ボルト締結体のばね定数の簡易計算法*

伊藤 周三**, 村上 靖典***, 伊東 誼**

Engineering Calculation Method on the Spring Constant
of Bolt-Flange Assembly

by Shuzo ITOH, Yasunori MURAKAMI, and Yoshimi ITO

In this study, the interface pressure distribution of the bolt-flange assembly was measured by means of the ultrasonic waves method using the transducer of focus type and a simplified calculation method of the spring constant of the bolt-flange assembly has been suggested on the basis of the measured results. To confirm the validity of the proposed method, a rigidity of the corresponding bolt-flange assembly has been investigated for the same specimens, and it can be observed that the calculation and measured results are in good agreement. In addition to the rigidity test, the effect of the surface roughness has also been investigated in detail, and it can be found that the joint surface with smaller roughness has larger effects on the interface pressure distribution.

Key Words: Fixing Element, Bolted Joint, Ultrasonic Measurement, Interface Pressure Distribution, Equivalent Pressure Cylinder, Stiffness Test, Spring Constant, Engineering Calculation Method

1. ま え が き

ボルト締結は機械、装置の基本構造要素を結合する方法のひとつとして、広く使用されており、ボルト締結の信頼性が直接構造全体の信頼性を支配する一要因となることが多いため、その重要性が非常に高まってきた。このボルト締結の合理的な設計にとって重要な因子のひとつは、被締付け材のばね定数であり、これは特に締結ボルトの疲れ破壊、振動に対するゆるみの防止などに関連して重要である。

このばね定数を求める方法としては Röscher の圧力円すいで定まる締付け力の作用範囲を用いて算出する方法に始まって、これまで数多くの理論的研究が行われてきている。例えば、三次元弾性論による有孔無限板として解析⁽¹⁾や有限円筒としての解析⁽²⁾、また、最近では有限要素法による解析⁽³⁾などが行われているが、多くの場合その計算モデルは、結合面の存在を無視した一体形の被締付け体としている。しかしながら、Thornley ら⁽⁴⁾の研究によると、結合面が存在する分

割形と存在しない一体形では被締付け材のばね定数は大きく異なり、結合面の影響は非常に大きいことが指摘されている。また、三次元弾性論を用いる場合には計算はかなり複雑であり、実際の設計に適用するうえで問題がある。

そこで本研究では、ボルト締結体の合理的な強度設計への寄与を目的として、まずこのような二体接触問題を究明するうえで有効なことを確認している超音波接触圧力測定法⁽⁵⁾により、被締付け材のばね定数の算出に密接に関係する結合面の接触状態を支配する因子、すなわち、締付圧力の有効作用範囲とその圧力分布形状を測定している。ついで、その結果を基にばね定数を算出する簡易計算法を提案するとともに、その妥当性を調べるために被締付け体が一体形と分割形の場合における剛性実験を行っている。さらに、ばね定数に及ぼす結合面の表面性状の影響についても検討を行っている。

2. 単一ボルト締結体の締付圧力分布測定

2.1 実験装置および方法 締付圧力分布測定は、以前の報告⁽⁶⁾で測定精度のよいことが確認された図1に示す装置を用いて行っている。この装置では、図中の上部試験片①(外径 $d=110$ mm, 板厚 $h=8$,

* 昭和60年4月1日 第62期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和59年10月23日。

** 正員、東京工業大学(〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

*** 学生員、東京工業大学大学院。

16, 24 mm および 32 mm) と下部試験片② (外径 $D=110$ mm, 板厚 $h^*=50$ mm) で構成される単一ボルト締結体の締付圧力分布を焦点形振動子③により測定できるようになっている。なお, 上部, 下部試験片はホルダ④に組み込まれており, 下部試験片はねじ止めによりホルダに固定されている。一方, 焦点形振動子は X-Y ステージ⑤と一体になっている位置決めホルダに取付けられており, 一定のばね力によって下部試験片の下面に接触させている (接触媒質: #90 タービン油)。

測定は, まず試験片のある直径上における無負荷時の反射波高 h_{e0} を連続測定した後, その状態を保持しながら締付力 ($Q=5\sim 20$ kN; 5 kN ごと) を締付ボルト首下部にはり付けたひずみゲージにより設定し, その時の反射波高 h_e を h_{e0} と同様に連続検出する方法で行っている。ついで, ボルト締結全体を 15° ごとに割り出して同様の手順で h_{e0} と h_e の測定を行っている。この測定では, 焦点形振動子の位置 (測定位置) と対応する反射波高は, それぞれポテンショメータ⑦と超音波探傷器⑥により検出し, X-Y レコーダ⑧に記録している。なお, 測定したデータの処理は A/D 変換器⑨を用いてパーソナルコンピュータ⑩により行っ

