床質量を考慮した弾性床上の任意形状板の振動*

長 屋 幸 助**, 竹 内 潤***

Vibration of a Plate with Arbitrary Shape on an Elastic Foundation
in Consideration of Effects of Masses of Foundation

by Kosuke NAGAYA and Jun TAKEUCHI

This paper presents a method for solving vibration problems of a plate with irregular shape lying on an elastic foundation in consideration of effects of masses of foundation. For the foundation, the equation of motion of longitudinal vibrations of a solid is utilized, and the solutions of both the foundation and the plate are joined together by use of the conditions of continuity between the plate and the foundation. The analysis uses the Fourier expansion collocation method given by Nagaya to satisfy the irregular boundary conditions. Numerical calculations have been carried out for general polygonal plates on elastic foundations. The results for the plate on Winkler's foundation are also given to compare both results. It is clarified that there are some discrepancies between the present result which includes foundation inertias and that of Winkler's foundation.

Key Words: Vibration, Plate, Irregular Shape, Arbitrary Shape, Polygonal Plate, Foundation, Foundation Inertia

1. 結 言

生産機械の回転などに起因する振動は製品および環境へ悪影響を及ぼすため、振動の影響を取り除くため防振対策を行わなければならない。一般に構造物の要素として多く用いられる板に対しては、板と床の間に防振ゴムあるいはばねを挿入した弾性床が多く用いられてきた。したがって弾性床を有するはり、板または弾性的に結合されたはりなどの振動に対して工業上の必要性から多くの研究がなされてきた⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾。これら弾性床の解析には床を質量の無い密なばねで近似したWinklerの提案によるWinkler床モデルが一般に使用されている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし実際には床に質量があり、Winkler床で表しきれない振動現象が存在し、より実際現象を正確に記述するモデルが必要であるが、これらに対し、斎藤・長南⁽³⁾⁽⁴⁾は弾性床を密なばねで近似し、さらにばね質量を考慮することを提案した。さらに無限長弾性床上のりについて二次元弾性論による厳密解と近似モデルによる解との比較検討を行い、そ

の妥当性を明らかにし、適用限界を明確にした。一方無限長棒、無限板に対しては周辺の境界各件の処理が不要のため、二次元弾性論による弾性床、粘弾性床、さらに進んで粘弾性コアを有する合せ材に対する解析も行われている。しかしWinkler床以外のモデルに対する有限板の研究は少なく、とくに板の形状が複雑になった場合の研究はほとんど見受けられない。

本報はこれらの現状にかんがみ弾性床上の任意形状板の振動を解析するものである。解析では斎藤・長南らのモデルを採用し、固体の縦振動の方程式を床の基礎方程式として適用する。一方板は任意形状として取扱うが、この場合は板周辺の境界処理が複雑となる。そこで本報では著者の一人が提案しているフーリエ展開境界値平均法⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾を境界処理の方法として採用し、板の運動方程式ならびに床の運動方程式を連立させて、弾性床上の一般形状板に適用できる振動方程式を誘導した。具体例として本解による弾性床上の正多角形板をまずとりあげ数値計算を行った。さらにWinkler床の場合の結果をも求め、両結果の比較検討を行い、床質量が系の振動へ及ぼす影響を明らかにした。

2. 解 析 方 法

本報でとりあげる解析モデルは図1に示すようなも

* 昭和60年4月1日 第62期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和59年8月13日。

** 正員、群馬大学工学部(〒376 桐生市天神町1-5-1)。

*** 准員、日産自動車(株)(〒243-01 厚木市岡津古久560-2)。

ので、剛体基礎上に弾性床がありその上に板が接着されているものとする。この場合、板は周辺を並進ばねにより並進支持され、また回転ばねによって回転拘束されているものとする。本問題は周辺ばね、弾性床ならびに板の三つの連成振動であるので、解析においては弾性床の縦振動の方程式と板の運動方程式を連立させ、かつ任意形状境界の条件で解を求めることとする。

