連接車両の上下系周波数応答* (編成列車中間車両の運動解析のための手法)

宮 本 昌 幸**, 藤 本 裕***

Frequency Response of Articulated Railway Vehicles (A Method for Dynamic Analysis of Intermediate Vehicles in a Long Train)

by Masayuki MIYAMOTO and Hiroshi FUJIMOTO

One of the most important characteristics of a railway system is that many coupled vehicles run in a long train. It forms mass transportation and extends many other advantages. However, most papers have treated dynamic analysis of railway vehicles as a single vehicle. This paper reports a new method using "an equivalent one car model", by which we can analyse the response of an intermediate car in a long train to track irregularities; and also using this method, show the results of the essential difference in vertical frequency response between articulated vehicles and conventional two-bogie vehicles.

Key Words: Railway, Theory of Vibration, Intermediate Vehicles in a Long Train, Articulated Vehicles, Conventional Two-Bogie Vehicles, Vertical Track Irregularity

1. ま え が き

鉄道車両の大きな特徴の一つは、多くの連結された車両が一つの列車として走行することである。このことにより大量輸送他多くの有利な点が生ずる。

しかし、従来多くの論文においては、主に次の二つの理由により、鉄道車両の運動解析を単一の車両として行ってきた。

(1) 多くの場合、車両間の結合はあまり強くないと考えられた。

(2) 列車としての運動解析を行おうとすると、扱うべき運動の自由度が増加し、解析上、計算上多くの制約が生ずる。

最近、高速車両の運動特性を改善するために、連接車両や車両間をダンパ結合した車両など、車両間の結合の強い車両が開発されている。これらの場合には、車両間結合の効果を考慮しての運動解析が必要となる。

この論文においては、以下の2項目について述べる。

(1) 軌道狂いに対する、列車中の中間車両の動的応答を解析し得る等価1両系モデルを用いた手法の提案

(2) この方法を用いて、連接車両と1車両2台車方式の車両での乗心地土の本質的な差異についての検討

2. 等価1両モデルによる解析法

2・1 一般論 図1のように同一車両が無限に連結されている列車が、軌道狂い上を速度 V で走行していく場合の、中間車の応答を求める。 i 番め車両の運動方程式は

$$M\ddot{X}_i + C\dot{X}_i + KX_i + C_F\dot{X}_{i-1} + K_F X_{i-1} + C_B\dot{X}_{i+1} + K_B X_{i+1} = F_i \dots \dots \dots (1)$$

と表せる。ここで

X_i : i 番め車両の状態ベクトル

図1 軌道狂い上を走行する無限編成列車

* 昭和60年10月26日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 昭和60年2月5日。

** 正員、鉄道技術研究所 (〒185 国分寺市光町2-8-38)。

*** 鉄道技術研究所。

M, C, K : 各車両の質量, 減衰, 剛性マトリックス
 $C_F, K_F; C_B, K_B$: それぞれ前車両, 後車両からの影響を与える減衰, 剛性マトリックス
 F_i : 外力ベクトル

である。

波長 λ の正弦波状軌道狂いの上を, 定常的な振動数 $\omega (=2\pi V/\lambda)$ で振動をしているとすると, 各車両は $\tau_0 = l/V$ だけずつ時間遅れのある同一の運動をすることになる。この場合には

$$\left. \begin{aligned} X_{i-1} &= X_i e^{j\omega\tau_0} \\ X_{i+1} &= X_i e^{-j\omega\tau_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

と表せるので, 式(2)を式(1)に代入し, 整理すると

$$M_E \ddot{X}_i + C_E \dot{X}_i + K_E X_i = F_i \dots\dots\dots (3)$$

と X_i のみに関しての運動方程式が得られるので, 通常の方法により中間車 X_i の周波数応答を等価的な1両系として求めることができる。

この扱いは見方を変えと, 注目している車両への隣接車両からの影響を車両間の振動の位相差に応じて加味することに相当する。

この方法の特徴は, 運動の自由度を増すことなく, 車両間に結合のある中間車両の軌道狂いに対する応答を解析できる点にある。特に連接車両のように, 従来の方法では1両としての解析が不可能な場合においても, 少ない自由度で解析できる。

