等速自在継手を介して駆動される回転体の
ふれまわり振動*西郷 宗玄**, 岩 壺 卓 三***
Sogen SAIGO, Takuzo IWATSUBO**Key Words:** Vibration of Rotating Body, Constant Velocity Joint, Torque-Whirl, Self-Excited Vibration

1. ま え が き

回転体が自在継手を介して駆動される機構例は多く、その振動現象もふくそうとしている。そこで、これらの振動解析の一環として著者らは十字形軸継手について伝達トルクに注目した振動解析を行い、伝達トルクが従来指摘されていた係数励振作用のみでなく自励振動作用をも有することを示した⁽¹⁾⁽²⁾。しかしながら既報⁽¹⁾⁽²⁾ではその自励振動の発生機構があまり明確でなかった。一方、等速形軸継手についても十字形軸継手の場合と同様な自励振動の発生が予測される⁽³⁾。自在継手を含む軸系のトルクに起因する自励振動については他の研究例はないようであるが、自在継手を介さず直接弾性軸で回転体が駆動される場合については、Vance⁽⁴⁾⁽⁵⁾が解析を行っている。彼は圧縮機をモデルに解析を行い、回転軸がたわみ角を有していれば駆動トルクは負荷トルクのみではつりあわずふれまわりを起こすことを示している。そこで、本報では自在継手を介して駆動される軸の伝達トルクによる自励振動の機構を検討するため、振動現象が十字形継手に比べて単純な等速形継手について解析を行った。また、自在継手を含む軸系で発生する自励振動と Vance の解析したふれまわり現象との関連をも考察した。

2. 主 な 記 号

O: 継手中心

O- $X_0Y_0Z_0$: O を原点とし Z_0 軸が駆動軸方向に一致する静止座標系O- $x'y'z'$: O- $X_0Y_0Z_0$ を X_0 軸まわりに α 回転しらに回転後の Y_0 軸まわりに β 回転した座標系 [図 1, 2(b)]O- $x''y''z''$: O- $x'y'z'$ を z' 軸まわりに γ 回転した座標系 (図 1), O- $X_0Y_0Z_0$ を Z_0 軸まわりに ϕ 回転しさらに回転後の X_0 軸まわりに θ 回転した座標系 [図 2(a)], O- $x'y'z'$ を z' 軸まわりに γ^* 回転させた座標系 [図 2(b)]O- xyz : O- $x''y''z''$ を z'' 軸まわりに ϕ 回転させた座標系 I_p : 被動軸の z 軸まわりの極慣性モーメント I_t : 被動軸の z 軸に垂直な O 点を通る軸まわりの慣性モーメント c_t : 軸継手内部の摩擦力による減衰係数 c_e : 支持軸受の減衰係数 k_a : 支持軸受の α 方向ばね定数 k_β : 支持軸受の β 方向ばね定数 k : 支持軸受の平均ばね定数 $= (k_a + k_\beta)/2$ σ : 支持軸受のばね定数異方性 $= (k_a - k_\beta)/(k_a + k_\beta)$ I : 慣性モーメント比 $= I_p/I_t$ ω_0 : 無次元化するための振動数 $= \sqrt{k/I_t}$ T : 無次元時間 $= \omega_0 t$ ζ_e : 無次元減衰係数 $= c_e/\omega_0 I_t$ ζ_t : 無次元減衰係数 $= c_t/\omega_0 I_t$ τ_0 : 無次元駆動トルク $= T_0/(\omega_0^2 I_t)$ $\Delta\tau_0$: 無次元加速トルク $= (T_0 - T'_0)/(\omega_0^2 I_t)$ $(\dot{})$: 時間 t による微分 $(\dot{})$: 無次元時間 T による微分

3. 運 動 方 程 式

等速自在軸継手には基本的な機構の異なる何種類かのものがあるが実用的に用いられているのは大半がドライブボール形である。そこで、本報ではこの形の継

* 昭和 59 年 10 月 16 日 第 62 期全国大会講演会において論文講演として講演, 原稿受付 昭和 59 年 4 月 6 日。

** 正員, 工業技術院機械技術研究所 (〒305 茨城県新治郡桜村並木 1-2)。

*** 正員, 神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町)。

手をモデルとして考える（被動軸の横変位に伴って被動軸が軸方向にスライドしない形のものを扱う）。ドライブボール形継手では駆動軸と被動軸のなす角の二等分面に関して鏡像対称なボール溝を両軸に固定してこの溝の交点にボールを配置し等速回転を実現している⁽⁶⁾。考察する等速継手により駆動される軸系のモデルを図1に示す。系は被動軸支持軸受のばね以外はすべて剛性とし、円板以外の質量、重力の影響を無視する。軸受はそのばね定数が α 方向と β 方向で異なるものとする。また、駆動軸にはトルク T_0 、被動軸にはトルク $-T_0$ ($0 \leq T_0$) が作用しているとする。

