リンク機構における節点力の制御*

古橋 猛**, 管 伯良***

Control of Joint Forces in Link Mechanism

by Takeshi FURUHASHI and Bo Liang GUAN

The present paper is concerned with a new technique for obtaining specified values of joint force at each pair through the redistribution of the mass of each link without changing the motion of a mechanism. The equations of joint force components acting at each joint are conveniently formulated to decide link mass parameters which satisfy the specified joint force values. As an example, the control method to turn the joint force locus to an elliptical locus is presented, and the joint force at the crank-pin joint of a crank lever mechanism is controlled by using the method. The effects of the control of the crank-pin joint force on the joint force at the lever-pin joint, the input torque, the shaking force and the shaking moment are also examined.

Key Words: Mechanism, Link Mechanism, Four-Bar Linkage, Joint Force, Least Square Approximation, Mass Synthesis

1. 緒 言

不等速運動機構の高速化においては、機構の慣性力に起因する加振力、加振モーメント、入力トルクおよび対偶部に作用する節点力などの増大が問題となる。これらをできる限り抑えなければならない。そのため、機構の運動要素の小形軽量化が望まれるが、これにも限界があり、要素の質量配分を動力学的に決定する設計手法を確立する必要がある。

すでに、著者らは、4節リンク機構の加振力と加振モーメントをそれぞれ単独にあるいは同時に指定の変動波形とする質量配分の決定手法⁽¹⁾を示し、入力トルクについても所要の変動波形とする質量配分の決定手法⁽²⁾を示した。これらの結果から、加振力、加振モーメントおよび入力トルクの変動波形は、機構の運動を変えることなく、質量配分の調節によって所要の波形に制御することが可能となり、大きさの低減はもちろん変動波形に含まれる高次成分の除去なども行えることが明らかとなった。

リンク機構の節点力については、対偶素の強度、摩

耗、潤滑などの検討に必要なため、4節リンク機構における解析⁽³⁾や多節機構についての組織的な解析⁽⁴⁾がなされ、さらに対偶部すきまあるいは駆動軸のねじれ弾性などの動的影響を含む解析^{(5)~(7)}も行われている。しかし、節点力の変動を所要のものとする質量配分の決定はこれまでの解析結果では困難で、それには、新たな節点力解析の展開が必要である。

本論文では、加振力、加振モーメントおよび入力トルク波形の制御方法⁽¹⁾⁽²⁾と同様な方法により節点力の制御を検討した。節点力は、一般に大きさも作用方向も変化する変動力である。質量配分の調節により、節点力の最大値をできる限り抑えることができれば機構設計上極めて有益となる。また、節点力の変動波形を指定のものとする制御が可能になれば、節点力の作用方向の急変をさけることもでき、対偶素の摩耗や潤滑面から有利な条件が得られるものと期待される。