まず弾性床の縦振動について考えると、運動方程式は

$$c_s^2(\partial^2 u / \partial z^2) = \partial^2 u / \partial t^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに

$$c_s^2 = E' / \rho'$$

であり、 u は床の z 方向変位、 ρ' は弾性床の密度、 E' は縦弾性係数であり、 t は時間である。自由振動を考え ω を円振動数とすると、変位は

$$u = U e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と書くことができる。式(2)を式(1)に代入し、一般解を求めると

$$u = \{C \cos(\omega z / c_s) + D \sin(\omega z / c_s)\} e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに C, D は積分定数である。弾性床は剛体表面で変位が零であるから、 $(u)_{z=L} = 0$ より式(3)は

$$u = C \{ \cos(\omega z / c_s) - \cot(\omega L / c_s) \cdot \sin(\omega z / c_s) \} e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (4)$$

同様に板の曲げ変位を

$$w = W(r, \theta) e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (5)$$

とおき、弾性床表面 ($z=0$) において板の変位と床の変位の連続性 $[(u)_{z=0} = (w)_{z=0}]$ を考慮すると、式(4)、(5)より床の変位は板の変位を用いて次のように表される。

$$u = W \{ \cos(\omega z / c_s) - \cot(\omega L / c_s) \sin(\omega z / c_s) \} e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (6)$$

一方板の運動方程式は

$$D \nabla^2 \nabla^2 w + \rho h (\partial^2 w / \partial t^2) = (q)_{z=0} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに

$$D = Eh^3 / \{12(1-\nu^2)\}$$

は板の曲げ剛性、 ∇^2 は二次元のラプラス演算子、 ρ

は密度、 h は板厚、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比であり、 $(q)_{z=0}$ は弾性床の突き上げ反力である。床の反力は単位面積あたり

$$q = E' (\partial u / \partial z) \quad \dots\dots\dots (8)$$

であるから、式(6)を式(8)に代入し、これを式(7)に代入すると、板の変位を求める偏微分方程式が得られる。すなわち

$$\nabla^2 \nabla^2 W - \left\{ \frac{\rho h \omega^2}{D} - \left(\frac{E'}{D} \right) \left(\frac{\omega}{c_s} \right) \cot \frac{\omega L}{c_s} \right\} W = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(9)の解を求め、中実板を考えると変位関数は

$$W = \sum_{j=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n \{ A_{jn} J_n(ar) + B_{jn} I_n(ar) \} \Phi_{jn} \quad (10)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} a^4 &= \frac{\rho h \omega^2}{D} - \left(\frac{E'}{D} \right) \left(\frac{\omega}{c_s} \right) \cot \frac{\omega L}{c_s} \\ \epsilon_n &= 1/2 \quad (n=0), \quad \epsilon_n = 1 \quad (n \geq 1) \\ \Phi_{1n} &= \cos n\theta, \quad \Phi_{2n} = \sin n\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

また A_{jn}, B_{jn} は積分定数、 $J_n(ar)$ は n 次の第1種ベッセル関数、 $I_n(ar)$ は n 次の変形1種ベッセル関数である。

板の外周境界 Γ は回転ばねによって拘束され、かつ並進ばねにより並進拘束されている場合を考え、法線座標を r_n とすると、境界条件は

$$\begin{aligned} (V)_\Gamma &= -k_1(w)_\Gamma \\ (M)_\Gamma &= k_2(\partial w / \partial r_n)_\Gamma \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに V はキルヒホッフのせん断力、 M は曲げモーメント、 k_1 は板端に沿う単位長さ当たりの並進ばね定数、 k_2 は板端の単位長さ当たりの回転ばね定数である。式(10)を用いて式(12)の境界条件式をただちに満足させることは困難であるので、以下フーリエ展開境界値平均法を適用する^{(6)~(8)}。すなわち文献(6)~(8)と同様に任意形状境界を微小部分に分割し、微小境界上で基準軸と境界の法線とのなす角を一定と仮定する〔文献(12)の図1参照〕。この仮定に基づき境界に垂直な x_i 方向について、たわみ角、曲げモーメント M_{xi} 、せん断力 V_{xi} を求めると

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x_i} &= \alpha \left\{ \sum_{j=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n (A_{jn} C_{jn}^i + B_{jn} D_{jn}^i) \right\} \\ M_{xi} &= -D \alpha^2 \left\{ \sum_{j=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n (A_{jn} E_{jn}^i + B_{jn} F_{jn}^i) \right\} \\ V_{xi} &= -D \alpha^3 \left\{ \sum_{j=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n (A_{jn} G_{jn}^i + B_{jn} H_{jn}^i) \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに $C_{jn}^i \sim H_{jn}^i$ は文献(6)の式(13)を用いて表される。すなわち C_{1n}^i は文献(6)の E_{1n}^i に、 D_{1n}^i は E_{2n}^i に、 E_{1n}^i は G_{1n}^i に、 F_{1n}^i は G_{2n}^i に、 G_{1n}^i は H_{1n}^i に、ま