2.2 N 質点系の場合 この無限編成等価1両系において, N 両編成の場合には存在する列車としての各振動モードに対応する共振現象が, 起こり得るかどうかについて, 図2に示す簡単な N 質点系を例ととり考えてみる。

この系の n 次の固有振動数 ω_n は遷移行列法⁽¹⁾を用いて

$$\omega_n = \sqrt{(k_1/m) + (4k_2/m) \sin^2 \{(n-1)\pi/2N\}} \dots\dots\dots (4)$$

と求まるので, N 質点系中の i 番め質点の変位 Z_i の周波数応答は

$$Z_i = \frac{k_1 a_0 \times [*]}{\prod_{n=1}^N [-m\omega^2 + k_1 + 4k_2 \sin^2 \{(n-1)\pi/2N\}]} \dots\dots\dots (5)$$

図 2 N 質点系

の形として表せる (式(4), (5)の誘導は付録に示す)。

他方, 前節で述べた等価1両系に対応する, 等価1質点系としての変位の周波数応答は

$$Z = \frac{k_1 a_0}{[-m\omega^2 + k_1 + 4k_2 \sin^2 (l\omega/2V)]} \dots\dots\dots (6)$$

と, 式(4)と同形式の分母として表せる。

N 質点系の場合には, 式(5)より $\omega = \omega_n$ となると n 次モードの共振を起こす (加振波長の関係で, 共振の生じないモードの場合には, 分子に $(\omega - \omega_n)$ の項があり, 分母分子で約分できるときである)。

等価1質点系の場合には, 式(5), (6)の対応から

$$\omega = \omega_n, (n-1)\pi/(2N) = l\omega_n/(2V) \dots\dots\dots (7)$$

がなりたつとき, n 次モードの共振が起きる。式(7)より, そのときの波長 $\lambda = 2\pi V/\omega$ は $2Nl/(n-1)$ となる。これは n 次モードに対応した波長である。

これらより, 等価1質点系としての扱いにおいても, 速度 V , 質点間距離 l が与えられているとして, 軌道狂い波長 λ が n 次モードの波長に等しく, かつ $\omega = 2\pi V/\lambda$ で定まる加振振動数が, n 次固有振動数 ω_n に等しい場合に, n 次モードの共振が生ずることがわかる。

2.3 在来形連結ボギー車の場合 在来形連結ボギー車とは, 新幹線など鉄道車両に広く使われているもので, 二軸の台車2個で1車体を支える車両構成である。その上下系運動モデルは図3に示すものとなる。

従来はこの1両モデルによる解析, あるいはさらに単純化した半車両モデルによる解析が主として行われてきた。しかし1車両のモデルを用いた解析によっても, 走行実験における中間車両の車体加速度が, 前部のほうが後部のほうより大きくなるという実測結果とは逆の結果が得られる。文献(2)では, 車両間のほろや連結器胴受けばねによる, 車両間の拘束力を考慮した編成モデルを用いた解析を行うことにより, 上記の実測結果を説明できることを示している。これは車体

図 3 在来形連結ボギー車両の上下系振動モデル

の上下並進運動とピッチング運動の位相関係が、車体間の拘束力により変化することによる。

文献(2)での解析モデルは、車両間の上下方向拘束力を図3に点線で示すような、ばねとダンパの並列系で、モデル化した5両編成モデルであり、その3両め車両の運動に着目している。当然運動の自由度は、1両の場合の5倍となってしまう、式の上での1両との対比が明確に把握できない。

そこで、この節では、編成列車の中間に位置する二軸ボギー車の、軌道狂いに対する上下系周波数応答を、前述の等価1両系の考えに基づき扱う。

2・3・1 運動方程式、周波数応答 図3に示すモデルでの、1両についての運動の自由度は、車体の上下並進運動 Z_b 、車体のピッチング運動 θ_b 、前、後台

車の上下並進運動 Z_{tr} 、 Z_{tr} の4自由度となる。台車ピッチング運動は、これらの運動とは連成しない。

式(1)に相当する i 番め車両の運動方程式をたて、式中に現れる各車軸位置での軌道狂いとして、位相を考慮した正弦波状狂い(波長 λ 、振動数 $\omega=2\pi V/\lambda$)を与える。また、前部車両の $Z_{b,i-1}$ 、 $\theta_{b,i-1}$ 後部車両の $Z_{b,i+1}$ 、 $\theta_{b,i+1}$ に式(2)に相当する変換を行う。その結果、振動数 ω の定常解に対する、 i 番め車体上下、ピッチング、前台車上下、後台車上下、それぞれの変数の複素振幅 Z_B 、 Θ_B 、 Z_{TF} 、 Z_{TR} に関する連立方程式が求まる。