2. 記 号

本論文で使用する主な記号は次のとおりである。

a_i : リンク i ($i=1, 2, 3, 4$) の長さ

m_i : リンク i の質量

$I_i (= m_i k_i^2)$: リンク i の慣性モーメント

X, Y : 固定座標系

* 昭和60年10月2日 第63期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和60年1月9日。

** 正員、静岡大学工学部 (〒432 浜松市城北3-5-1)。

*** 華東紡績工学院 (中国・上海市)。

x_i, y_i : リンク i に関する移動座標系

φ_i : x_i 軸と X 軸とのなす角

$\dot{\varphi}_i, \ddot{\varphi}_i$: リンク i の角速度, 角加速度

X_i, Y_i : X, Y 座標系に関するリンク i の重心座標

u_i, v_i : x_i, y_i 座標系に関するリンク i の重心座標

$\vec{r}_i$: x_i, y_i 座標系の原点からのリンク i の重心位置ベクトル

θ_i : $\vec{r}_i$ と x_i とのなす角

F_{Xij}, F_{Yij} : リンク i からリンク j に作用する節点力の X 成分, Y 成分

g : 重力加速度

3. 節点力の制御方程式

3.1 節点力 図 1 に示す 4 節リンク機構の各対偶部に作用する節点力の X 成分, Y 成分を図 2 に示す。対偶部 A 点におけるリンク 2 についてのモーメントのつりあい, および対偶部 C 点におけるリンク 3 についてのモーメントのつりあいから次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} -F_{X32}a_2 \sin \varphi_2 + F_{Y32}a_2 \cos \varphi_2 \\ -m_2 g r_2 \cos(\varphi_2 + \theta_2) + m_2 \ddot{X}_2 r_2 \sin(\varphi_2 + \theta_2) \\ -m_2 \ddot{Y}_2 r_2 \cos(\varphi_2 + \theta_2) = I_2 \ddot{\varphi}_2 \\ -F_{X23}a_3 \sin \varphi_3 + F_{Y23}a_3 \cos \varphi_3 \\ -m_3 g r_3 \cos(\varphi_3 + \theta_3) = (I_3 + m_3 r_3^2) \ddot{\varphi}_3 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで, $F_{X32} = -F_{X23}$, $F_{Y32} = -F_{Y23}$ であるから, F_{X23} , F_{Y23} は次式で与えられる。

$$F_{X23} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} P_1 & -a_2 \cos \varphi_2 \\ P_2 & a_3 \cos \varphi_3 \end{vmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$F_{Y23} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} a_2 \sin \varphi_2 & P_1 \\ -a_3 \sin \varphi_3 & P_2 \end{vmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし,

$$\begin{aligned} P_1 &= I_2 \ddot{\varphi}_2 + m_2 g r_2 \cos(\varphi_2 + \theta_2) \\ &\quad - m_2 \ddot{X}_2 r_2 \sin(\varphi_2 + \theta_2) \\ &\quad + m_2 \ddot{Y}_2 r_2 \cos(\varphi_2 + \theta_2) \end{aligned}$$

$$P_2 = (I_3 + m_3 r_3^2) \ddot{\varphi}_3 + m_3 g r_3 \cos(\varphi_3 + \theta_3)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_2 \sin \varphi_2 & -a_2 \cos \varphi_2 \\ -a_3 \sin \varphi_3 & a_3 \cos \varphi_3 \end{vmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(2), (3)を

$$\left. \begin{aligned} u_i &= r_i \cos \theta_i \\ v_i &= r_i \sin \theta_i \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

の關係を用いて整理すれば次式のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} F_{X23} &= \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^6 J_i \lambda_i \\ F_{Y23} &= \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^6 K_i \lambda_i \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし, λ_i, J_i, K_i は式(7)~(9)のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= m_2(u_2^2 + v_2^2 + k_2^2) \\ \lambda_2 &= m_3(u_3^2 + v_3^2 + k_3^2) \\ \lambda_3 &= m_2 u_2, \quad \lambda_4 = m_2 v_2 \\ \lambda_5 &= m_3 u_3, \quad \lambda_6 = m_3 v_3 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= a_3 \ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_3 \\ J_2 &= a_2 \ddot{\varphi}_3 \cos \varphi_2 \\ J_3 &= a_1 a_3 \dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cos \varphi_3 \\ &\quad + a_3 g \cos \varphi_2 \cos \varphi_3 \\ J_4 &= a_1 a_3 \dot{\varphi}_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cos \varphi_3 \\ &\quad - a_3 g \sin \varphi_2 \cos \varphi_3 \\ J_5 &= a_2 g \cos \varphi_3 \cos \varphi_2 \\ J_6 &= -a_2 g \sin \varphi_3 \cos \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= a_3 \ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_3 \\ K_2 &= a_2 \ddot{\varphi}_3 \sin \varphi_2 \\ K_3 &= a_1 a_3 \dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \sin \varphi_3 \\ &\quad + a_3 g \cos \varphi_2 \sin \varphi_3 \\ K_4 &= a_1 a_3 \dot{\varphi}_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \sin \varphi_3 \\ &\quad - a_3 g \sin \varphi_2 \sin \varphi_3 \\ K_5 &= a_2 g \cos \varphi_3 \sin \varphi_2 \\ K_6 &= -a_2 g \sin \varphi_3 \sin \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

