フレキシブルロボットアームの制御*
(第1報, 一, 二自由度系の位置決め時の振動制御)

福田 敏 男**

Control of Flexible Robotic Arms
(1st Report, Vibration Control of First and Second Degrees of Freedom System)

by Toshio FUKUDA

Dynamic characteristics and control methods of a flexible robotic arm of first degree of freedom system are shown based on modelling a flexible arm as an elastic beam. Vibrations of the arm in positioning can be suppressed by the dynamic compensation with consideration of the arm flexibility, which current robotic arms have more or less in manipulating payloads. Subsequently, a control method of a SCARA type of a second degree of freedom system is shown based on the local feedback with variable adaptive gains to suppress vibrations in positioning control. In case of arm collisions against other objects, a control method to recover the state before collision is also shown as an application. The control methods proposed here are not limited to this special type of robotic arms, but also more general cases.

Key Words: Flexible Robotic Arm, Flexibility Control, Vibration Control, Force Control, Collision Recovery Control

1. 緒 言

産業用ロボットアームの軽量化・高速動作を行う場合や、その他の宇宙・原子力などの特殊環境下のマニプレータの制御を行う場合には、アームの剛性が必ずしも充分でないで位置決め制御時に振動が発生し、これが、位置決め精度と作業効率の低下を引き起す^{(1)~(3)}。また、ペイロードが常に一定ではない場合、特に、重いペイロードを扱う場合には、制御系が充分に対応できず、この種の振動が発生し、作業効率に悪影響を及ぼすと考えられる。今後のロボットの軽量化の方向も考え合せ、一、二自由度系のフレキシブルロボットアームの振動の基本特性、および、その制御方法について報告する。これらの方法は、多自由度のフレキシブルロボットアームに対しても拡張することができる。

2. フレキシブルアームの基本特性

フレキシブルロボットアームを図1に示すような長さ l の片持ばりが半径 r 、慣性モーメント I_s の関接

* 昭和60年3月31日 第62期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和59年10月31日。

** 正員、東京理科大学工学部 (〒162 東京都新宿区神楽坂1-3)。

軸上についているものとして、モデル化し、その曲げ振動のみを考慮すると、その振動の挙動は、次の偏微分方程式で記述することができる。

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI_a \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 ρ : 密度、 A : はりの断面積、 E : 弾性係数、 I_a : 断面二次モーメントとしアームの原点 O のトルク入力 $u(t)$ でこのアームを回転させるものとする。

この時の境界条件は、 $x=r$ 平行移動した座標系で次のように与えられる。

$$y(0, t) = r \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \bigg|_{x=0}$$

図1 フレキシブルアームのモデル

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \Big|_{x=0} &= \frac{EIar}{I_s} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \\ &- \frac{EIar^2}{I_s} \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0} + \frac{ru(t)}{I_s} \\ \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=l} &= \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0 \dots\dots (2) \end{aligned}$$

$y(x, t) = a(t)\phi(x)$ において, モード関数 $\phi(x)$ の満たすべき方程式を求めると,

$$\left. \begin{aligned} \phi'''(x) - k^2 \phi(x) &= 0 \\ c^2 k^4 \phi(0) + EI_a / I_s \phi''(0) - EI_a r^2 / I_s \phi'''(0) &= 0 \\ \phi(0) - r \phi'(0) &= 0 \\ \phi'''(l) = \phi''(l) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $c^2=EI/\rho A$ とする。各モード間の直交条件は、次のようになる。

$$\int_0^l \phi_i(x) \phi_j(x) dx + \frac{I_s}{\rho A} \phi_i'(0) \phi_j'(0) = l \delta_{ij} \dots (4)$$

この時の固有値は，無限個存在し，次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{I_s}{\rho A} \cdot \frac{\lambda^3}{l^3} (1 + \cos \lambda \cosh \lambda) + (\sin \lambda \cosh \lambda \\ & - \cos \lambda \sinh \lambda) + 2 \frac{\lambda}{l} \cdot r \sin \lambda \sinh \lambda \\ & + \frac{\lambda^2}{j^2} r^2 (\cos \lambda \sinh \lambda + \sin \lambda \cosh \lambda) = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

ただし, $\lambda_i = k_i l$, $\omega_i^2 = c^2 k_i^2$ とおくと, この i 次モードの時間関数方程式は, 次のように表すことができる.

$$\ddot{a}_i(t) + \omega_i^2 a_i(t) = \frac{\phi'_i(0)}{\rho A r_l} u(t) \dots \dots \dots (6)$$

$$(i=1, 2, \dots, N)$$

剛体モードは、 $i=0$ の時で、 $I=I_a+I_s$ とすると、次のようになる。

$$\ddot{a}_0(t) = \frac{1}{I} u(t) \dots\dots\dots (7)$$

これらをまとめて、 N 次モード項まで展開して、その動特性方程式は次のように、与えられる。

$$\dot{X}(t) = AX(t) + bu(t) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & & \\ 0 & 0 & & & & \\ & & 0 & 1 & & \\ & & -\omega_1^2 & 0 & & \\ & & & \ddots & \ddots & \\ & & & & 0 & 1 \\ & & & & -\omega_N^2 & 0 \end{bmatrix}$$

