スロッシングの影響を考慮した
立軸ポンプの地震応答*下 郷 太 郎**
Taro SHIMOGO**Key Words:** Seismic Response, Vertical Shaft Pump, Sloshing, Nonlinear Vibration

1. 緒 論

立軸ポンプは、その据え付け面積が比較的小さく、据え付け高さにも融通性があるため、主として発電所などの海水ポンプとして用いられている。その構造の概要は、図1に示されるように、揚水管が上部床面からつりおろされて、その下端にインペラがとりつけられ、管内を通る軸を介して、床面上の電動機によって駆動される。

全体としては、片持ばりの構造となるため、横形ポンプなどに比して剛性が低く、水平方向の固有振動数は、地震動の卓越振動数の範囲内にある。したがって、その耐震設計上の問題は特に重要であり、多くの場合、揚水管の下部にスナッパなどを取りつけている。

立軸ポンプの振動問題は、はじめ Kovats ら⁽¹⁾⁽²⁾によって扱われたが、振動源としては、回転軸部分のつりあい、軸受の振動、管内流れの圧力変動などが考えられていた。

立軸ポンプの地震応答については、1980年に著者ら⁽³⁾が調べており、実機の振動試験によって、揚水管内を通る駆動軸の回転速度、揚水管内の流速、水槽における流体の付加質量、流体抗力、水平入力加速度、振動数などの影響が明らかにされた。その結果、立軸ポンプ全体を、先端に集中質量を有する片持ばりとしておきかえて、地震応答解析をおこなうことの妥当性が示された。また、応答を抑制するために、揚水管の下部に設けるスナッパの効果を調べて、スナッパの剛性や取付け位置の影響を明らかにしている。

揚水管と駆動軸との相互作用については、水軸受の特性を実験的に求めて解析を進め、シール部の接触に

よる影響も調べており⁽⁴⁾、スナッパの装着によってシール部の接触力が増大することなどを明らかにしている。

しかし、これまでの地震応答解析では、水槽内のスロッシングによる影響は考慮されていなかった。揚水管の下部は水中に没しているから、立軸ポンプは上部の固定端が加振されるだけでなく、スロッシングにともなう流体力によってその下部が加振される。したがって、もしスロッシングの振動数が揚水管の曲げモードのそれに近ければ、そのような振動数を含む水平地震動によって、揚水管が破壊する可能性も考えられる。

本研究では、スロッシングの影響を考慮して揚水管に生ずる最大曲げモーメントを求めるために、まず、スロッシングの非線形性を考慮して水槽内の流速分布の近似解析をおこない、揚水管に作用する流体力を含

図1 水槽と立軸ポンプの解析モデル

* 昭和59年10月16日 第62期全国大会講演会において論文講演として講演，原稿受付 昭和59年4月6日。

** 正員，慶応義塾大学理工学部 (〒223 横浜市港北区日吉3-14-1)。

む振動方程式を導くことにする。モデルの単純化をはかるため、揚水管は先端に集中質量を有する片持ばりとし、スナッパなどの制振装置は有しないものとして考察をおこなう。流体力は流速の二乗に比例するため、等価線形化法を適用して振動方程式を解き、揚水管に生ずる最大曲げモーメントの周波数応答を求める。

つぎに、理論計算の結果の妥当性を調べるために、模型実験をおこなう。これは振動台に水槽を乗せて、水平方向の正弦波加振をおこない、水槽の上部から垂下した片持ばりに生ずる曲げ応力を検出して、その周波数応答曲線を作成するものである。

2. スロッシングの解析

水槽の形状、寸法としては、種々の場合が考えられるが、ここでは2次元の方形水槽についてスロッシングの解析をおこなう。方形水槽のスロッシングについては、Faltinsen⁽⁵⁾⁽⁶⁾が、つぎのような仮定を設けて、非線形性を考慮した近似解析をおこなっているの、ここではその方法にしたがうことにする。

- (1) 水槽は水深が十分に深い開放形の方形水槽とし、仕切板などはない。
 - (2) 水槽の壁は剛体で、水平方向に微小振幅の調和振動をおこなう。
 - (3) 流体は非圧縮性の理想流体。
 - (4) 流体の運動は二次元。
- ここではさらに、つぎの仮定を追加する。