残りの節点力の各成分は, 各リンクの力のつりあいから次式で与えられる。

図 1 平面 4 節リンク機構

図 2 対偶部に作用する節点力成分

$$\left. \begin{aligned} F_{X12} &= m_2 \ddot{X}_2 + F_{X23} \\ F_{Y12} &= m_2 \ddot{Y}_2 + m_2 g + F_{Y23} \\ F_{X34} &= -m_3 \ddot{X}_3 + F_{X23} \\ F_{Y34} &= -m_3 \ddot{Y}_3 - m_3 g + F_{Y23} \\ F_{X41} &= m_1 \ddot{X}_1 + F_{X12} \\ F_{Y41} &= m_1 \ddot{Y}_1 + m_1 g + F_{Y12} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

したがって、各リンクの重心位置 (X_i, Y_i) を a_i および (u_i, v_i) を用いて表し、 $\ddot{X}_i, \ddot{Y}_i$ を計算して式(10)に代入すれば、各節点力成分はすべて式(6)と同様にまとめることができ、表1に示す結果となる。なお、 $F_{Xij} = -F_{Xji}$, $F_{Yij} = -F_{Yji}$ であり、節点力 F_{ij} お

よびその作用方向 α_{ij} は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_{ij} &= \sqrt{F_{Xij}^2 + F_{Yij}^2} \\ \alpha_{ij} &= \tan^{-1} \left(\frac{F_{Xij}}{F_{Yij}} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

以上の式の誘導においては、入力リンクの角加速度 $\ddot{\phi}_1$ を零とした。また、各リンクおよび各対偶部の抵抗を零とした。

3・2 制御方程式 指定された節点力成分、例えば F_{X23}, F_{Y23} の指定値を満たす可動リンクの質量配分は、式(6)を解き λ_i を求めることによって決定される。これには、加振力、加振モーメントあるいは入力

表1 各節点力成分

(表中、 Δ は式(4)、また単に λ_i, J_i, K_i と記入してあるものは式(7)~(9)の各式による)

(a) $F_{X12} = -F_{X21} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^7 J_i \lambda_i$			$F_{Y12} = -F_{Y21} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^7 K_i \lambda_i$		
i	λ_i	J_i	K_i		
1	λ_1	J_1	K_1		
2	λ_2	J_2	K_2		
3	λ_3	$a_1 a_3 \dot{\phi}_1^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cos \varphi_3 + a_3 g \cos \varphi_2 \cos \varphi_3$ $-\Delta(\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2)$	$a_1 a_3 \dot{\phi}_1^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \sin \varphi_3 + a_3 g \cos \varphi_2 \sin \varphi_3$ $+\Delta(\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2)$		
4	λ_4	$a_1 a_3 \dot{\phi}_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cos \varphi_3 - a_3 g \sin \varphi_2 \cos \varphi_3$ $-\Delta(\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2)$	$a_1 a_3 \dot{\phi}_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \sin \varphi_3 - a_3 g \sin \varphi_2 \sin \varphi_3$ $-\Delta(\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2)$		
5	λ_5	J_3	K_5		
6	λ_6	J_4	K_6		
7	m_2	$-\Delta a_1 \dot{\phi}_1^2 \cos \varphi_1$	$-\Delta(a_1 \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_1 - g)$		

