} + \sum_{m=1}^M (\bar{\alpha}_m^{(n)} \cos m\omega\tau \\
 & + \bar{\beta}_m^{(n)} \sin m\omega\tau) \dots\dots\dots (23)
 \end{aligned}$$

で表す。ただし

$$\begin{aligned}
 \rho_0^{(n)} = & [\rho_{10}^{(n)} \ \rho_{20}^{(n)} \ \dots \ \rho_{60}^{(n)}]^T \\
 \alpha_m^{(n)} = & [\alpha_1^{(n)} \ \alpha_2^{(n)} \ \dots \ \alpha_{6m}^{(n)}]^T \\
 \beta_m^{(n)} = & [\beta_1^{(n)} \ \beta_2^{(n)} \ \dots \ \beta_{6m}^{(n)}]^T
 \end{aligned} \dots\dots\dots (24)$$

であり, $\rho_0^{(n)}$, $\bar{\alpha}_m^{(n)}$, $\bar{\beta}_m^{(n)}$ は三次元(列)ベクトルである。

式(21)~(23)を式(13)に代入して得られる式において, 両辺の定数項, $\cos \omega\tau$, $\sin \omega\tau$, $\cos 2\omega\tau$, $\sin 2\omega\tau$, $\dots$, $\cos M\omega\tau$, $\sin M\omega\tau$ の係数を等しいとおけば

$$Qq^{(n)} + \bar{Q}\bar{q}^{(n)} = h^{(n)} \dots\dots\dots (25)$$

が得られる。ただし, $q^{(n)}$, $\bar{q}^{(n)}$ は

$$q^{(n)} = [(\rho_0^{(n)})^T \ (\alpha_1^{(n)})^T \ (\beta_1^{(n)})^T \ \dots \ (\alpha_M^{(n)})^T \ (\beta_M^{(n)})^T]^T \dots\dots\dots (26)$$

$$\bar{q}^{(n)} = [(\bar{\rho}_0^{(n)})^T \ (\bar{\alpha}_1^{(n)})^T \ (\bar{\beta}_1^{(n)})^T \ \dots \ (\bar{\alpha}_M^{(n)})^T \ (\bar{\beta}_M^{(n)})^T]^T \dots\dots\dots (27)$$

で与えられる。また, Q は $6(2M+1) \times 6(2M+1)$ 行列, $\bar{Q}$ は $6(2M+1) \times 3(2M+1)$ 行列であり, 既報⁽⁴⁾と同一の形式で表される。 $h^{(n)}$ は $6(2M+1)$ 次元ベクトルであり

$$h^{(n)} = [- (a_u^2/2)(d_1^{(n)})^T \ 0^T \ -a_u(b_1^{(n)})^T \ (a_u^2/2)(d_1^{(n)})^T \ 0^T \ 0^T \ 0^T \ \dots \ 0^T \ 0^T]^T \dots\dots\dots (28)$$

で与えられる。ただし, 式(28)のなかの 0 は六次元零ベクトルである。

いま, $(2M+1)$ 次元ベクトル $p_1^{(n)}, \dots, p_6^{(n)}$; $\bar{p}_1^{(n)}, \dots, \bar{p}_3^{(n)}$; $e(\tau)$ を

$$[p_1^{(n)} \ p_2^{(n)} \ p_3^{(n)} \ \dots \ p_6^{(n)}] = [\rho_0^{(n)} \ \alpha_1^{(n)} \ \beta_1^{(n)} \ \dots \ \alpha_M^{(n)} \ \beta_M^{(n)}]^T \dots\dots\dots (29)$$

$$[\bar{p}_1^{(n)} \ \bar{p}_2^{(n)} \ \bar{p}_3^{(n)}] = [\bar{\rho}_0^{(n)} \ \bar{\alpha}_1^{(n)} \ \bar{\beta}_1^{(n)} \ \dots \ \bar{\alpha}_M^{(n)} \ \bar{\beta}_M^{(n)}]^T \dots\dots\dots (30)$$

$$e^T(\tau) = [1 \ \cos \omega\tau \ \sin \omega\tau \ \dots \ \cos M\omega\tau \ \sin M\omega\tau] \dots\dots\dots (31)$$