た。

本実験では, 結合面での超音波の投射径は 4.3 mm, 使用周波数は 5 MHz, また, 結合面は研削面直交合せとし, その表面あらさおよびうねりは表 1 のとおりである。ここで, 測定結果は $E_R^*(1-h_e/h_{e0})$ 値を用いて整理しているが, この E_R^* 値は接触圧力にほぼ比例する量である。なお, 本測定方法の原理および焦点形振動子の概要についてはこれまでの報告を参照していただきたい⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾。

2・2 締付圧力分布および締付圧力有効作用範囲

図 2 に定性的な二次元締付圧力分布の測定例を示すように, 締付圧力は完全な同心円状ではなく, ゆがんだ円形状でほぼ軸対称形状に分布している。そこで, 以後の取扱いの便宜上, 各々の E_R^* に対応する等圧線で囲まれた領域の面積に等しい真円を考えて, 締付圧力分布を修正 (等価締付圧力分布と呼ぶ) し, $E_R^*=0$ に対する真円の半径 (r_e) をもって等価締付圧力有効作用範囲としている。なお, 被締付け材のばね定数算出に当たっては, この定性的な締付圧力分布を定量化する必要があるため, 図 3 に示す実験装置により E_R^* 値と面圧力の校正曲線を求めた。すなわち, 図中①, ②が上部, 下部試験片であり, この 2 面間にロードセル③により鋼球を介して垂直荷重を加え, この時に生じる反射波高の変化を焦点形振動子④により検出し, 垂直荷重とともに X-Y レコーダに記録している。図 4 はこのようにして得られた校正曲線であり, 図 5 はこ

(a) 外観

(b) 概略図

図 1 二次元締付圧力分布測定装置の概略

表 1 試験片の表面あらさおよびうねり

Test specimen No.	Upper testpiece		Lower testpiece	
	Ra1 μm	WCM1 μm	Ra2 μm	WCM2 μm
1	0.08 ~ 0.10	0.60 ~ 0.70	0.09	0.70
2	0.56 ~ 0.62	2.20 ~ 3.00	0.34	2.85

note) Testpiece material: S45C

図 2 二次元締付圧力分布の測定例

のような校正曲線を使用して定量化した等価締付圧力分布の一例である。

3. 被締付け材のばね定数の算出方法

ばね定数の算出は図5に示した等価締付圧力分布を基に行うので、図6には計算に必要な諸量を示してある。まず、締付圧力の総和を求めるが、この場合締付圧力の積分値は中心部が空洞な截頭曲面体の体積(V)と等しくなるので次式の関係が得られる。

$$V = \int_{r_0}^{r_e} 2\pi r P dr \quad \left. \begin{array}{l} P = f(r) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

P : 締付圧力

r_e : 等価締付圧力有効作用範囲半径

r_0 : ボルト穴半径

なお、締付圧力の積分値(V)と締付力(Q)との相違は、一般的に10%以内である。

次に、その積分値が V と等しい、最大圧力が均一分布する円筒(圧力円筒と呼ぶ)の半径を求める。すなわち、この圧力円筒はモーメントイメージ法⁽⁶⁾によって定められる仮想円筒といえる。この圧力円筒の特徴は、Rötscherの圧力円筒の母線を2等分するような等価円筒の欠点を改良する点にある。すなわち、実際の圧力分布形状はそのす野部分で大きな変化を示すと同時に、ボルト近傍部において最大値を示す山形分布であり、この点を考慮したのが圧力円筒の考え方である。ここでモーメントイメージ法を用いると、圧力円筒の半径 R は次式により求められる。

図3 校正曲線測定装置概略図

$$R = \sqrt{r_0^2 + \frac{1}{\pi P_{\max}} \int_{r_0}^{r_e} 2\pi r P dr} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、

$P_{\max}$: 締付圧力最大値

したがって、被締付け材のばね定数は簡単な円筒の圧縮問題として求まるので、上部、下部の被締付け材に対して次式が成立する。

$$K_{CU} = E \cdot \frac{\pi}{h} (R^2 - r_0^2) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$K_{CL} = E \cdot \frac{\pi}{h^*} (R^2 - r_0^2) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、