(b) $F_{X34} = -F_{X43} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^7 J_i \lambda_i$			$F_{Y34} = -F_{Y43} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^7 K_i \lambda_i$		
i	λ_i	J_i	K_i		
1	λ_1	J_1	K_1		
2	λ_2	J_2	K_2		
3	λ_3	J_3	K_3		
4	λ_4	J_4	K_4		
5	λ_5	$a_2 g \cos \varphi_3 \cos \varphi_2 + \Delta(\ddot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 + \dot{\varphi}_3^2 \cos \varphi_3)$	$a_2 g \cos \varphi_3 \sin \varphi_2 + \Delta(-\ddot{\varphi}_3 \cos \varphi_3 + \dot{\varphi}_3^2 \sin \varphi_3)$		
6	λ_6	$-a_2 g \sin \varphi_3 \cos \varphi_2 + \Delta(\ddot{\varphi}_3 \cos \varphi_3 - \dot{\varphi}_3^2 \sin \varphi_3)$	$-a_2 g \sin \varphi_3 \sin \varphi_2 + \Delta(\ddot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 + \dot{\varphi}_3^2 \cos \varphi_3)$		
7	m_3	0	$-\Delta g$		

(c) $F_{X41} = -F_{X14} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^{10} J_i \lambda_i$			$F_{Y41} = -F_{Y14} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^{10} K_i \lambda_i$		
i	λ_i	J_i	K_i		
1	λ_1	J_1	K_1		
2	λ_2	J_2	K_2		
3	λ_3	$a_1 a_3 \dot{\phi}_1^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cos \varphi_3 + a_3 g \cos \varphi_2 \cos \varphi_3$ $-\Delta(\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2)$	$a_1 a_3 \dot{\phi}_1^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \sin \varphi_3 + a_3 g \cos \varphi_2 \sin \varphi_3$ $+\Delta(\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2)$		
4	λ_4	$a_1 a_3 \dot{\phi}_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cos \varphi_3 - a_3 g \sin \varphi_2 \cos \varphi_3$ $-\Delta(\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2)$	$a_1 a_3 \dot{\phi}_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \sin \varphi_3 - a_3 g \sin \varphi_2 \sin \varphi_3$ $-\Delta(\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2)$		
5	λ_5	J_5	K_5		
6	λ_6	J_6	K_6		
7	m_2	$-\Delta a_1 \dot{\phi}_1^2 \cos \varphi_1$	$-\Delta(a_1 \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_1 - g)$		
8	$m_1 u_1$	$-\Delta \dot{\phi}_1^2 \cos \varphi_1$	$-\Delta \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_1$		
9	$m_1 v_1$	$\Delta \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_1$	$-\Delta \dot{\phi}_1^2 \cos \varphi_1$		
10	m_1	0	Δg		

トルク波形の制御と同様な手法⁽¹⁾⁽²⁾を用い、式(6)を次式の離散形に書き直して、 λ_i に関する連立方程式を構成する。

$$\left. \begin{aligned} (F_{X23})_j &= \frac{1}{\Delta_j} \sum_{i=1}^6 J_{ji} \lambda_i \\ (F_{Y23})_j &= \frac{1}{\Delta_j} \sum_{i=1}^6 K_{ji} \lambda_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

式中の添字 j は入力リンクの $j(=1, 2, \dots, n)$ 番めの位置を示す。節点力成分 $(F_{X23})_j, (F_{Y23})_j$ を与えれば、 λ_i を未知数とする連立方程式となる。

式(12)をマトリックスで表現すれば式(13)となる。

$$\begin{bmatrix} J_{11}/\Delta_1 & J_{12}/\Delta_1 & \dots & J_{16}/\Delta_1 \\ J_{21}/\Delta_2 & J_{22}/\Delta_2 & \dots & J_{26}/\Delta_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{n1}/\Delta_n & J_{n2}/\Delta_n & \dots & J_{n6}/\Delta_n \\ K_{11}/\Delta_1 & K_{12}/\Delta_1 & \dots & K_{16}/\Delta_1 \\ K_{21}/\Delta_2 & K_{22}/\Delta_2 & \dots & K_{26}/\Delta_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1}/\Delta_n & K_{n2}/\Delta_n & \dots & K_{n6}/\Delta_n \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (F_{X23})_1 \\ (F_{X23})_2 \\ \vdots \\ (F_{X23})_n \\ (F_{Y23})_1 \\ (F_{Y23})_2 \\ \vdots \\ (F_{Y23})_n \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