で定義すれば, 定常応答 $(x_j^{(n)})_{ss}$, $(\bar{x}_j^{(n)})_{ss}$ は

$$(x_j^{(n)})_{ss} = e^T(\tau) p_j^{(n)} \quad (j=1, 2, \dots, 6) \dots\dots\dots (32)$$

$$(\bar{x}_j^{(n)})_{ss} = e^T(\tau) \bar{p}_j^{(n)} \quad (j=1, 2, 3) \dots\dots\dots (33)$$

で表される。また, 式(26), (27), (29), (30)の関係から, 式(25)は次式のように表される。

$$(F_1 p_1^{(n)} + F_2 p_2^{(n)} + F_3 p_3^{(n)} + \dots + F_6 p_6^{(n)}) + (\bar{F}_1 \bar{p}_1^{(n)} + \bar{F}_2 \bar{p}_2^{(n)} + \bar{F}_3 \bar{p}_3^{(n)}) = h^{(n)} \dots\dots\dots (34)$$

ただし, $F_1, \dots, F_6$; $\bar{F}_1, \dots, \bar{F}_3$ は $6(2M+1) \times (2M+1)$ 行列である。

4.2 胴側流量変化に対する定常応答 胴側流量変化の場合には, 式(25)以降において, $B_1 \rightarrow B_2$, $D_1 \rightarrow D_2$, $b_1^{(n)} \rightarrow b_2^{(n)}$, $d_1^{(n)} \rightarrow d_2^{(n)}$, $\bar{B}_1 \rightarrow \bar{B}_2$ の置き換えを行うことにより関係式が得られる。

5. C*-P 形および P-C* 形

図3(a), (b)および式(32), (33)から, p に関する接続条件は

$$\bar{p}_1^{(n)} = p_1^{(n+1)}, \quad \bar{p}_2^{(n)} = p_2^{(n-1)}, \quad \bar{p}_3^{(n)} = p_3^{(n-1)} \quad (n=1, \dots, N) \dots\dots\dots (35)$$

で表される。式(35)を用いると, 式(34)から

$$\begin{aligned}
 & [(p_1^{(n+1)})^T \ (p_2^{(n)})^T \ (p_3^{(n)})^T \ (p_4^{(n)})^T \ (p_5^{(n)})^T \ (p_6^{(n)})^T]^T \\
 & = P[(p_1^{(n)})^T \ (p_2^{(n-1)})^T \ (p_3^{(n-1)})^T]^T + P_2^{-1} h^{(n)} \dots\dots\dots (36)
 \end{aligned}$$

が得られる。ただし, P, P_1 は $6(2M+1) \times 3(2M+1)$, P_2 は $6(2M+1) \times 6(2M+1)$ 行列であり

$$P = -P_2^{-1} P_1, \quad P_1 = [F_1 \ \bar{F}_2 \ \bar{F}_3], \quad P_2 = [\bar{F}_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6] \dots\dots\dots (37)$$

で与えられる。いま, $3(2M+1) \times 6(2M+1)$ 行列 E を

$$E = [I \ O] \dots\dots\dots (38)$$

で定義する。ただし, I は $3(2M+1) \times 3(2M+1)$ 単位行列, O は $3(2M+1) \times 3(2M+1)$ 零行列である。

式(36)の両辺に左から E を乗ずると

$$[(p_1^{(n+1)})^T (p_2^{(n)})^T (p_3^{(n)})^T]^T = EP[(p_1^{(n)})^T (p_2^{(n-1)})^T (p_3^{(n-1)})^T]^T + EP_2^{-1} h^{(n)} \quad (39)$$

が得られる。式(35), (39)から

$$[(p_1^{(N+1)})^T (p_2^{(N)})^T (p_3^{(N)})^T]^T = (EP)^N [(p_1^{(1)})^T (p_2^{(0)})^T (p_3^{(0)})^T]^T + \sum_{n=1}^N (EP)^{N-n} EP_2^{-1} h^{(n)} \quad (40)$$