ここで、回転角度 $\theta(t)$ 、角速度 $\dot{\theta}(t)$ 、および、ひずみゲージで i 番めの箇所 $x_i (i=1, 2, \dots, M)$ でのひずみ $\varepsilon_i(t)$ を測定するものとする、出力方程式は次のようになる。

$$y = CX \dots\dots\dots (9)$$

ただし、

$$C = \left[\begin{array}{cccccc} \phi'_0(0) & 0 & \phi'_1(0) & 0 & \phi'_2(0) & 0 & \dots \\ 0 & \phi'_0(0) & 0 & \phi'_1(0) & 0 & \phi'_2(0) & \dots \\ 0 & 0 & \phi''_1(x_1) & 0 & \phi''_2(x_1) & 0 & \dots \\ \hline 0 & 0 & \phi''_1(x_M) & 0 & \phi''_2(x_M) & 0 & \dots \end{array} \right]$$

$$\mathbf{y}(t)^T = [\theta(t) \dot{\theta}(t) \varepsilon_1(t) \varepsilon_2(t) \cdots \varepsilon_M(t)].$$

これから、式(8)、(9)が、フレキシブルアームの基本方程式である。この両式を用いて、フィードバック制御を行うことを考える：

$$u = r_d - K_y(\mathbf{y} - \mathbf{y}_r) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 r_d は設定入力信号、 y_r は設定出力値である。この出力フィードバックのほかに、状態 $X(t)$ を推定することにより、状態フィードバックを行うことができる。

$$u = r_d - K_X(\hat{X} - X_r) \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 X_r は設定状態値である。これは、 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_M$ を推定することにより行う制御と等価であり、これにより、系の特性を任意に補償することができるので、フレキシブルアームの振動を抑制することができるとともに、位置決め精度を向上させることが可能である。これの $N=3$ の場合をブロック線図で示すと、図2のように表すことができる。

3. 一自由度フレキシブルアームの制御

この一自由度系のフレキシブルアームの基本特性を

図 2 フレキシブルアームの制御ブロック線図

実験的に把握するために、図3に示す基本固有振動数 0.65 Hz を有するきわめてフレキシブルなアームの制御実験を行った。フレキシブルアーム A は、関節軸 B を中心として回転駆動制御される。図4は、フレキシブルアームを剛体として見なして制御した結果である。図4に示すように、位置決め時の振動が長く持続するので作業効率が落ちる。他方、図5は、上記のフレキシビリティを考慮した制御の例であり、図4と比較して、整定時間が短いことが分かる。これを、消費した制御入力 u と、制御性能 ϵ を次のように、それぞれ時間に関して二乗平均をとり、比較すると、表1のようになる：

$$AE = \int_0^T u^2(t) dt / T \quad (12)$$

$$CP = \int_0^T \epsilon^2(t) dt / T \quad (13)$$

これから、図4で示すアームのフレキシビリティを考慮しない制御と比較して、アームのフレキシビリティを考慮した制御(図5)のほうが、消費エネルギー(AE)が少なく、かつ、制御性能(CP)が良いことが分かる。

A: フレキシブルアーム, B: 関節,
C₁: ひずみゲージ, D: 角度検出器, E: DC モータ,
F, G, H: 増幅器

図3 一自由度系実験装置概略

図4 フレキシビリティを考慮しない制御

図5 フレキシビリティを考慮した制御

4. 二自由度フレキシブルアームの位置決め時の振動制御

図6に示すように、重力項を無視できる水平2関節のスカラ形のフレキシブルアームの位置決め制御を行うため、3章で述べた一自由度系の拡張として、それぞれのアームのローカルフィードバックを用いた制御を行うことを試みる：

$$u_i = r_{di} - K_{xi}(\hat{X}_i - X_{ri}) \quad (i=1, 2) \quad (14)$$

また、アームが回転した際の慣性モーメント変化を考慮した制御を行うために、各フィードバックゲインを適応的に調整することを試みる。この場合は、すべての状態 $\hat{X}_1, \hat{X}_2$ が既知であるので、各アームごとに、次のようにゲインを調整するものとする⁽⁴⁾。

$$k_{ij}(t) = k_{ij}(0) - g_{pij} e_{ij}(t) \hat{x}_{ij}(t) - g_{Iij} \int_0^t e_{ij}(\tau) \hat{x}_{ij}(\tau) d\tau \quad (15)$$

ただし、 $e_{ij} = \hat{x}_{ij} - x_{rij}$, x_{ij} は X_i の j 番め要素、 $g_{pij}(\geq 0)$, $g_{Iij}(>0)$ は、適応則のゲインとする。

図7は、この二自由度フレキシブルアームの制御用実験装置概略である。フレキシブルアームのそれぞれの基本固有振動数は、第1アームは4.1 Hz, 第2アームは1.1 Hzであり、すべて、曲げ振動のみが発生する範囲内で制御実験を行うものとする。