式(13)は、節点力成分 F_{X23}, F_{Y23} の制御方程式であるが、 X 成分、 Y 成分の指定値を入力リンクの同じ位置で与える必要は必ずしもない。ここで、 $2n=6$ のとき非斉次連立一次方程式となり、 $2n>6$ のときは優決定系連立一次方程式となる。制御する目的に応じていずれかの連立方程式を構成すればよい⁽¹⁾。

表1に示す各節点力成分についての制御も式(13)と同様な制御方程式を作て行うことができるのはもちろんであるが、加振力と加振モーメントの同時制御⁽¹⁾で示したように、いくつかの対偶部における節点力成分の制御方程式を組合せれば、それらの節点力成分についての同時制御も行うことができる。なお、重力の影響が無視できる場合には、 $g=0$ として、マトリックスを縮小すればよく、未知数の数は減る。 F_{X23}, F_{Y23} については4個の未知数をもつ方程式となる。

4. 制御方法および制御結果

4・1 節点力軌跡のだ円化制御 節点力を対偶素に固定した座標で制御したい場合は、その座標で節点

力の指定値を与える必要がある。この際、節点力軌跡を関数の形で表すことができれば、節点力の指定値を与えるのが極めて簡単になる。ここでは、節点力軌跡を図3に示すようにだ円とする制御方法を述べる。

対偶素に固定して定めた座標系を x, y 、だ円主軸に定めた座標系を ξ, η とすれば、 x 軸から θ 位置の節点力の ξ 方向成分 F_ξ 、 η 方向成分 F_η は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_\xi &= \pm \frac{AB}{\sqrt{B^2 + A^2 \tan^2(\theta - \theta)}} \\ F_\eta &= F_\xi \tan(\theta - \theta) \\ \theta &= \alpha - \varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 A, B はそれぞれだ円主軸の半径であり、 θ はだ円主軸 ξ の x 軸からの傾き角である。 x, y 軸を x_i, y_i 軸と一致させれば、 α は式(11)の α_{ij} 、 φ は φ_i となる。

だ円指定値 F_ξ, F_η を X, Y 座標に変換すれば次式となる。

$$\begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi + \theta) & -\sin(\varphi + \theta) \\ \sin(\varphi + \theta) & \cos(\varphi + \theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_\xi \\ F_\eta \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

したがって、 θ をパラメータとして与えれば、 A, B, θ によって、 F_ξ, F_η が指定され、 F_X, F_Y の指定値が得られる。

節点力 F_{X12}, F_{Y12} については、次式のように表される。

$$\begin{Bmatrix} F_{X12} \\ F_{Y12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_2 + \theta_2) & -\sin(\varphi_2 + \theta_2) \\ \sin(\varphi_2 + \theta_2) & \cos(\varphi_2 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{\xi 2} \\ F_{\eta 2} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 $F_{\xi 2}, F_{\eta 2}$ は、入力リンクとカップラを結合する対偶部のカップラ側対偶素に作用する節点力をだ円指定したその成分力で、式(14)から次式となる。

$$\left. \begin{aligned} F_{\xi 2} &= \pm \frac{A_2 B_2}{\sqrt{B_2^2 + A_2^2 \tan^2(\theta_2 - \theta_2)}} \\ F_{\eta 2} &= F_{\xi 2} \tan(\theta_2 - \theta_2) \\ \theta_2 &= \alpha_{12} - \varphi_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

図3 節点力のだ円軌跡

4.2 節点力の大きさと作用方向の制御 前項に述べた節点力のだ円指定が可能な場合は、 B/A , θ をパラメータとすることによって、実現可能な質量配分を探すのが容易になる。しかし、すべての節点力軌跡がだ円化できるとは限らず、節点力の大きさのみ、あるいは節点力の作用方向のみ制御したい場合も生じる。

節点力の大きさのみ制御したい場合には、次式によって指定値を与えればよい。

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 F_x , F_y は対偶素に固定した座標による節点力成分である。