- (5) 揚水管の直径は、水槽の幅に比して十分に小さいものとし、揚水管がスロッシングに対して影響を及ぼすことはない。

仮定(3)により、ラプラス方程式を満足する速度ポテンシャル $\phi(x, y, t)$ が存在する。すなわち

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial y^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 x, y 座標は図1に示されている。自由表面 $x = \xi(y, t)$ における力学的および運動学的条件は、それぞれつぎの式となる。

$$\partial \phi / \partial t + \{ (\partial \phi / \partial x)^2 + (\partial \phi / \partial y)^2 \} / 2 + g \xi = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\partial \xi / \partial t - \partial \phi / \partial x + (\partial \phi / \partial y)(\partial \xi / \partial y) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 t は時間、 g は重力の加速度であり、表面張力は省略してある。水槽のぬれ縁における境界条件は、

$$\partial \phi / \partial x = 0 \quad [x = -h(\text{底面})] \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\partial \phi / \partial y = du/dt \quad [y = \pm a(\text{側面})] \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $u(t)$ は水槽の水平変位および揚水管上部固定端の水平変位、すなわち入力地震動であり、水槽の

幅に比して十分に小さい振幅 u_m で調和振動をおこなうものとするれば、

$$u(t) = u_m \sin \omega t \quad (\omega \text{ は角振動数}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(2)、(3)における非線形項を省略すれば、自由表面における条件は、

$$\partial \phi / \partial t + g \xi = 0 \quad (x=0) \quad \dots\dots\dots (2)'$$

$$\partial \xi / \partial t - \partial \phi / \partial x = 0 \quad (x=0) \quad \dots\dots\dots (3)'$$

となり、線形理論が適用できる。したがって、自由表面の条件式(2)、(3)を $x=0$ のまわりにテイラー展開して得られる速度ポテンシャルの一次近似解は、線形理論による解に相当する。低次の近似解を用いて逐次に高次の近似解を求めることができるが、ここでは非線形の影響を調べるために、速度ポテンシャルの三次近似解まで求めて、水槽内の流速分布を計算した。理論式の詳細は冗長となるので⁽⁵⁾、水槽の中央 $y=0$ における流速分布のみを示すと、

$$v(x, t) = du(t)/dt + F_1(x, \omega) \cos \omega t + F_3(x, \omega) \cos 3\omega t \quad \dots\dots\dots (7)$$

の形となる。流速の最大値 $F_1(x, \omega) + F_3(x, \omega)$ を計算してプロットすると、図2のようになる。ここで用いた諸元の数値は、後述の模型実験におけるものであり、 $x = -0.063 \text{ m}$, $y = 0$ は、揚水管の先端部の位置を表している。

線形理論によれば、この場合の一次共振点は約1.6 Hz、三次は約2.8 Hzである。ここで用いた非線形近似理論では、一次共振点のみが考慮されており、三次のピークは現れていない。

図2 揚水管の先端部におけるスロッシングによる最大相対流速の周波数特性

3. 揚水管の振動解析

スロッシングによる流体力は、揚水管の先端近くに作用し、その振動数は比較的低いとすれば、揚水管の曲げ振動としては、一次モードが支配的であると考えられる。そこで揚水管のモデルを単純化するために、ばね定数 k の片持ばりによっておきかえ、先端のインペラ部分は集中質量 m_s に、揚水管の分布質量は先端部の等価集中質量 m_p におきかえて、全体を一自由度の質点・ばね系とする。なお、 m_p には駆動軸、管内水などの質量も含まれているものとする。揚水管の水没部分には流体の付加質量も加わるが、これも先端部の等価集中質量 m_a によっておきかえる。水槽の自由表面および揚水管先端の近くにおける末端効果はすべて省略することにする。

スロッシングによる流体力は、揚水管の水没部分に分布するが、これも先端部に作用する等価な集中力によっておきかえる。なお、揚水管の横変位は比較的小さいものとして、その平衡位置における変動流速を用いて流体力を求めた。また、揚水管の横変位による水没深さの変化は無視するが、揚水管が水槽の中央にない場合には、スロッシングによって水没深さが変化する。この場合は、流体の付加質量 m_a と流体力の係数 C が時間的に変化するため、係数励振形の問題となる。

このような係数励振では、揚水管の固有振動数の $1/2$ に等しい入力振動数において、固有振動数と等しい高調波が現れる可能性があり、また平衡点に関して応答が非対称となる可能性もあるが、水槽の側面の近くでは流速の水平方向成分が比較的小さいため、その影響は小さいと考えられる。

上述のような解析モデルについて振動方程式を立てると、つぎようになる。

$$\begin{aligned} (m_s + m_p + m_a) d^2 y / dt^2 + k y \\ = -(m_s + m_p + m_a) d^2 u / dt^2 \\ + 2m_a dv / dt + (\rho A C / 2) \\ \cdot \{v - d(u + y) / dt\} \cdot \{v - d(u + y) / dt\} \\ \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ただし、 $y(t)$ は入力変位 $u(t)$ に対する揚水管先端部の相対変位、 $v(t)$ は先端部における流速の水平方向成分、 C は等価抗力係数、 A は先端部の鉛直断面積、 ρ は流体密度。なお、重力および内部減衰の影響は省略した。