図1 周辺を並進ばねおよび回転ばねで拘束された弾性床上的の任意形状板

た H_{1n}^j は H_{2n}^j にそれぞれ等しい式となる。これらの式は $j=1$ に対するものであるが、 $j=2$ のときは $\cos n\theta$ を $\sin n\theta$ に、 $\sin n\theta$ を $-\cos n\theta$ に置きかえることによって、 $C_{2n}^j \sim H_{2n}^j$ の式を直接求めるのことができる。いま板が基準軸に関して対称な場合を考えると、板の振動は対称軸に関して対称な振動とそれに反対称な振動に分離される。したがって対称軸から座標 θ をとり、境界に沿って式(13)をフーリエ展開すると、式(12)の境界条件式は近似的に次式のように二重フーリエ級数に展開される。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (A_{jn} S_{mn}^{1j} + B_{jn} S_{mn}^{2j}) \phi_{jm} &= 0 \\ (j=1, 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (A_{jn} S_{mn}^{3j} + B_{jn} S_{mn}^{4j}) \phi_{jm} = 0$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} S_{mn}^{kj} &= (2/\pi) \sum_{i=1}^I \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} Z_{jn}^k(\theta) \phi_{jm} d\theta \\ (K=1, 2, 3, 4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\phi_{1m} = \cos m\theta, \quad \phi_{2m} = \sin m\theta$$

また

$$\left. \begin{aligned} Z_{jn}^1 &= -\alpha^3 b^3 G_{jn}^1(R_i, \theta) + (k_1 b^3/D) J_n(\alpha R_i) \Phi_{jn} \\ Z_{jn}^2 &= -\alpha^3 b^3 H_{jn}^2(R_i, \theta) + (k_1 b^3/D) I_n(\alpha R_i) \Phi_{jn} \\ Z_{jn}^3 &= -ab E_{jn}^3(R_i, \theta) + (k_2 b/D) C_{jn}^3(R_i, \theta) \\ Z_{jn}^4 &= -ab F_{jn}^4(R_i, \theta) + (k_2 b/D) D_{jn}^4(R_i, \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

式中 b は式を無次元化するために導入された代表長さ、 I は $\theta=0 \sim \pi$ における分割境界の総数、 R_i は i 番目の分割境界の r 座標で、円板以外の板では θ の関数として表される。

式(14)において対称モードの場合、 $j=1, n, m=0, 1, \dots, N$, 反対称モードの場合は $j=2, n, m=1, 2, \dots, N$ とおくことによりマトリックス形式の振動方程式が得られる。すなわち対称モードの場合は

$$\begin{bmatrix} S_{00}^{11} \cdots S_{0N}^{11} & S_{00}^{21} \cdots S_{0N}^{21} \\ \vdots & \vdots \\ S_{N0}^{11} \cdots S_{NN}^{11} & S_{N0}^{21} \cdots S_{NN}^{21} \\ S_{00}^{31} \cdots S_{0N}^{31} & S_{00}^{41} \cdots S_{0N}^{41} \\ \vdots & \vdots \\ S_{N0}^{31} \cdots S_{NN}^{31} & S_{N0}^{41} \cdots S_{NN}^{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{10} \\ \vdots \\ A_{1N} \\ B_{10} \\ \vdots \\ B_{1N} \end{bmatrix} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

式(17)を解くことにより板単独の固有値 ab が得られる。したがってこの固有値 ab を用いて式(11)より弾性床上の板の振動が決定される。すなわち式(11)を代表長さ b を用いて無次元化すると

$$(ab)^4 = \frac{\rho h \omega^2 b^4}{D} - \frac{E'}{D} b^4 \frac{\omega}{c_s} \cot \frac{\omega L}{c_s} \dots\dots\dots (18)$$

式(18)より弾性床上の板の固有値を決定する式が得られる。すなわち

$$(\lambda b)^4 - (\lambda b)^2 \sqrt{\sigma \tau} \cot \left\{ (\lambda b)^2 \sqrt{\frac{\sigma}{\tau}} \right\} - (ab)^4 = 0 \dots\dots\dots (19)$$