3.1 座標系 被動軸に固定した動座標系 $O-xyz$ は X_0 軸まわりに α , y' 軸まわりに β , z'' 軸まわりに γ 回転した座標系である。ここで、 γ は X_0Y_0 面と $x''y''$ 面が駆動軸と被動軸のなす角の二等分面 S に関して鏡像対称の関係にある条件より α, β の関数として表される角である。駆動軸の回転角を OX_0 軸からとった角 ϕ で表すと被動軸の回転角は Ox'' 軸からとった ϕ で表される（図1）。 OZ_0, Oz'', OX_0, Ox'' の各軸方向の単位ベクトルを $\hat{OZ}_0, \dots$ と表すと $(\hat{OZ}_0 + \hat{Oz}'') \cdot (\hat{OX}_0 + \hat{Ox}'') = 0$ が成立し、この関係より γ は

$$\begin{cases} \cos \gamma = (\cos \alpha + \cos \beta) / \Delta \\ \sin \gamma = -\sin \alpha \sin \beta / \Delta \end{cases} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし $\Delta = 1 + \cos \alpha \cos \beta$

で表される。

$x'y'z'$ 座標の角速度の $x'y'z'$ 成分を $[\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z]$ 、被動軸の角速度の $x'y'z'$ 成分を $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]$ で表すと

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \cos \beta \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \sin \beta \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} + \dot{\phi} \end{bmatrix} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。

3.2 外部モーメント 被動軸に作用する O 点まわりのモーメントを $O-x'y'z'$ 成分で表す。本報で考慮する外部モーメントは駆動軸から伝達されるモーメント $[M_x, M_y, M_z]$ のほか、被動軸軸受のばね復元モーメント $[R_x, R_y, R_z]$ 、減衰モーメント $[P_x, P_y, P_z]$ 、負荷トルク $[0, 0, -T]$ および継手内部の減衰モーメント $[Q_x, Q_y, Q_z]$ である。軸受部分の復元モーメントおよび減衰モーメントはそれぞれ被動軸変位および速度に比例すると仮定し、継手部分の減衰モーメントは被動軸と駆動軸の相対速度に比例すると仮定する。まず、駆動トルクに起因するモーメントを求める。継手内部

の損失がないとすると

$$T_0 \dot{\phi} = M_x \omega_{x'} + M_y \omega_{y'} + M_z \omega_{z'}$$

が成立する。 α, β, ϕ は独立変数と考えられるから上式を α, β, ϕ で表したとき $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\phi}$ の各係数は零でなければならない。この条件より

$$\begin{bmatrix} M_{x'} \\ M_{y'} \\ M_{z'} \end{bmatrix} = T_0 \begin{bmatrix} -\cos \alpha \sin \beta / (1 + \cos \alpha \cos \beta) \\ \sin \alpha / (1 + \cos \alpha \cos \beta) \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

が得られる。なお、このモーメントは平面 S に垂直である。ばね復元モーメントおよび減衰モーメントは前述の仮定より次のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} R_{x'} \\ R_{y'} \\ R_{z'} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} k_a \alpha \cos \beta \\ k_b \beta \\ k_a \alpha \sin \beta \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} P_{x'} \\ P_{y'} \\ P_{z'} \end{bmatrix} &= -c_e \begin{bmatrix} \omega_{x'} \\ \omega_{y'} \\ \omega_{z'} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Q_{x'} \\ Q_{y'} \\ Q_{z'} \end{bmatrix} &= c_i \left\{ \begin{bmatrix} -\cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \\ \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \dot{\phi} - \begin{bmatrix} \omega_{x'} \\ \omega_{y'} \\ \omega_{z'} \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

3.3 運動方程式 運動方程式を $O-x'y'z'$ 座標成分で表す。外部モーメントの総和を $[\tau_x, \tau_y, \tau_z]$ で表すと運動方程式は次式となる⁽⁷⁾。

$$\tau_{x'} = I_t \dot{\omega}_{x'} + I_p \Omega_{y'} \omega_{z'} - I_t \Omega_{z'} \omega_{y'}$$

$$\tau_{y'} = I_t \dot{\omega}_{y'} - I_p \Omega_{x'} \omega_{z'} + I_t \Omega_{z'} \omega_{x'}$$

$$\tau_{z'} = I_p \dot{\omega}_{z'} - I_t (\Omega_{y'} \omega_{x'} - \Omega_{x'} \omega_{y'})$$