が得られる。(2M+1)×(2M+1)行列 P_{ij} ($i=1, 2, 3; j=1, 2, 3$) を次式で定義する。

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} = (EP)^N \quad (41)$$

5.1 C*-P形 式(19), (32)から, p に関する境界条件は

$$p_1^{(N+1)}=0, \quad p_1^{(1)}=p_2^{(0)}, \quad p_3^{(0)}=0 \quad (42)$$

で表される。式(42)を式(40)に適用すると

$$\begin{bmatrix} p_2^{(N)} \\ p_3^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(P_{21}+P_{22})(P_{11}+P_{12})^{-1} & I & O \\ -(P_{31}+P_{32})(P_{11}+P_{12})^{-1} & O & I \end{bmatrix} \sum_{n=1}^N (EP)^{N-n} EP_2^{-1} h^{(n)} \quad (43)$$

が得られ, $p_2^{(N)}, p_3^{(N)}$ が求められる。式(43)のなかの I は $(2M+1) \times (2M+1)$ 単位行列, O は $(2M+1) \times (2M+1)$ 零行列である。したがって, 管路側流体の無次元出口温度 $\Delta\theta_{to}/(\bar{\theta}_{ti}-\bar{\theta}_i)$ の定常応答 $(x_2^{(N)})_{ss} = e^T(\tau) p_2^{(N)}$, 胴側流体の無次元出口温度 $\Delta\theta_o/(\bar{\theta}_{ti}-\bar{\theta}_i)$ の定常応答 $(x_3^{(N)})_{ss} = e^T(\tau) p_3^{(N)}$ が算出される。 u_1 と $x_2^{(N)}$ との関係を表す記述関数 $GC^{*P-U}(\omega, a_u)$ は式(44)で, また, u_1 と $x_3^{(N)}$ との関係を表す記述関数 $GC^{*P-SI}(\omega, a_u)$ は式(45)で表される。ただし, $j=\sqrt{-1}$ とする。

$$GC^{*P-U}(\omega, a_u) = (1/a_u)(\beta_{21}^{(N)} + ja_{21}^{(N)}) \quad (44)$$

$$GC^{*P-SI}(\omega, a_u) = (1/a_u)(\beta_{31}^{(N)} + ja_{31}^{(N)}) \quad (45)$$

5.2 P-C*形 p に関する境界条件は

$$p_1^{(N+1)}=p_2^{(N)}, \quad p_2^{(0)}=0, \quad p_3^{(0)}=0 \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} p_1^{(1)} \\ p_3^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(P_{11}-P_{21})^{-1} & (P_{11}-P_{21})^{-1} & O \\ -P_{31}(P_{11}-P_{21})^{-1} & P_{31}(P_{11}-P_{21})^{-1} & I \end{bmatrix} \sum_{n=1}^N (EP)^{N-n} EP_2^{-1} h^{(n)} \quad (47)$$

が得られ, $p_1^{(1)}, p_3^{(N)}$ が求められる。 u_1 と $x_1^{(1)}$ との関係を表す記述関数 $GPC^{*U}(\omega, a_u)$ は式(48)で, また, u_1 と $x_3^{(N)}$ との関係を表す記述関数 $GPC^{*SI}(\omega, a_u)$ は式(49)で与えられる。

$$GPC^{*U}(\omega, a_u) = (1/a_u)(\beta_{11}^{(1)} + ja_{11}^{(1)}) \quad (48)$$

$$GPC^{*SI}(\omega, a_u) = (1/a_u)(\beta_{31}^{(N)} + ja_{31}^{(N)}) \quad (49)$$

6. C-P*形およびP*-C形

図3(c), (d)および式(32), (33)から, p に関する接続条件は

$$\tilde{p}_1^{(n)} = p_1^{(n-1)}, \quad \tilde{p}_2^{(n)} = p_2^{(n+1)}, \quad \tilde{p}_3^{(n)} = p_3^{(n-1)} \quad (n=1, \dots, N) \quad (50)$$

で表される。式(50)を用いると, 式(34)から

$$\begin{aligned} & [(p_1^{(n)})^T (p_2^{(n+1)})^T (p_3^{(n)})^T (p_4^{(n)})^T (p_5^{(n)})^T (p_6^{(n)})^T]^T \\ & = P[(p_1^{(n-1)})^T (p_2^{(n)})^T (p_3^{(n-1)})^T]^T + P_2^{-1} h^{(n)} \end{aligned} \quad (51)$$