揚水管が水槽の中央にある場合を考えると、式(8)におけるすべての係数は定数であり、流速 $v(t)$ としては式(7)を用いればよい。式(8)において、流体力

は相対流速の二乗に比例するから、等価線形化法を用いて近似解を求めることにする。すなわち、式(8)右辺第3項の流体力は、

$$(\rho A C a / 2) \{v - d(u + y) / dt\} \dots\dots\dots (9)$$

の形におきかえられ、係数 a は、線形化された方程式の解 $y(t)$ の振幅と位相おくれに依存するパラメータとして決定される。この場合、応答 $y(t)$ は、式(7)の流速 $v(t)$ と同様に、一次と三次の調和成分をもつ解として求められ、

$$y(t) = y_1(\omega) \sin(\omega t - \theta_1) + y_3(\omega) \sin(3\omega t - \theta_3) \dots\dots\dots (10)$$

の形となる。先端部における相対変位の最大値 $y_1(\omega) + y_3(\omega)$ が計算されれば、揚水管を一樣な片持ばりと見なしたときの固定端における最大曲げ応力が求められる。入力加速度振幅との比をとって、その大きさを入力振動数に対してプロットすると、図3～6における実線のようにになる。ただしこれらの数値例は、後述の模型実験におけるものである。

4. 模型実験と結果の考察

理論解析の妥当性を調べるために、振動台に水槽を乗せて加振し、片持ばりの固定端に生ずる曲げ応力をひずみゲージによって検出した。実験装置の諸元は表1に示される。この実験では、片持ばりのスパン L とその水没深さ W を種々の値に選んで、加振振動数を変えながら定常振動の結果を調べた。 W の変化にともなって、付加質量 m_a と抗力係数 C も変化するが、この実験では、先端部が比較的大きいため、 m_a と C の値としては先端部のみの値を用いて代表させた。実験結果の一部を示すと、図3～6における丸印のようになる。

図3(a)における実線は、スロッシングの線形理論による結果であり、スロッシングの一次(約1.6 Hz)

表1 模型実験装置の諸元

Height of pit	$H = 1.1 \text{ m}$
Breadth of pit	$2a = 0.3 \text{ m}$
Depth of water	$h = 0.427 \text{ m}$
Size of impeller section	$l = 0.074 \text{ m}$
	$d = 0.02 \text{ m}$
Length of water lifting pipe	$L = 0.736 - 0.993 \text{ m}$
Height of immersed depth	$W = 0.1 - 0.5 \text{ m}$
Input amplitude	$u_m = 0.0022 \text{ m}$
Bending stiffness of pipe	$EI = 5.80 \text{ Nm}^2$
Pipe diameter	$d_p = 0.006 \text{ m}$
Fluid density	$\rho = 999.2 \text{ kg/m}^3$
Equivalent mass at the tip	$m_s + m_p + m_a$ $= 0.1977 \text{ kg}$
Fluid drag coefficient	$C = 0.714$

と三次 (約 2.8 Hz) の共振点で曲げ応力のピークが現れ、はりの曲げ一次 (約 2.0 Hz) の共振点はその中間に現れている。スロッシングによる二つの共振点の近くには反共振点が見られ、一次と三次とでは共振と反共振の順序が逆になるのは、スロッシングによる流速とはりの相対速度との位相差の違いによる。

実験結果はスロッシング一次の近くで跳躍現象が見

られ、理論値とよく一致しないが、図 3 (b) に示されるスロッシングの非線形理論を用いた結果とは、その傾向がよく一致する。なお、非線形近似理論ではスロッシング三次が見えない。

図 4 は水没深さ W を大きくした場合である。水深が深いほど変動流速は小さくなり、先端部の受ける流体力が小さくなって、スロッシングによる曲げ応力の

(a) はりのスパン L が比較的小さく、はりの曲げ一次共振点が見られ、スロッシング一次と三次の共振点の中間にある。はりの水没深さ W は比較的小さい。

(b) (a) と同じ場合。ただし、理論値はスロッシングの非線形性を考慮している。

図 3 入力加速度に対する最大曲げ応力の周波数応答曲線

(a) はりのスパン L は、図 3 と同じであるが、はりの水没深さ W が比較的大きい。

(b) (a) と同じ場合の入力加速度と曲げ応力との位相差

図 4 入力加速度に対する最大曲げ応力の周波数応答曲線と位相曲線

ピークは小さくなる。理論値はスロッシングの減衰を考慮していないため、共振点で常に無限大となるが、実験値にはほとんどピークが現れていない。このような場合には、スロッシングの線形理論が十分に適用できることがわかる。