節点力の作用方向を制御したい場合には、 φ_1 に対する α あるいは θ を指定することが必要となる。これから、節点力の F_x , F_y のいずれかの成分を指定すれば、他方はきまり、制御方程式の指定値は式(18)で与えられる。とくに対偶素に固定した座標によって指定値を与える必要がなければ、次式の関係から、直接制御方程式に節点力成分の指定値を与えることができる。

$$F_x/F_y = \tan \alpha \dots\dots\dots (19)$$

このようにして節点力の作用方向を制御した後、前項の制御を行えば、節点力の作用方向を指定しただ円化制御となる。

4.3 制御結果 ここで、表 2⁽¹⁾⁽²⁾ に示す諸元をもつクランクレバー機構のクランクピン部において、クランク側からカップラ側に作用する節点力 F_{12} をだ円指定した制御結果について述べる。

表 2 各リンクの諸元

		a_i m	m_i kg	I_i kgcm ²	u_i m	v_i m
Crank	1	0.031	0.583	2.909	0	0
Coupler	2	0.181	0.171	6.096	0.091	0
Lever	3	0.118	0.286	3.273	0.059	0
Fixed link	4	0.200				

表 3 制御方程式の解

i	(a) λ_i	(b) λ_i
1	9.85 kgcm ²	61.96 kgcm ²
2	3.39 kgcm ²	-18.49 kgcm ²
3	1.36 kgcm	4.37 kgcm
4	0.12 kgcm	0.10 kgcm
5	—	0
6	—	0
7	0.21 kg	0.39 kg

この機構の制御前の節点力 F_{12} の軌跡は、図 4 に破線で示すようになる。 F_{x12} , F_{y12} は F_{12} の x_2 方向, y_2 方向の成分力である。重力の影響は含めていない。この F_{12} を $B_2/A_2=0.58$ ($A_2=25$ N), $\theta_2=0$ の条件のだ円に、制御前後の節点力作用方向を変えないで制御した結果、表 3 の (a) 欄に示す解を得た。これは、指定値を式(17)によって、 $\varphi_1=10^\circ$ から 360° まで 10° ごとに 36 個の F_{x2} , F_{y2} を与え、表 1 (a) の式から 72 個の方程式を作り、その最小二乗解を求めたものである。この解による F_{12} の軌跡は図 4 の実線のようにになる。未知数の数が限られているので完全なだ円にはならないが、ほぼ指定の結果となっている。表 3 (a) から質量配分総合法⁽¹⁾によって求めた質量パラメータは実現可能である。この機構では、 B_2/A_2 をさらに大きくすると、 λ_1, λ_2 が負となり、それぞれの慣性モーメントを負とする工夫をしないと質量配分の実現が困難となる結果を得た。

回転数が比較的高ければ重力の影響は無視できるが、このとき重力の影響を含めると、慣性力に対して重力の影響が小さいので、重力項のみを係数とする未知数の解が大きな値となる傾向があり、望ましい結果は得られない。そこで、この場合の重力項のみを係数とする未知数を既知数として与え、マトリックスを縮小して重力を含めて制御してみた。指定値の満たす条

図 4 重力を含めない節点力 F_{12} の制御結果 (600 rpm, $B_2/A_2=0.58$, $A_2=25$ N)

図 5 重力を含む節点力 F_{12} の制御結果 (600 rpm, $B_2/A_2=0.58$, $A_2=25$ N)

件および指定方法は、前述の重力の影響を無視した場合と同様にした。制御方程式の解を表3の(b)欄に示す。 λ_5 と λ_6 は既知数として与えたものである。この解から求めた制御後の節点力 F_{12} の軌跡は図5の実線となる。図中の破線は制御前の重力を含む節点力 F_{12} の軌跡である。この場合も、完全な円ではないが、制御前と比較して F_{12} の最大値は小さくなり、最小値と最大値の比率を低下させることができた。

5. 検 討

5.1 節点力 F_{12} 制御の F_{32} への影響 計算例として、リンクの運動とともに対偶部が移動し、しかも大きな節点力となるクランクピン部の節点力 F_{12} の制御結果を示した。ところが、各節点力は独立ではないから、一つの節点力を制御すれば残りの節点力が変化する。もう一つの移動する対偶部であるレバーピン部の節点力 F_{23} は、表1(a)と式(6)~(9)から明らかに F_{12} の制御後調整の余地は全くない。