上式右辺を α, β, ϕ で表し、外部モーメント式(3)および式(4)を代入し、さらに、2章の主な記号に記述した無次元量を用いて無次元化を行うと

図1 モデル系

$$\begin{aligned}
& \alpha'' \cos \beta - 2\alpha' \beta' \sin \beta + I\beta'(\alpha' \sin \beta + \gamma' + \phi') \\
& + \zeta_i(\alpha' \cos \beta + \phi' \cos \alpha \sin \beta) + \zeta_e \alpha' \cos \beta \\
& + (1+\sigma)\alpha \cos \beta \\
& + \tau_0 \cos \alpha \sin \beta / (1 + \cos \alpha \cos \beta) = 0 \\
& \beta'' + \alpha'^2 \cos \beta \sin \beta - I\alpha' \cos \beta(\alpha' \sin \beta + \gamma' + \phi') \\
& + \zeta_i(\beta' - \phi' \sin \alpha) + \zeta_e \beta' + (1-\sigma)\beta \\
& - \tau_0 \sin \alpha / (1 + \cos \alpha \cos \beta) = 0 \\
& \alpha'' \sin \beta + \alpha' \beta' \cos \beta + \gamma'' + \phi'' \\
& + \zeta_i\{\alpha' \sin \beta + \gamma' + (1 - \cos \alpha \cos \beta)\phi'\} \\
& + \zeta_e(\alpha' \sin \beta + \gamma' + \phi') + (1+\sigma)\alpha \sin \beta - \Delta\tau_0 \\
& = 0 \dots\dots\dots (5)
\end{aligned}$$

となる。上式の厳密解を求めるのは困難であるので解析を容易にするため α, β 方向に関する線形近似運動方程式を求める。 α を $\alpha_0 + \alpha$ ($\alpha_0 = \text{一定}$) とおき $\alpha \ll 1, \beta \ll 1$ と仮定する。 $\cos(\alpha_0 + \alpha) \approx \cos \alpha_0 - \alpha \sin \alpha_0, \sin(\alpha_0 + \alpha) \approx \sin \alpha_0 + \alpha \cos \alpha_0, \cos \beta \approx 1, \sin \beta \approx \beta$ と近似し、 α, β およびその導関数の二乗以上の項を無視すると

$$\begin{aligned}
& \alpha'' + I\beta' \phi' + (\zeta_e + \zeta_i)\alpha' + \zeta_i \cos \alpha_0 \beta \phi' \\
& + (1+\sigma)\alpha + \tau_0 \beta \cos \alpha_0 / (1 + \cos \alpha_0) = 0 \\
& \beta'' - I\alpha' \phi' + (\zeta_e + \zeta_i)\beta' - \zeta_i(\sin \alpha_0 + \alpha \cos \alpha_0)\phi' \\
& + (1-\sigma)\beta - \tau_0 \alpha / (1 + \cos \alpha_0) \\
& = \tau_0 \sin \alpha_0 / (1 + \cos \alpha_0) \\
& \phi'' + \{\zeta_e + \zeta_i(1 - \cos \alpha_0 + \alpha \sin \alpha_0)\}\phi' \\
& - \sin \alpha_0 / (1 + \cos \alpha_0)(\beta'' + \zeta_e \beta' + \zeta_i \beta') = \Delta\tau_0 \\
& \dots\dots\dots (6)
\end{aligned}$$

図2 弾性軸を介して駆動される場合の座標系

となる。ここで、 α_0 は初期交差角とみなし軸受はこの角度で取付けられているとしている。さらに、上式の第3式において ϕ' の変動が無視できると仮定し、 $\phi' = \Delta\tau_0 / \{\zeta_e + \zeta_i(1 - \cos \alpha_0)\} = \omega$ ($= \text{一定}$) とおくと、 α, β に関する線形近似運動方程式

$$\begin{aligned}
& \alpha'' + (\zeta_e + \zeta_i)\alpha' + \zeta_i \omega \beta \cos \alpha_0 + I\omega \beta' \\
& + (1+\sigma)\alpha + \tau_0 \beta \cos \alpha_0 / (1 + \cos \alpha_0) = 0 \\
& \beta'' + (\zeta_e + \zeta_i)\beta' - \zeta_i \omega \alpha \cos \alpha_0 - I\omega \alpha' \\
& + (1-\sigma)\beta - \tau_0 \alpha / (1 + \cos \alpha_0) \\
& = \zeta_i \omega \sin \alpha_0 + \tau_0 \sin \alpha_0 / (1 + \cos \alpha_0) \dots\dots (7)
\end{aligned}$$