このフレキシブルアームの剛性を考慮せずに、剛体としての制御を行うと、図8のように、位置決め時の残留振動が長く持続する。これを、フレキシブルアームの剛性を考慮して、固定フィードバックゲインでロ

表1 アームのフレキシビリティ考慮の有無による評価

	Flexibility Control	
	without	with
Actuator Energy (AE)	1.0	0.8
Control Perform. (CP)	1.0	0.2
Total Ratio (AE + CP)	1.0	0.5

図6 二自由度系のフレキシブルアーム

一カルフィードバックにより制御すると、図9に示すようにその過渡状態を改善することができる。ペイロードなどの変化や慣性モーメントの変化などがあるので、これらの場合は、適応ゲインを用いて制御する必要がある。そこで、この適応制御を行うと、図10に示すように、その位置決め時の過渡状態を改善することができる。

これらの実験結果から明らかなように、フレキシブルアームもその剛性を考慮した制御を行うことにより、位置決め時の振動を制御することができ、さらに、その精度を向上させることができる。以上より、アームの剛性が低い場合に、剛性を高めるために、アームの構造上の剛性を高めるだけでなく、制御回路のほうからも、その剛性の補償を行うことができる。

5. 障害物に衝突時の回復制御

この二自由度フレキシブルアームが回転駆動制御中、障害物に衝突した場合、これを検出し、モータが過負荷にならないよう、衝突直前の状態に回復させることが必要である。そこで、アームの回転制御中、各アームのモードの時間関数 $X_i(t)$ を前もって設定した X_{0i} との比較を行い、フレキシブルアームの障害物衝突検出を行うことにする。

(1) X_i のある要素 x_{ij} が x_{0ij} を許容幅 δ だけ ΔT の時間の間、超えている場合：

$$|x_{ij} - x_{0ij}| > \delta \quad (16)$$

この時、フレキシブルアームは障害物に衝突していると認識する。

(2) その他の場合は、正常とする。

フレキシブルアームが障害物に衝突した場合には、それぞれのアーム部分の先端たわみが次のように計算できるので、 θ_i だけ逆回転させれば、モータは過負荷にならない：

$$\hat{w}_i = \hat{X}^T \phi_i(x) \quad (17)$$

A: フレキシブルアーム1, B: フレキシブルアーム2,
C: ひずみゲージ, D: プーリ, E: ワイヤ, F, G:
関節, H, I: 角度検出器, J, K: DC モータ, L, M: タコジェネ,
N, O, P: 増幅器

図7 二自由度系の実験装置

$$\theta_i = \tan^{-1} \hat{w}_i / l_i \quad (18)$$

ただし、 l_i は、 i 番めのアームの長さで、 $\phi_i(x)$ は i 番めのアームの剛体モードを除いた振動モードのみからなるモードベクトルである。

図11は、フレキシブルアームが障害物に衝突した場合の回復制御の実験例であり、破線は、衝突した瞬間を示す。

6. 結 論

本論文では、フレキシブルアームの一、二自由度の場合について、位置決め時の振動制御方法、および、その応用例について、以下の点について示した。

(1) アームの剛性が低いフレキシブルアームの N モードまで考慮した基本特性を示し、フレキシビリティを考慮した制御が、過渡状態改善に有効であること。

図8 フレキシビリティを考慮しない場合の制御

図9 フレキシビリティを考慮した場合の制御 (固定ゲイン)

図 10 フレキシビリティを考慮した制御
(適応ゲイン)

(2) 二自由度系の場合の適応ゲインを用いたローカルフィードバックにより、フレキシブルアームの位置決め時の振動を制御して、整定時間を短縮できること。

(3) フレキシブルアームが障害物に衝突した場合の回復制御方法について。

終わりに、本研究については、本学大学院生 栗林豊、本学元学生牛木陽二、本学学生 塩崎章の各学生

図 11 障害物に衝突時の回復制御

諸氏に協力いただいたので謝意を表する。

文 献

- (1) Trockenbrodt, A., *Prepr. 4th CISM-IFTOMM Symp.* / *Ro Man Sy* 81/, (1981), 110.
- (2) Sunada, W. H. and Dubowsky, S., *Trans. ASME, J. Mech. Transm. Autom. Des.*, 105-1 (1983), 42.
- (3) Book, W. J., *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control*, 101-3 (1979), 187.
- (4) Narendra, K. S., Peterson, B. B., *Prepr. IFAC Int. Symp. Adaptive Systems*, (1980).

討 論

〔質問〕 深 野 欣 一

〔エヌ・テー・エヌ東洋ベアリング(株)総合技術研究所嘱託〕

第1アームと第2アームの接合点においてこれらのクランプ方法は設計上どうなっているのか。

〔回答〕 本研究では、フレキシブルロボットアーム

の基本的な特性を調べるため、フレキシブルアームの振動抑制と、アーム間の連成振動抑制効果を対象とし、ジョイント部には、クランプ機構を入れていない。実際にクランプ機構を組み込むことは、通常、用いられている電磁クラッチなどを用いて、容易に行うことができると考えられる。