図6(a)、(b)に F_{12} の制御後における F_{32} の節点力軌跡を示す。 F_{x32} 、 F_{y32} は、 F_{32} の x_2 方向、 y_2 方向の成分力で、図中の破線は F_{12} の制御前の F_{32} の軌跡である。 F_{32} は、レバー側からカップラ側に作用する節点力であるが、いうまでもなく F_{23} と大きさ等しく、方向逆の節点力である。 F_{12} の制御によって、図6(a)では F_{32} は小さくなっている。図6(b)では、 F_{12} の制

(a) 重力を含めない F_{12} 制御の影響

(b) 重力を含む F_{12} 制御の影響

図6 節点力 F_{32} の軌跡 (600 rpm)

御後、 F_{32} の最大値は20%増大しているが、 F_{12} の最大値の70%以下である。

5.2 節点力 F_{12} 制御の加振力と加振モーメントへの影響 加振力と加振モーメント⁽¹⁾については、 F_{12} を制御しても多少の調整余地が残る。そこで、 $u_1=v_1=0$ 、 $u_3=v_3=0$ の条件を与え、表3(a)欄の λ_i による加振力の X 成分 P_{sx} 、 Y 成分 P_{sy} および原点 O についての加振モーメントの計算結果を示すと図7(a)、(b)のようになる。節点力 F_{12} の制御前(破線)の状態よりむしろ低減している。

5.3 節点力 F_{12} 制御の入力トルクへの影響 重力の影響を含めない場合は、節点力 F_{12} の制御後、入力トルク⁽²⁾の調整の余地は全くなく、計算結果は図8の実線のようにになる。破線は F_{12} 制御前の入力トルクである。 F_{12} の制御後、入力トルクは小さくなった。重力の影響を含めれば、入力トルクは調整の余地が残る。

(a) 加振力成分

(b) 加振モーメント

図7 加振力と加振モーメントの計算結果
($u_1=v_1=0$ 、 $u_3=v_3=0$ 、表3(a)欄の場合、600 rpm)

図8 重力を含めない入力トルクの計算結果 (600 rpm)

6. 結 言

リンク機構の節点力について、その大きさ、変動波形、作用方向などを所要のものとする制御が可能な動力学的質量配分の決定法を明らかにした。本論文をまとめると次のとおりである。

(1) 各対偶部の節点力成分の式を機構の質量配分を求めるのに、都合のよい形に定式化した。

(2) 入力リンクの位置に対して、節点力成分を離散化して与え、質量配分を未知量とする連立方程式を構成することにより、一つの節点力の制御はもちろんいくつかの節点力の同時制御もできることを示した。

(3) 節点力軌跡を対偶素に固定した座標系でだ円とする関数の形で指定する制御手法を示した。節点力の大きさ、その作用方向を指定する制御法についても

述べた。

(4) クラंकレバー機構のクラंकピン部の節点力軌跡をだ円として制御した計算例を示した。

(5) クラंकピン部の節点力の制御前後におけるレバーピン部の節点力、加振力と加振モーメントおよび入力トルクの計算結果を示し、それらに及ぼすクラंकピン部の節点力制御の影響を検討した。

文 献

- (1) 管・ほか2名, 機論, 51-461, C (昭60), 64.
- (2) 古橋・ほか2名, 機論, 51-471, C (昭60), 2918.
- (3) Smith, M. R. and Maunder, L., *J. Mech. Eng. Sch.*, 9-3 (1967), 218.
- (4) 舟橋・ほか2名, 機論, 44-381 (昭53), 1715.
- (5) 古橋・ほか2名, 機論, 43-371 (昭52), 2763.
- (6) 古橋・ほか2名, 機論, 43-376 (昭52), 4644.
- (7) 古橋・ほか2名, 機論, 44-388 (昭53), 4293.