K_{CU} : 上部被締付け材のばね定数

K_{CL} : 下部被締付け材のばね定数

E : 被締付け材のヤング率

h : 上部試験片厚さ

h^* : 下部試験片厚さ

一方、これら被締付け材の接触部である結合部のば

図4 E_R^* と平均接触面圧力の関係

図5 等価締付圧力分布

図6 計算に用いる諸量

ね定数 (K_j) は, Ostrovskii らの式を用いて計算を行う。すなわち,

$$K_j = \frac{Q}{CP_{\max}^m} = \frac{\pi(R^2 - r_0^2)}{C} \cdot P_{\max}^{1-m} \dots \dots \dots (5)$$

ただし,

C, m : 定数

なお, 定数 C と m の値はすでに数多く公表されており, 本研究に対応するものは, 著者らの一人がすでに表面あらさと関係づけて明らかにしている⁽¹⁰⁾。したがって, ここではその値を使用した。

以上の結果, 式(3)~(5)によって求められた各部のばね定数を直列結合することにより系全体のばね定数 (K) は次式で与えられる。

$$K = \frac{1}{\frac{1}{K_{cu}} + \frac{1}{K_{cl}} + \frac{1}{K_j}} \dots \dots \dots (6)$$

4. 単一ボルト締結体の剛性実験

3章で述べた計算結果の妥当性を確認するために, 被締付け材の垂直方向変位を測定してばね定数を求めた。従来の研究では, 被締付け材の上面および下面に設けた二つの加圧片で圧縮荷重を加え, その時に生じる加圧片間の距離の変化を測定する方法, あるいは, ボルト締結された被締付け材に引張荷重を加え, その時に生じる締結ボルトの伸びを測定する方法などが用いられているが, ここでは前者の方法によって実験を行っている。

4.1 実験装置および方法 図7に実験装置の概略図を示すが, 図中の被締付け材① (一体形および分割形) は, 上部加圧片②と下部加圧片③によって圧縮力を受けるようになっており, 上部加圧片には変位検出用ボルト④, また, 下部加圧片には非接触式微小変位計 (ギャップセンサ) ⑤がそれぞれ組み込まれている。実験では, この上部, 下部加圧片間にロードセル⑥により球面軸受⑦を介して垂直荷重を加え, その時に生じる変位の変化をギャップセンサにより検出し, 垂直荷重とともに X-Y レコーダに記録している。なお, 一体形と分割形の2種類に対して変位を測定することにより, 加圧片および加圧台などの影響を補正している。また, 使用した試験片は次のとおりである。内径 $2a=10$ mm, 外径 $D=30, 70$ mm および 110 mm, 分割形の場合上部試験片の厚さ $h=8, 16, 24$ mm および 32 mm, 下部試験片の厚さ $h^*=50$ mm, それぞれの表面あらさおよびうねりは表2に示すものである。

4.2 一体形および分割形の垂直方向変位 図8には一体形の垂直方向変位の測定例を示す。図から明

らかなように, 一体形にもかかわらず低荷重域では非線形性を示している。これは, 被締付け材と上部, 下部加圧片および加圧台などの接触部の表面あらさによる局所的な塑性変形が生じているためと考えられる。そこで, 一体形の全変位 λ を (弾性変位: λ') + (影響因子の変位: δ^*) と考え, 高荷重域の線形部分より弾性変位 λ' を求め, 全変位 λ からその変位を引くことにより, 影響因子の変位 δ^* が求まることになる (図には板厚 $H=66$ mm の場合を示している)。この δ^* 値は分割形の測定でも同じであると考え, 図9には分割形の測定結果から一体形の測定で得られた各々の δ^* 値を補正した垂直方向変位 δ_j を示してある。図には表面あらさの違いによる変位量の差が認められるが, これを δ^* 値を補正した一体形の変位と比較しても, 明らかな変位の差がある。すなわち, 垂直変位に及ぼす結合部の影響が明白に認められる。そこで, 分割形の全変位 λ_s から一体形の全変位 λ を除いた結合部の変

表2 剛性実験に用いた試験片の表面あらさおよびうねり

Diameter of testpiece ϕD mm	Test specimen No.	Upper testpiece		Lower testpiece	
		Ra1 μm	Wcm1 μm	Ra2 μm	Wcm2 μm
110	1	0.08 ~ 0.10	0.4 ~ 0.55	0.08	0.4
	2	0.56 ~ 0.62	2.2 ~ 3.0	0.38	1.7
	3	1.88 ~ 2.14	2.0 ~ 5.0	0.07	0.5
70	1	0.06 ~ 0.08	0.35 ~ 0.5	0.08	0.22
	2	0.33 ~ 0.41	2.0 ~ 3.0	0.51	2.4
	3	1.69 ~ 1.78	1.9 ~ 2.0	0.06	0.75
30	1	0.06 ~ 0.08	0.25 ~ 0.42	0.08	0.53
	2	0.38 ~ 0.57	1.5 ~ 2.5	0.46	2.4
	3	1.71 ~ 2.6	1.3 ~ 2.3	0.08	0.86

note) Machining method: The upper testpiece #3 is ultrasonic of joint surface vibration turned and the other are ground.