が得られる。ただし, P, P_1 は $6(2M+1) \times 3(2M+1)$, P_2 は $6(2M+1) \times 6(2M+1)$ 行列であり

$$P = -P_2^{-1} P_1, \quad P_1 = [\tilde{F}_1 \ F_2 \ \tilde{F}_3], \quad P_2 = [F_1 \ \tilde{F}_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6] \quad (52)$$

で与えられる。式(50)を用い, 式(51)をC*-P形, P-C*形の場合と同様に変形すると

$$[(p_1^{(N)})^T (p_2^{(N+1)})^T (p_3^{(N)})^T]^T = (EP)^N [(p_1^{(0)})^T (p_2^{(1)})^T (p_3^{(0)})^T]^T + \sum_{n=1}^N (EP)^{N-n} EP_2^{-1} h^{(n)} \quad (53)$$

6.1 C-P*形 p に関する境界条件

$$p_1^{(0)}=p_2^{(1)}, \quad p_2^{(N+1)}=0, \quad p_3^{(0)}=0 \quad (54)$$

を式(53)に適用すると

$$\begin{bmatrix} p_1^{(N)} \\ p_3^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -(P_{11}+P_{12})(P_{21}+P_{22})^{-1} & O \\ O & -(P_{31}+P_{32})(P_{21}+P_{22})^{-1} & I \end{bmatrix} \sum_{n=1}^N (EP)^{N-n} EP_2^{-1} h^{(n)} \quad (55)$$

が得られ, C*-P形, P-C*形の場合と同様にして記述関数が算出される。式(55)のなかの I は $(2M+1) \times (2M+1)$

単位行列, O は $(2M+1) \times (2M+1)$ 零行列である. また, $P_{ij} (i=1, 2, 3; j=1, 2, 3)$ は式(41)で定義されるが, C-P* 形, P*-C 形の場合, 式(41)の右边に含まれる P は式(52)で与えられる.

6.2 P*-C 形 p に関する境界条件

$$p_1^{(0)}=0, \quad p_1^{(N)}=p_2^{(N+1)}, \quad p_3^{(0)}=0 \dots\dots\dots (56)$$

を式(53)に適用すると

$$\begin{bmatrix} p_2^{(1)} \\ p_3^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(P_{12}-P_{22})^{-1} & (P_{12}-P_{22})^{-1} & O \\ -P_{32}(P_{12}-P_{22})^{-1} & P_{32}(P_{12}-P_{22})^{-1} & I \end{bmatrix} \sum_{n=1}^N (EP)^{N-n} EP_2^{-1} h^{(n)} \dots\dots\dots (57)$$

が得られ, C*-P 形, P-C* 形の場合と同様にして記述関数が算出される. 式(57)のなかの $P_{ij} (i=1, 2, 3; j=1, 2, 3)$ は C-P* 形の場合と同一である.

7. 数値計算例

数値計算例として, C-P* 形, P*-C 形の場合を取り上げた. 本章では, 既報⁽³⁾の静特性実験で得られた下記の数値を用いた.

(i) C-P* 形の場合

$$\begin{aligned} \bar{a}'_{i1} &= 2.16, \quad \bar{a}'_{i2} = 1.89, \quad \bar{a}'_{o2} = 3.16 \\ \bar{a}'_o &= 1.34, \quad \bar{a}'_s = 1.90, \quad \bar{b}_{i1} = 6.69 \\ \bar{b}_{i2} &= 5.84, \quad \bar{b}_{o2} = 5.20, \quad \bar{b}_o = 4.28 \\ \bar{b}_s &= 4.52, \quad r = 2.36, \quad r_2 = 2.44 \\ k'_{i1} &= 0.841, \quad k'_{i2} = 0.841, \quad k'_{o2} = 1.08 \end{aligned}$$

(a) 管路側流体の出口温度応答

(b) 胴側流体の出口温度応答

図4 u_1 に対する C-P* 形熱交換器の記述関数 (Re: 実軸, Im: 虚軸)