が得られる。

上式において $\alpha_0 = 0, \zeta_i = 0$ とおけば既報⁽¹⁾の係数励振項を除いた式に一致する。すなわち、等速継手の場合も十字形継手の場合と同じ伝達トルクによる自励振動が発生する。十字形継手で駆動されるロータ系の場合、自励振動による不安定と係数励振による不安定とが現れる⁽¹⁾が、等速継手で駆動されるロータ系では係数励振による不安定が存在しない。それゆえ、等速継手で駆動されるロータ系は十字形継手で駆動されるロータ系にくらべて安定領域が広いと言える。

3・4 自在継手を介さない場合との比較 Vance⁽⁴⁾⁽⁵⁾が指摘した片持弾性ロータのトルク不安定の現象と自在継手を介した軸の場合の自励振動との関連について検討を加える。Vanceの結果は本報の解析と直接比較しにくい形で導かれているので、改めて運動方程式を求める。そこで、図2(a)に示すような系のふれまわり振動を考える。Vance⁽⁴⁾が行ったように軸のばね定数と等価な回転ばねを考えO点で軸が曲がるものとする。弾性軸の場合、曲げのみの変形を考えるときは、被動軸の変位成分には駆動軸側と被動軸側が一体となって回転する成分を含む必要があり通常図2(a)中に示した座標系を用いることが多い。図2(a)の座標系は3・1節で用いた座標系のような表現をとると図2(b)のように変換できる。ここに、 Ox'' 軸は駆動側の軸と被動側の軸に垂直であり、 $\tan \phi = \tan \delta = \tan \beta / \sin \alpha, \cos \theta = \cos \alpha \cos \beta$ の関係がある。図2(b)において駆動側の軸の回転角 $\phi + \delta$ を Φ とおくと被動側の軸の回転角 $\phi + \gamma^*$ は $\Phi + \tau$ となり ($\gamma^* - \delta = \gamma$ である)。 Φ を ϕ とみなせば図1と同じ関係にあることがわかる。それゆえ、弾性軸を介した場合の回転体の運動方程式は α, β, ϕ を独立変数とすれば式(5)と一致するはずである。すなわち、式(5)の ϕ を $\phi + \delta$ とおけば弾性軸の場合の運動方程式が得られる。この運動方程式はジャイロモーメントの項と減衰項が式(5)と異なるがその他の項は式(5)と同じである。このことは、弾性軸を介して駆動される回転体の伝達トルク

によるふれまわり振動が自在継手を介して駆動される回転体の伝達トルクによる自励振動と同じ現象であることを示している。すなわち、図1のような自在継手を介した軸で発生する伝達トルクに起因する自励振動は、片端の変位が許される軸系で交差角に対する異符号の静連成項によって発生する一般的な現象であると言える。ただし、 ϕ と ϕ は本来異なる量であるから、自在継手の場合と弾性軸の場合ではその回転軸まわりの運動と横方向の運動の関係は同一ではない。前者の場合駆動トルクはスピンのエネルギーを供給するだけであるが($T_0\phi$)、後者の場合駆動トルクがスピンとホワールに関するエネルギーを供給する[$T_0(\phi+\delta)$]。このことは、例えば、自在継手を介した場合は駆動軸が静止していても被動軸が不安定振動を起こしうるの

に対し、弾性軸の場合駆動側の軸が少なくともホワール分の回転をしていないと被動側の軸はホワールを起こさない、などの差となって現れる。

4. 安定解析

3章では本報で扱う自励振動が Vance が解析した弾性軸の場合のふれまわり振動と本質的には同じであることを示した。しかし、自在継手を介した軸の場合は、初期交差角がかなり大きいことがあり、また継手内部の減衰力も実際上問題になるなど弾性軸とは異なる検討が必要である。本章ではこれらの観点から安定

(a) $\sigma=0$

(b) $\sigma=0.2$

図3 不安定領域の例

図4 ζ_i が不安定効果を有する領域

(a) $\sigma=0$

(b) $\sigma=0.2$

図5 I による不安定領域の変化 ($\zeta_e=0.01$)