ここに

$$\lambda b = \left(\frac{\rho h \omega^2 b^4}{D} \right)^{1/4}, \quad \sigma = \frac{\rho' L}{\rho h}, \quad \tau = \frac{E' b^4}{DL} \dots\dots (20)$$

式(17)より得られた ab の値を式(19)に代入し、これを満足する λb を求めると、弾性床と任意形状板の連成系の振動数が決定されたことになる。

3. 数値計算例

本研究で示した振動方程式は解析の過程において、板の形状になんらの限定を設けていないのであらゆる形状の板の結果を与える。すなわち数値計算の過程で微小分割境界の法線角度 γ_i および境界上の r 座標 R_i を理論的あるいは数値的に与えることにより Z_{jn}^k が求められ、式(15)に代入することにより計算上必要なすべての未知数が決定され、これより固有振動数が求められる。以下具体例として正三角形、正方形、正五角形、正六角形の4種類の形状の板をとりあげ数値計算を行う。数値計算に用いた諸量は図2に示してある。またこれらの正多角形板において微小境界の r 座標 R_i はすべての形状に対して次式によって表される。

$$R_i/b = 1/\cos(\theta - \gamma_i) \dots\dots\dots (21)$$

ここに代表長さ b は多角形重心から各辺までの垂直距離としている。数値計算法は文献(6)~(17)と同様

図2 弾性床上の正多角形板の数値計算に必要な諸量

表 1 周辺弾性支持された正多角形板の無次元固有振動数 $(ab)^2$ の値

	Mode	$k_1 b^3/D$	0	100	200	10000	10000
		$k_2 b/D$	0	500	100	0	10000
Triangle	S1	3.44	7.06	7.42	4.44	8.34	
	S2	8.22	10.02	13.72	10.35	15.76	
	A1	3.44	15.29	16.09	10.35	15.76	
Square	S1	4.09	7.71	8.09	4.93	8.99	
	S2	5.43	12.97	15.00	12.19	18.17	
	A1	4.09	12.97	15.00	12.19	18.17	
Pentagon	S1	2.68	8.11	8.46	5.09	9.34	
	S2	7.05	12.84	15.22	12.44	18.72	
	A1	2.69	13.56	15.78	12.95	19.22	
Hexagon	S1	3.70	8.03	8.51	4.59	9.28	
	S2	6.98	13.37	15.84	12.94	19.47	
	A1	3.70	13.37	15.84	12.94	19.47	

表 2 周辺単純支持された弾性床上の正多角形板の無次元固有振動数 $(\lambda b)^2$ の値

	σ	Mode	τ		
			1	3	5
Triangle	0.1	S1	4.44	4.66	4.87
		S2	9.43	10.27	10.39
		A1	9.43	10.27	10.39
	0.3	S1	4.19	4.49	4.70
		S2	5.66	8.97	9.73
		A1	5.66	8.97	9.73
Square	0.1	S1	4.93	5.14	5.32
		S2	9.75	12.01	12.15
		A1	9.75	12.01	12.15
	0.3	S1	4.57	4.93	5.13
		S2	5.74	9.46	10.99
		A1	5.74	9.46	10.99
Pentagon	0.1	S1	5.08	5.29	5.47
		S2	9.77	12.23	12.38
		A1	9.80	12.70	12.87
	0.3	S1	4.69	5.08	5.27
		S2	5.69	9.50	11.13
		A1	5.69	9.56	11.39
Hexagon	0.1	S1	4.61	4.83	5.03
		S2	9.80	12.69	12.85
		A1	9.80	12.69	12.85
	0.3	S1	4.33	4.65	4.85
		S2	5.69	9.56	11.39
		A1	5.69	9.56	11.39

であるのでここでは詳細を省略する。

本解では板の端を支持する回転ばねおよび並進ばねのばね定数を変化させることにより、種々の境界条件を設定することができる。すなわち $k_1 b^3/D=0$, $k_2 b/D=0$ で自由, $k_1 b^3/D=\infty$, $k_2 b/D=0$ で単純支持, $k_1 b^3/D=0$, $k_2 b/D=\infty$ でロール端, $k_1 b^3/D=\infty$, $k_2 b/D=\infty$ で固定である。しかし数値計算上 $k_1 b^3/D=\infty$, $k_2 b/D=\infty$ とすることはできないので、ここではばね定数の増加に対する振動数の変化を検討し、 $k_1 b^3/D=k_2 b/D=10\,000$ の場合を固定とみなすこととする。以上のようにして求められた結果を表 1~3 および図 4~8 に示す。図または表中で S は基準軸(図 2 の一点鎖線)に対称なモードを表し、A はこれに反対称なモ