(ii) P*-C 形の場合

$$\begin{aligned} \bar{a}'_{i1} &= 2.26, \quad \bar{a}'_{i2} = 1.67, \quad \bar{a}'_{o2} = 2.79 \\ \bar{a}'_o &= 1.29, \quad \bar{a}'_s = 1.83, \quad \bar{b}_{i1} = 6.99 \\ \bar{b}_{i2} &= 5.16, \quad \bar{b}_{o2} = 4.60, \quad \bar{b}_o = 3.96 \\ \bar{b}_s &= 4.18, \quad r = 2.46, \quad r_2 = 2.44 \\ k'_{i1} &= 0.852, \quad k'_{i2} = 0.852, \quad k'_{o2} = 1.22 \end{aligned}$$

図4はC-P*形, 図5はP*-C形の場合の u_1 に対する記述関数のベクトル軌跡である. 図4(a), 図5(a)は管路側流体の出口温度, 図4(b), 図5(b)は胴側流体の出口温度の基本波成分のみに着目した周波数応答を表している. 図4, 5では, $M=7, N=64$ とおいて求めた. また, 式(8)から, $k'_{i1}, k'_{i2}, k'_{o2}$ の値を算出した.

図6は, P*-C 形の場合の管路側流体の正弦波状流量変化に対する胴側流体の出口温度の定常応答例 (ω

(a) 管路側流体の出口温度応答

(b) 胴側流体の出口温度応答

図5 u_1 に対する P*-C 形熱交換器の記述関数

図6 $u_1 = a_u \sin \omega \tau$ に対する定常応答例

$=1.0$, $a_u=0.7$, $N=64$)である。図中の式(5)の場合の応答は、式(1)をルンゲ・クッタ・ギル法を用いて計算機シミュレーションから求めたものである。ただし、 $\kappa_{i1}=k'_{i1}$, $\kappa_{i2}=k'_{i2}$, $\kappa_{o2}=k'_{o2}$ とおいた。これに対して、式(7)の場合の応答については、本論文の方法とルンゲ・クッタ・ギル法の両者によって求めたが、両者の応答はよく一致し、その差は図中には現れていない。これらの数値計算の結果、本手法によれば、極めて短い計算機時間で定常周期応答と記述関数を算出し得ることがわかった。

図7は、管路側流体の正弦波状流量変化に対する両流体の出口温度応答の直流成分を表したものであり、P*-C形の場合を示している。すなわち、図7は、本手法($M=7$, $N=64$)を用いて求めたものであり、図5に対応している。図7の上段図は、管路側流体の出口温度 $x_2^{(1)}$ の直流成分 $\rho_{20}^{(1)}$ 、下段図は、胴側流体の出口温度 $x_3^{(N)}$ の直流成分 $\rho_{30}^{(N)}$ を表す。 a_u の値が大きくなるほど直流成分の絶対値が大きくなるのが図7からわかる。

8. む す び

本論文の主要な結果は次のとおりである。

(1) 既報⁽⁴⁾の手法を相変化のない場合のパヨネット

図7 定常周期応答の直流成分

ト形熱交換器に拡張した。すなわち、本論文の結果式を用いることにより、大きい振幅の正弦波状流量変化に対するパヨネット形熱交換器の定常応答と記述関数を、きわめて短い計算機時間で算出することが可能となった。

(2) 既報⁽³⁾の静特性実験から得られた数値を用いて数値計算を行い、パヨネット形熱交換器の流量による非線形性の影響を示した。すなわち、流量振幅の値が、(i)基本波成分のみに着目した周波数応答、並びに(ii)応答の直流成分、に及ぼす影響を例示した。

(3) 本研究の結果、パヨネット形熱交換器の静特性がわかれば、周波数応答実験を行わずに流量振幅の影響を理論的に調べることが可能となった。

終りに、数値計算は東京大学大形計算機センターを利用して行ったことを付記する。

文 献

- (1) 藤堂, 計測自動制御学会論文集, 11-5 (昭50), 600.
- (2) 藤堂, 計測自動制御学会論文集, 12-5 (昭51), 581.
- (3) 藤堂, 機論, 43-372 (昭52), 2939.
- (4) 藤堂, 機論, 48-428, C (昭57), 538.
- (5) 藤堂, 機論, 49-441, C (昭58), 779.
- (6) McAdams, W. H., *Heat Transmission*, 3rd ed., (1954), 219, McGraw-Hill.