解析を行う。

4.1 安定条件 式(7)から強制項を除いた式に解 $\alpha = Ae^{i\tau}$, $\beta = Be^{i\tau}$ を代入し非自明解が存在する条件より特性方程式を求めると

$$\begin{aligned} &\lambda^4 + 2Z_e\lambda^3 + (2 + Z_e^2 + H^2)\lambda^2 \\ &+ (2Z_e + 2Z_iH + H\tau_0)\lambda \\ &+ 1 - \sigma^2 + Z_i^2 + Z_i\tau_0 + A\tau_0^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここで、

$$Z_e = \zeta_e + \zeta_i, \quad Z_i = \zeta_i \omega \cos \alpha_0, \quad H = I\omega$$

$$A = \cos \alpha_0 / (1 + \cos \alpha_0)^2$$

となる。式(8)にラウス・フルヴィッツの安定判別条件を適用すると、系が安定な伝達トルクの範囲

$$\tau_{cr2} < \tau_0 < \tau_{cr1} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、

$$\begin{cases} \tau_{cr1} \\ \tau_{cr2} \end{cases} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - a_2 a_0}}{a_2}$$

$$a_2 = 4Z_e^2 A + H^2$$

$$a_1 = 2Z_e^2 Z_i - Z_e^2 H + 2Z_i H^2 - Z_e H^3$$

$$\begin{aligned} a_0 = &4\{Z_e^2(Z_i^2 - Z_e^2 - \sigma^2) - Z_e^3 Z_i H \\ &+ (Z_i^2 - Z_e^2)H^2 - Z_e Z_i H^3\} \end{aligned}$$

が得られる。なお、 τ_{cr2} が負の場合は $\tau_{cr2} < \tau_0 < 0$ は駆動軸が被動軸として作用している場合を表しているのでこの範囲は無視すればよい。当然のことではあるが式(9)は $\alpha_0 = 0$, $\zeta_i = 0$ とおけば既報⁽¹⁾の結果に一致する。式(9)より既報⁽¹⁾の場合と同様軸受剛性異方性の安定化効果がわかる。初期交差角 α_0 は式(7)の内部減衰項と伝達トルクの項に含まれているが、前者については α_0 が大きいほど不安定化効果が減少し、後者についても式(9)より α_0 が大きいほど限界トルクが大

きいことがわかる。すなわち、 α_0 が大きいほど系は安定になる。ただし、式(7)の右辺の強制項は α_0 が大きいほど大きい。また、内部減衰係数 ζ_i については式(7)より系を安定化させる効果(第2項)と不安定を起しうる効果(第3項)のあることがわかる。

4.2 数値計算例 図3に式(9)を用いて計算した不安定境界の例を示す。図3は回転数に対する限界トルクを $\zeta_e = 0.01$, $I = 0.1$ の場合について示したものである。図3(a)は $\sigma = 0$, 図3(b)は $\sigma = 0.2$ の場合でそれぞれ ζ_i , α_0 をパラメータとしている。図3中○●印は式(5)をルンゲ・クッタ・ギル(R. K. G.)法で直接数値積分したときの不安定境界である。図3(a), (b)を比較すると σ の安定化効果が確認できる。また、 α_0 についてはその値が大きいほど安定であることがわかる。 $\zeta_i = 0$ では $0.2 \leq \omega$ で α_0 の安定化効果がほとんどなくなるが、 $\zeta_i > 0$ の場合には高速側での α_0 の安定化効果は顕著である。図3(a), (b)とも不安定境界は α_0 が一定のとき ζ_i にかかわらずほぼ一定点を通っており、この定点より低い回転数域では ζ_i が大きいほど安定であるが、定点より高い回転数では逆に ζ_i が小さいほど安定であることがわかる。図4にこの ζ_i が不安定効果をもたらし始める限界の回転数を I , σ をパラメータとして示す。図4は $\zeta_i = 0$ の γ_{cr1} と $\zeta_i = 0.02$ の τ_{cr1} の交点の回転数を求めたものである。図4より、 σ が大きいほど限界回転数が高速側に移り、また I が小さいほど σ の効果が大きいことがわかる。さらに、 α_0 が 60° 付近を超えると限界回転数が急速に高速側に移り実際上 ζ_i の不安定化効果が消失することがわかる。ただし、この限界回転数はここで用いたパラメータの数値の範囲内ではほぼ一定で