表 3 周辺固定された弾性床上の正多角形板の無次元固有振動数 $(\lambda b)^2$ の値

	σ	Mode	τ		
			1	3	5
Triangle	0.1	S1	8.11	8.35	8.49
		S2	9.87	15.10	15.51
		A1	9.87	15.10	15.51
	0.3	S1	5.59	7.78	8.08
		S2	11.38	9.74	12.24
		A1	11.38	9.74	12.24
Square	0.1	S1	8.64	8.98	9.10
		S2	9.89	16.41	17.71
		A1	9.89	16.41	17.71
	0.3	S1	5.62	8.23	8.63
		S2	16.85	9.81	12.47
		A1	16.85	9.81	12.47
Pentagon	0.1	S1	8.90	9.31	9.43
		S2	9.90	16.60	18.18
		A1	9.90	16.67	18.61
	0.3	S1	5.63	8.46	8.93
		S2	16.94	9.82	12.51
		A1	16.99	9.83	12.53
Hexagon	0.1	S1	8.85	9.25	9.37
		S2	9.90	16.71	18.81
		A1	9.90	16.71	18.81
	0.3	S1	5.63	8.42	8.87
		S2	17.21	9.83	12.54
		A1	17.21	9.83	12.54

ードであり、また $\sigma(=\rho' L/\rho h)$ は弾性床と板の質量比、 $\tau(=E' b^4/DL)$ は弾性床と板のばね定数比(剛性比)に相当する。

図 3 は弾性床上の周辺自由正方形板の対称一次モードに対する無次元固有振動数 $(\lambda b)^2$ と剛性比 τ の関係を図示したもので、式(17)より得られる板単独の固有値は $(ab)^2=4.093$ である。本解の結果と従来解の結果との比較のため、Winkler 床の結果も別に計算して破線で示す。本解で与えた式(19)の振動数方程式は床の慣性を考慮しているため、板の振動形が限定されても、床の縦振動は深さ方向に多くの振動形を有する。すなわち図 3 で Winkler 床の振動数がひとつしか存在しないのに対し、本解の振動数が多数存在するのは深さ方向に節を有する振動形が多数存在することを意味しており、図 3 で振動数の低いものから順に床の深さ方向の一次、二次、三次、…振動を表している。図 3 より τ が大、すなわち弾性床が剛くなると固有振動数が増加し、質量比 σ が大きくなると、同じ ab の値に対して前述のように振動数が複数個存在する。すなわち、 $\sigma=0$ の曲線より下に現れる曲線が板の振動が支配的な振動であり、 $\sigma=0$ の曲線より高い範囲に現れる曲線が弾性床の振動が支配的な振動を表している。一方図 4 は弾性床上の周辺自由正方形板の対称二次モードに対する結果 $[(ab)^2=5.434]$ を、図 5 は周辺固定正五角形板の反対称一次モード $[(ab)^2=19.22]$ の結果を表し、図 6 は周辺固定正五角形板の反対称二次モード $[(ab)^2=29.84]$ の結果を示す。図 3~6 を通して

Winkler 床の仮定は τ が 0.5 以上でかつ σ が 0.1 以下の対称モードでは成立するが、板が反対称の振動を行う場合は σ が小さくてもこの仮定はわずかな領域で成立するのみで、一般的には誤差をもつ仮定となっていることがわかる。いずれの場合も床質量が大となると、床の動きに支配される高次の振動数が存在することが認められる。図 7 は正多角板の周辺支持ばねの変化に対する式 (17) の固有値 $(\alpha b)^2$ の変化を示したものである。図 7 から支持ばね定数を大とすると、固有値も増大し、 $k_1 b^3/D=1000$ 付近ではほぼ一定値となり、周辺単純支持板の固有値に一致する。また図 8 は弾性