入力加速度に対する曲げ応力の位相おくれをプロットすると、図4(b)のようになり、はりの曲げ一次共

振点の近くで位相が 180° 変化するが、スロッシングの共振点における変化は、実際にはほとんど現れていない。

図5 はりのスパン L を大きくして、はりの曲げ一次の共振点をスロッシング一次のそれとほぼ一致させた場合であり、共振点のピークは非常に大きくなる。図5(a)の線形理論よりも、図5(b)の非線形理

(a) はりの水没深さ W は、図3と同じであるが、はりのスパン L は比較的大きく、はりの曲げ一次とスロッシング一次の共振点がほぼ一致している。

(b) (a)と同じ場合。ただし、理論値はスロッシングの非線形性を考慮している。

図5 入力加速度に対する最大曲げ応力の周波数応答曲線

(a) はりの水没深さ W は、図3と同じであるが、はりのスパン L は大きく、はりの曲げ一次の共振点が、スロッシング一次のそれよりも低い。

(b) (a)と同じ場合。ただし、理論値はスロッシングの非線形性を考慮している。

図6 入力加速度に対する最大曲げ応力の周波数応答曲線

論による結果のほうが、跳躍現象をよく説明できることがわかる。

図6はさらにスパン L を大きくして、曲げ一次をスロッシング一次よりも低くした場合(約1.3 Hz)であり、やはり非線形理論によるほうが実験値とよく一致する。

5. 結 論

本研究では、立軸ポンプの揚水管が、地震時に発生するスロッシングによって受ける影響を明らかにするために、単純な片持ばりのモデルを用いて理論解析と模型実験をおこなった結果、つぎのような結論を得ることができた。

- (1) 揚水管の固有振動数がスロッシングのそれに近いとき、揚水管の曲げモーメントは非常に大きくなる。
- (2) 揚水管の水没深さが浅いほど、スロッシングによる影響は大きい。
- (3) 水没深さが浅いとき、揚水管の周波数応答曲線には跳躍現象が現れる。

なお、本研究で得られた結果を実機に対応させるには、入力振動数、スロッシングの振動数および揚水管の振動数の比に対応させる必要があるが、本研究では、特にスロッシングの影響が問題となる範囲を対象としている。また、本研究で用いた模型の縮尺は、実機の約1/10であるから、入力加速度の範囲としては、だいたい200~600 Galの場合に相当している。

本研究の理論計算および模型実験については、慶応義塾大学工学部学生 当間久夫君ならびに山寺豊彦君に負うところが大きい。ここに記して深甚の謝意を表する。

文 献

- (1) Kovats, A., *Trans. ASME, Ser. A*, 84-2 (1962), 195.
- (2) Nolle, H., *ISRAEL J. Technol.* 11-4 (1973), 205.
- (3) Shimogo, T., Nakano, M., Yoshida, K., and Kazao, Y., *ASME, PVP-43* (1980), 143.
- (4) Shimogo, T., Yoshida, K. and Kazao, Y., *IFTOMM Int. Conf. Rotor Dyn. Problems Power Plants*, (1982), 439.
- (5) Faltinsen, O. M., *J. Ship Res.* 18-4 (1974), 224.
- (6) Faltinsen, O. M., *J. Ship Res.* 22-3 (1978), 193.

討 論

〔質問〕 藤 田 勝 久

(三菱重工業(株)高砂研究所)

(1) スロッシングの波高の変位が微少変位とみなせないことを考慮するとき、計算モデルを一質点の集中マス・ばねにすることに無理はないか。

(2) スロッシングによる液体圧分布は、自由液面近傍で大きく、液深の増加とともに急激に減少することは、どのように評価されているのか。

〔回答〕 (1) 波高の変化が大きい場合でも等価な一質点系で近似できるが、波高の変化によって付加質量と流体抗力が変化するため、係数励振形の方程式となる。著者はこの場合についても検討したが、その結果の一部は本文1492ページ左欄25行め~30行めで触れたとおりである。波高の変化が大きいのは水槽の側壁近くであるが、側壁近くでは流速の水平成分が小さいため、管の横変位に与える流体力の影響そのものが小さくなる。ただし付加質量の変化による影響は残る。水槽の中央近くでは流速の水平成分が大きくなるが、波高の変化の影響は考慮する必要はない。ただし管の横変位が大きいときは静水中でも水没深さの変化が大きくなる。