図6 R. K. G. 解の例 ($\zeta_e = 0.01$, $I = 0.1$, $\sigma = 0$, $\omega = 1.5$)

あるが、厳密には一定でなく若干のずれがある。

図5(a), (b)には I による不安定領域の変化の例を示す。ごく一部の回転数域を除いて、 $\sigma=0$ の場合は $I=0.3$ のほうが安定であり、 $\sigma=0.2$ の場合は逆に $I=0.03$ のほうが安定である。これは $\zeta_i=0$ の境界の特性によるものと考えられる。すなわち、 $\zeta_i=0$ の場合は式(8)より限界トルクが $I\omega$ の関数となり I の影響は回転数軸の縮尺/拡大と同じになる。 $\sigma=0$ では $\zeta_i=0$, $I=0.3$ の境界が右上がりになっているため $I=0.03$ にすると不安定化し、 $\sigma=0.2$ では逆の関係になる。 $\zeta_i \neq 0$ の場合はこのような関係は成立しないが、本報の例では ζ_i が比較的小さいので $\zeta_i=0$ の場合の影響が大きいものと考えられる。

図3中に示した R. K. G. 法による数値積分は初期値 $\alpha=0.01$, $\beta=\alpha'=\beta'=0$, $\phi'=\omega$ とし、きざみ幅を高いほうの固有振動周期の $1/300$ として行ったものである。図3よりその不安定境界は $\alpha_0=0$ の場合は十分理論境界式(9)に一致していることがわかる。 $\alpha_0=60^\circ$ の場合は $\zeta_i=0$ では十分理論境界式に一致しており、 $\zeta_i=0.01, 0.02$ では理論境界式より多少不安定側になっている。この差違は不安定境界近傍における ϕ' の変動の影響と考えられる。すなわち、 $\alpha_0=0$ では ζ_i の値にかかわらず ϕ' の変動がほとんどなく [R. K. G. 解の例を図6(a)に示す]、線形近似式を導いたときの仮定がほぼ満たされている。 $\alpha_0=60^\circ$ の場合は ϕ' の変動は無視しえないが、 $\zeta_i=0$ の場合[図6(b)]は ϕ' が $\phi+\gamma'$ の形でジャイロモーメントの項に含まれるのみであるので数値計算に用いたパラメータの範囲ではほとんど系の安定性に影響を与えないものと考えられる。[図6(b)の場合、 $\phi'+\gamma' \approx \phi'-\beta' \sin \alpha_0 / (1+\cos \alpha_0) \approx \omega$ である。] 一方 $\zeta_i \neq 0$ の場合[図6(c)]は内部減衰項にも ϕ' が含まれるため安定性に影響を及ぼすものと考えられる。このように式(9)はパラメータの

値によっては若干の誤差を有しているが、定性的には十分有用な結果を与えていることがわかる。

5. ま と め

等速自在継手によって駆動される回転体の伝達トルクによるふれまわり振動の安定性を解析した結果、次のことが明らかになった。

(1) 等速自在継手によって駆動される図1に示す回転体の運動方程式は式(5)で与えられる。

(2) 継手に交差角があれば伝達トルクによって自励振動が発生する。これは片持弾性ロータで駆動トルクにより発生するふれまわり(トルクふれまわり)と同じ原因によるものである。

(3) 等速継手により駆動される軸では、十字形継手で発生する自励振動と係数励振振動のうち自励振動のみが発生し、それゆえ等速継手で駆動される軸のほうが十字形継手で駆動される軸にくらべて安定である。

(4) 支持軸受剛性に異方性をもたせると系が不安定になる限界トルクを上昇せうる。

(5) 継手内部の摩擦力はパラメータ ($\zeta_e, I, \sigma, \alpha_0$) によって決まるある回転数より高速側で系を不安定にする。

文 献

- (1) 西郷・岩壺, 機論, 49-442, C(昭58), 921.
- (2) 西郷・岩壺, 機論, 50-445, C(昭59), 1158.
- (3) Porat, I. *Mec. Mach. Theory*, 15-4 (1980), 245.
- (4) Vance, J. M., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 100-2 (1978), 235.
- (5) Vance J. M. and Laudadio, F. J., *Trans. ASME, J. Eng. Power* 103-2 (1981), 289.
- (6) 高橋・ほか2名, 自動車技術, 29-10(昭50), 919.
- (7) たとえば, Beer, F. P. and Johnston Jr., E. R., *Vector Mechanics for Engineer*, (1962), 714, McGraw-Hill.