図 3 板の振動が対称一次の場合の弾性床上の周辺自由正方形板の無次元固有振動数と剛性比との関係 $[(\alpha b)^2=4.093, \nu=0.3]$

図 4 板の振動が対称二次の場合の弾性床上の周辺自由正方形板の無次元固有振動数と剛性比との関係 $[(\alpha b)^2=5.434, \nu=0.3]$

図 5 板の振動が反対称一次の場合の弾性床上の周辺固定正五角形板の無次元固有振動数と剛性比の関係 $[(\alpha b)^2=19.22]$

図 6 板の振動が反対称二次の場合の弾性床上の周辺固定正五角形板の無次元固有振動数と剛性比の関係 $[(\alpha b)^2=29.84]$

図 7 周辺弾性支持正多角形板の無次元固有振動 $(\alpha b)^2$ と無次元並進ばね定数 $k_1 b^3/D$ との関係 ($k_2 b/D=0, \nu=0.3$)

床上の周辺弾性支持正三角形板に対する結果で、周辺の回転ばね定数の変化に対する振動数 $(\lambda b)^2$ の変化の様相を示したものである。

一方表1は回転ばねと並進ばねのばね定数を変化させた場合の正多角形板の $(ab)^2$ の値の変化を示したものである。また表2は周辺単純支持正多角形板の各モードに対する板と床の系の第一次の無次元固有振動数 $(\lambda b)^2$ の値を示し、表3は周辺固定正多角形板に対する $(\lambda b)^2$ の値を示したものである。

4. 結 言

本研究は弾性床上の任意形状板の振動を床の質量の影響を考慮して解析したものであり、その内容を要約すると

(1) 弾性床に連続体の縦振動の方程式を適用し、これと板の方程式を連立させて解を導き、フーリエ展開境界値平均法により境界条件を満足させ、弾性床上におかれた任意形状板の一般的な振動方程式を誘導した。

(2) 具体例として正多角形板をとりあげ数値計算を行い、床のこわさおよび床の慣性質量がいかに系の振動に影響を与えるかを検討した。さらに Winkler の仮定による結果をも求め、本解より得られた値との比較検討を行った。その結果 Winkler 床の仮定は床の質量が十分に小さく、かつ床の剛性が比較的大きい場合に成立するが、一般的には床の質量を考慮しなければならないことが明らかにされた。

(3) 床の質量を考慮することにより Winkler の

図8 周辺弾性支持された弾性床上の正三角形板の無次元固有振動数 $(\lambda b)^2$ と無次元回転ばね定数 $k_b b/D$ との関係
($\sigma=0.5$, $k_1 b^3/D=200$, $\nu=0.3$)

仮定では表しきれない床の高次モードの振動数の存在を明示することができた。

文 献

- (1) Seeling, J. M. and Hoppmann, W. H. Jr., *J. Acoust. Soc. Am.*, 36 (1964), 93.
- (2) Seeling, J. M. and Hoppmann, W. H. Jr., *Trans. ASME, Ser. E*, 31-4 (1964), 621.
- (3) 斎藤・長南, 機論, 34-267 (昭43), 1898.
- (4) 長南, 機論, 41-350 (昭50), 2815.
- (5) 浜田・ほか2名, 機論, 49-439, B (昭58), 289.
- (6) 長屋, 機論, 47-420, B (昭56), 1000.
- (7) Nagaya, K., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 49-1 (1982), 157.
- (8) Nagaya, K., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 50-4 (1983), 757.

討 論

〔質問〕 長 南 征 二〔東北大学工学部〕

図1で L を無限大にもっていくと、半無限弾性床上の板になるが、この場合弾性床のばねこわさはいくらになるのか。剛体基礎の仮定がとれれば本解析の適用範囲も広がると思われるので、ご検討いただきたい。

〔回答〕 本報では剛体基礎上に有限厚の床があるとして解析しているので、床のばね定数は板の長さ方向に沿って単位長さ当たり E/L となる。したがって L を無限大とすると、形式上ばね定数は零に近づき解が

得られなくなる。しかし振動について考えてみると、本解では質問者の方法と同じくばね定数の概念を用いず、縦振動の方程式と板の方程式を連立させて解を導いているので、 $L=\infty$ の極限の計算はできないが、かなり大きな L に対する計算は可能となる。いずれにしても半無限床の場合は半無限の境界条件を用いた別な解析によらなければ正しい結果を得ることができないので、今回は本論文程度にとどめ、今後これらの点も検討していきたいと考えている。