(2) 水深による流体力の分布を考慮しても、管の

論

最大曲げモーメントについて等価な集中力をきめることができるが、いずれにせよ水没深さが浅いほど、自由水面近くの大きな流体力が先端部の近くに作用するので、スロッシングによる影響は顕著になる。

〔質問〕 清 水 信 行 (千代田化工建設(株))

(1) 線形解と非線形解の定量的な差を明らかにされたところに意義があるものと思われるが、実用上は線形解で十分のようにも思えるが、いかがか。

(2) 図6の例のようにはりの曲げ一次の共振点がスロッシング一次のそれよりも低いような場合が実際の立軸ポンプにはあるのか、伺いたい。

〔回答〕 (1) スロッシングによる共振時の定常応答はきわめて大きくなる場合が多く、入力振幅が微小でないかぎり非線形性の影響が現れると思う。したがって定常応答の最大値を問題にするとすれば、線形理論では過大評価となり、近似的であっても非線形理論の適用が必要となる。ただし非定常な地震入力に対する過渡応答を調べるときはこの限りでない。

(2) スナッパを用いないとすれば、立軸ポンプの一次共振は約1 Hzで、スロッシングのそれは水槽の幅によるが、3 mで約0.5 Hz、1 mとしても約0.9 Hzであるから、実際には立軸ポンプの一次共振点が

スロッシングのそれより低くなることはないと思う。ここでは立軸ポンプの振動とスロッシングとの位相関係によって共振と反共振の出方がどのように変化するのを見るために共振点を広く変えてみたわけである。

〔質問〕 風尾 幸彦〔(株)東芝重電技術研究所〕

(1) 図3や図4(a)によると立軸ポンプの共振点付近でも最大曲げ応力の値は理論と実験がよく一致しているが、これは式(8)で無視したポンプの内部減衰や液体の粘性減衰よりも、流体抗力による減衰が支配的となるためか。またそうなら、スロッシングがない場合でもポンプの振動に対し流体抗力を減衰として考慮しなくてはならないのか。

(2) 結論として揚水管の水没深さが浅いほどスロッシングの影響は大きいと述べられているが、これは流体抗力を水面下の揚水管全体に分布するとして取扱っても同じことが言えるのか。

〔回答〕 (1) スロッシングの有無によらず、立軸ポンプの地震応答に及ぼす減衰力としては、流速(相対的な)の二乗に比例する流体抗力が支配的と考えられる。ここで用いた実験模型の場合、等価線形化して減衰比を求めると、すくなくとも10%以上になる。これに対して内部減衰によるものは実機でも1%のオーダーと考えられる。

(2) 流体抗力の分布を考える場合には、自由水面近くで流速が大きくなるため流体抗力が急激に大きくなる。水没深さが浅い場合には、この大きな流体抗力が管の先端近くに作用するため、管の曲げ変形も大きくなる。したがって水没深さが浅いほどやはりスロッシングの影響は大きいことになる。

〔質問〕 笠井 洋昭

〔(株)日立製作所機械研究所〕

(1) 模型実験では加振変位が一定の強制振動試験と考えるが、図3、4などに示す周波数応答曲線の縦軸では加速度で整理してあるがこの理由は何か。縦軸を(はり先端の変位/加振変位)で整理したほうがスロッシングの流体力がはりの変形に与える影響の度合いが考察しやすいと考えるがいかがか。

(2) スロッシング振動に注目し、模型実験の加振変位は液面揺動の振動振幅などにおいて非線形性が強い状態の試験なのか。このような問題で非線形性が弱い時、近似的にスロッシングの流体力をポンプ下端に加わる強制外力と考えてポンプの振動応答を求め、スロッシングを考慮しないポンプ系の振動応答に重ねる方法では応答評価に誤差が大きく生じるのか。

〔回答〕 スロッシングの影響だけを考えると、ご指摘のように変位伝達率によって結果を表したほうが便利かもしれないが、ここでは元来、上部支持端に加えられる入力加速度に対する応答が問題であり、スロッシングによる流体力はもう一つの入力源として加えられたことになる。そこで加速度に対する曲げ応力の大きさによって結果を表したわけであるが、一つにはこの実験に用いた測定器が加速度計とひずみ計であったため、データをそのまま用いてプロットできる便利さもあった。

(2) 非線形性の強弱によらず、スロッシングの流体力を強制入力としてつけ加えれば、かなりの精度で応答計算ができると思うが、この流体力は入力地震動に依存しているから、支持端に加えられる強制入力と流体力による強制入力とは独立に考えることができない。入出力の関係を明らかにするためにブロック線図を用いると、付図1のようになる。