Testpiece material: S45C

図7 剛性実験の装置概略図

位置 δ_c を求め、結合部変形に及ぼす表面あらさおよび試験片形状の影響について検討を行った。図 10 には試験片形状を外径 D /板厚 h で無次元化して示しているが、表面あらさが小さくなるにつれて δ_c 値は減少するものの、結合部を無視できる程にはならないことがよく示されている。また、 $D/h \approx 5$ で極小値を示すようになり、結合部での変位量は表面あらさおよび D/h に依存することがよくわかる。このことは、従来のばね定数を算出する理論計算においては計算モデルを一体形としているが、明らかに結合部を考慮しなくてはならないことを示唆している。

4.3 ばね定数の簡易計算値との比較 4.2 節の図 9 に示した結果において、分割形のばね定数を K_E

図 8 一体形の垂直方向変位

図 9 分割形の垂直方向変位

とすれば、 $K_E = Q/\delta_j$ によってばね定数が得られる。そこで、実験から求めた K_E 値と簡易計算から求めた K 値の比較を行うため、それぞれの結果を図 11 に同時に示す。簡易計算による結果は、表面あらさが小さい場合には実験値とかなりよく一致するが、表面あらさが大きい場合の板厚 $h=32$ mm における低荷重域においてはやや異なる。このことは、表面あらさが大きい場合、局部的な塑性変形の影響が複雑に関与しているのではないかと考えられる。また、その他次のようなことが考えられる。すなわち、本研究では締付圧力分布測定に超音波測定法を使用している関係から、計算に用いた締結方法はボルト-ねじ系であり、これに対して剛性実験ではボルト-ナット系である。したがって、結合面での締付圧力分布および変位量の取扱い方には若干の差があると思われる。ここで、計算に使用したモデルを剛性実験のモデルと対応させて考えると、締付圧力はボルト近傍では低下し半径方向に広がるような分布形状になることが予測されるので、圧力円筒の半径も大きくなるため、上部、下部試験片のばね定数は大きな値となり、系全体としても大きくなる。よって、両者とも同じモデルと仮定すると図 11 に示した計算値よりは若干大きな値になるものと推測されるが、本研究の結果、簡易計算法としての妥当性は得られたと考えている。

ところで、計算に用いた定量化された締付圧力分布の積分値と作用外力の相違は約 10 % 以内であったが、表面あらさが小さい場合の低荷重域では最大で約 50 % という大きな誤差があった。これは、校正試験片と測定対象物の表面あらさを同一に保持するようにしているが、うねりの管理が非常に難しく、それに差異が

図 10 結合部の垂直方向変位 (締付荷重: $Q=20$ kN)

(a) 板厚 $h=16$ mm の場合

(b) 板厚 $h=32$ mm の場合

図 11 被締付け材ばね定数の計算値と実験値の比較

あったため、その影響によるものと考えられる。しかし、この影響は被締付け材のばね定数算出には影響ないと考えられる。すなわち、圧力円筒を求める計算過程で同じ校正曲線から得られた圧力を用いているため、誤差を打ち消しあっていると考えられる。したがって、本計算方法の基礎となっている校正試験片と測定対象物の表面あらさおよびうねりの同一性を保って締付圧力分布測定ならびに校正実験を行うことにより、計算精度はさらに向上するものとする。

5. ま と め

ボルト締結体の締付圧力分布を測定し、その結果を基に被締付け材のばね定数を推定する簡易計算法の提案を行い、その妥当性を検討するとともに、結合面の表面性状を変化させて剛性実験を行い、被締付け材のばね定数に及ぼす影響について考察を行った。その結果得られた主な結論は次のとおりである。

(1) 提案した方法による計算値と剛性実験から求めた結果を比較したところ、両者はほぼ一致しており、簡易計算法の妥当性が確認された。

(2) 計算精度は、測定対象物と校正試験片のそれぞれの表面性状の相違、特にうねりの違いによって大

きく影響されるので、接触状態の同一性を保つ必要がある。

(3) 一体形と分割形では明らかに垂直変位に及ぼす結合部の影響があり、その結合部での変位量は表面あらさが小さくなるにつれて減少するとともに、 D/h に依存することが認められ、ボルト締結体のばね定数を算出する際には結合部の存在を考慮しなければならないことを明らかにした。