討 論

〔質問〕 嘉納 秀明〔大阪大学工学部〕

線形系においては周波数応答はそれを用いて任意の入力の場合の解析に役に立つので意味がある。しかし大振幅の流量変化の場合は事情が異なると思う。

論

本研究の大振幅正弦波流量変化に対する応答がわかったとして、それを用いてどのような問題が新しく解けることになるかおうかがいしたい。

論文中にこれによって非線形の影響を調べることが

できるとあるが、具体的には何がわかったのか。

記述関数を用いるのは系内に除去困難な持続振動が生ずる場合であるが、熱交換器の制御系でそのような除去困難な持続振動を生ぜさせなくてはならないことはなく、むしろ適正に制御すれば系を常に漸近安定にできるものと思われる。あえて記述関数を用いる理由はあるのか。

〔回答〕 線形化手法によって求めた伝達関数(または、周波数特性)を利用する場合、この伝達関数がどのような流量変化幅に対して成り立つかを調べておくことが必要である。特に分布系熱交換器の動特性は周波数特性で表現すると便利であるため、線形化の成り立つ流量変化幅を、周波数応答との関連において調べることが必要である。本論文の手法は、上述の問題を解くことができる。すなわち、本手法を用い各種の a_u の値に対して $p_s^{(N)}$ など(以下、 p ベクトルと呼ぶ)の要素の値を求め、直流成分と高調波成分の発生を調べることによって、線形化の成り立つ流量変化幅を知ることができる。

数値計算を行った結果、流量による非線形性の影響について、下記の(i), (ii)がわかった。

(i) u_1 と胴側流体出口温度の基本波成分との関係を表すベクトル軌跡は、 a_u の値 ($a_u \leq 0.7$) による差異が少ない。このことは、既報⁽⁵⁾の多管式熱交換器についても同様であった。これらのことから、入出力の基本波成分のみに着目して求めた周波数応答の実験値が線形化による理論値(線形周波数特性)とよく一致するという理由のみでは、用いた入力流量振幅が線形化の成り立つ範囲内にあると判定することはできない。

(ii) 応答の直流成分と高調波成分の発生を各種の a_u の値に対して調べた結果、 $a_u = 0.2$ (すなわち、 $-0.2 \leq u_1 \leq 0.2$) ならば線形性が十分成り立つといえる。このことは、並流および向流熱交換器⁽⁴⁾、多管式熱交換器⁽⁵⁾の数値計算例についてもいえる。なお、図6

のように、線形性の成り立たない大きい a_u の値に対しても、その定常周期応答の中に含まれる高調波成分が少ない場合がある。

本論文の記述関数は、線形周波数伝達関数の性質をも有している。すなわち、本記述関数において、 a_u を小さい値(例えば、 $a_u = 0.1$)に指定すれば線形周波数特性が得られる。また、本記述関数を用いて、 a_u の値の大きい場合の入出力の基本波成分の間の関係を求めることができ、さらに、 p ベクトルと合わせて線形化の成り立つ流量変化幅を知ることができる。

〔質問〕 広瀬 通孝〔東京大学工学部〕

(1) 「演算時間が極めて短い」とあるが、従来手法と比較してどのくらい短くなったのか、数値例をお教えていただきたい。

(2) この種の行列演算は今後のベクトルプロセサの進歩により、大幅な速度向上が期待できるが、その場合、本方式のポテンシャルはいかがか。

〔回答〕 (1) $\omega = 1.0$, $a_u = 0.7$, $N = 64$ の時の計算機時間は、本手法 ($M = 7$) では、2 s 以下であるのに対し、ルンゲ・クッタ・ギル法では、144 s を要した。ただし、東京大学大形計算機センターを利用した場合である。

(2) 著者が取扱った熱交換器以外にも、本手法を適用できる対象は多く存在する。

従来、線形化手法によって分布系熱交換器の伝達関数を求めたのち線形周波数特性を算出してきたが、行列演算の計算速度が向上すれば、線形周波数特性を求める場合にも本手法を利用するほうが有利なことが多い。これは、次の理由による。すなわち、本手法を用いれば、(i) 記述関数で a_u を小さい値(例えば、 $a_u = 0.1$)に指定することによって線形周波数特性が求められるうえ、(ii) p ベクトル ($p_s^{(N)}$ など)の要素の値から直流成分と高調波成分の発生を調べることによって、線形化の成り立つ流量変化幅をも合わせて検討ができる。