終わりに、本研究の一部は昭和 59 年度文部省科学研究費補助金(No. 59918013)を受けて行ったものであることを付記し、関係各位に感謝の意を表す。

文 献

- (1) 光永、機論, 31-231 (昭 40), 1750.
- (2) 柴原・尾田、機誌, 72-611 (昭 44), 1611.
- (3) 例えば、丸山・ほか 2 名、機論, 41-344 (昭 50), 1289.
- (4) Thornley, R. H., ほか 3 名, *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, 5-1/2 (1965), 57.
- (5) 例えば、Ito, Y., ほか 2 名, *Trans. ASME, J. Mech. Des.*, 101-2 (1979), 330.
- (6) 伊藤・ほか 2 名、機論, 50-458, C (昭 59), 1816.
- (7) 益子・伊東、機論, 34-257 (昭 43), 191.
- (8) 伊東、非破壊検査, 25-10 (昭 51), 669.
- (9) 伊藤・ほか 2 名、機論, 48-425, C (昭 57), 70.
- (10) 谷口・ほか 2 名、機論, 49-443, C (昭 58), 1282.

討 論

〔質問〕 沢 俊 行〔山梨大学工学部〕

ばね定数に関する貴重な研究に敬意を表するとともに興味深く拝見した。

(1) 図 7 の実験装置をみると、加圧台と加圧片の変位も含まれているように思われるが、この影響を具体的にどのように補正されているのか。

(2) 本測定では K_{cu} , K_{cl} においても式(5)のほかに接触面の影響が考慮されているが、 K_{cu} , K_{cl} は

弾性論による計算⁽²⁾で求め、接触部では式(5)を考慮する方法ではいかがか。

(3) 図 10 の δ_c に関して D/h の影響を述べられているが、物理的にはどのように考えればよいのか。 $D/h=3\sim 5$ 以上では接触面は分離すると考えられるが、いかがお考えか。

〔回答〕 (1) ご質問の件は 1819 ページ左欄下 2 行～右欄 12 行にかけて一応説明してあるが、以下

に多少詳しく説明したい。本来、一体形の試片に圧縮荷重を作用させると荷重と変位の関係は線形になるはずであるが、図8に示すように低荷重域では非線形性を示した。これは加圧台や加圧片の影響が含まれた結果と考えられる。そこで、この影響を補正するにあたっては、一体形の測定で得られた全変位 λ のうち、弾性変形を示す線形部分と同じ傾きをもつ直線を原点から引き、これを一体形の試験片のみの変位 λ' とし、 λ からこの λ' を引くことにより加圧台や加圧片の影響因子の変位 δ^* としている。なお、この δ^* 値は分割形の測定においても同値と考え、一体形の各々の試験片厚さに対して得られた δ^* 値を、一体形と対応する分割形のそれぞれの測定結果から引くことにより、測定結果の補正を行っている。

(2) 本研究では、まず等価な圧力円筒を求めるために、圧力分布へ及ぼす接触面の影響は考えている。しかし、ばね定数 K_{cu} と K_{cl} の算出では接触面の影響は考えていない。すなわち、 K_{cu} と K_{cl} の算出には接触面における等価圧力の存在範囲は考慮しているが、系に及ぼす接触面の影響は式(5)で計算を行っている。なお、ご指摘の弾性論によって K_{cu} と K_{cl} を算出してもよいと思われるが、この場合、対象とすべきボルト締結体における境界条件、例えば等価円筒の半

径を見つけるのが困難であり、計算も複雑になることが考えられ、本研究の目的からはかけ離れたものになると思われる。

(3) 本測定では、外径 D を3種類、板厚 h を4種類変化させており、その結果を図10にまとめて示してある。したがって、 D/h が約5以上では上部試験片がたわみやすい形状であり、弾性床上の平板と見なせるため、結合面の圧力分布は非線形分布を示す。すなわち、圧力分布は中心部で高くなるため、外周部ではそりを生じ中心部で下部試験片に沈み結合面の変位 δ_c は大きくなっていると考えられる。また、 D/h が約3~5では剛体として考えられるような形状であり、結合面の表面あらさ R_{max} と同程度かそれ以下の値となっている。したがって、この状態では δ_c は結合面のみに起因する変形を示すと考えられる。なお、表面あらさが小さい R_a の和が約 $0.2\mu\text{m}$ の場合には試験片の平面度の影響がありやや高い値を示している。さらに、 D/h が約3以下では結合面の見かけの接触面積が小さな形状である。このため圧力分布の作用範囲は途中で切られ、その切られた部分の圧力は中心部へ付加される状態(モーメントイメージ法が成立)となり、中心部での圧力が増大する。その結果、結合面での δ_c 値は大きくなったものと考えられる。