この連立方程式を解き、前台車中心上の車体上下加速度 $Z_{BF}\omega^2$ 、後台車中心上の車体上下加速度 $Z_{BR}\omega^2$ を求めると

$$\left. \begin{aligned} \frac{Z_{BF}\omega^2}{Z_{BR}\omega^2} \right\} &= \frac{2K_1K_2a_0\omega^2 \cos(l_4\omega/V)}{(A_zA_t - K_2^2)(A_\theta A_t - K_2^2) + (A_cA_t/l_3)^2} \\ &\times \left[(A_\theta A_t - K_2^2) \cos\left(\frac{l_3\omega}{V}\right) + j\left(\frac{A_cA_t}{l_3}\right) \sin\left(\frac{l_3\omega}{V}\right) \mp \left\{ \left(\frac{A_cA_t}{l_3}\right) \cos\left(\frac{l_3\omega}{V}\right) - j(A_zA_t - K_2^2) \sin\left(\frac{l_3\omega}{V}\right) \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

と求まる。ここで、 $\alpha=l_3\omega/V$ として、

$$\begin{aligned} A_z &= -(M_b/2)\omega^2 + K_2 + K_c(1 - \cos \alpha) \\ A_\theta &= -(M_b/2)(r_b/l_3)^2\omega^2 + K_2 + K_c(1 + \cos \alpha)(l_c/l_3)^2 \\ A_t &= -M_t\omega^2 + 2K_1 + K_2, \quad A_c = -jK_cl_c \sin \alpha \\ K_1 &= C_1j\omega + k_1, \quad K_2 = C_2j\omega + k_2, \quad K_c = C_cj\omega + k_c \end{aligned}$$

である。

このように、等価1両系の考え方により、車体間の拘束力のある編成列車の中間車両についての周波数応答を、解析解として求めることができる。

式(8)において、 $K_c=0$ と車体間の拘束力がないとすると、式(8)は1車両の周波数応答となり

$$\left. \frac{Z_{BF}\omega^2}{Z_{BR}\omega^2} \right\} = D \left[\frac{M_b}{2} \right] \cos\left(\frac{l_3\omega}{V}\right) \mp D \left[\frac{M_b}{2} \left(\frac{r_b}{l_3}\right)^2 \right] (-j) \sin\left(\frac{l_3\omega}{V}\right) \dots\dots\dots (9)$$

と表せる。ここで、関数 $D(M)$ は

$$D(M) = \frac{2K_1K_2a_0\omega^2 \cos(l_4\omega/V)}{(-M\omega^2 + K_2)(-M_t\omega^2 + 2K_1 + K_2) - K_2^2} \dots\dots\dots (10)$$

であり、 $D(M_b/2)$ は、半車両モデルの上下周波数応答である。したがって式(9)は、1車両の周波数応答は、半車両モデルの周波数応答関数 D で表せることを示している。

2・3・2 5両編成中3両め車両の周波数応答と等価1両系の周波数応答の比較 文献(2)で用いられたのと同じ諸元を用いて、式(8)で与えられる等価1両系としての周波数応答と、文献(2)での結果(5両編成として扱った、3両め車両の周波数応答)との比較を行ったものの一例を、図4に示す。波長40mの軌道狂いに対する車体加速度の応答値の速度特性について示してある。両者非常によく一致していると言え、等価1両系としての扱いが妥当であることがわかる。

3. 連接車両の周波数応答

連接車両とは、2・3節で述べた在来形連結ボギー車が1車両2台車を有していたのに対し、車両間の接続部に台車を配する方式である。路面電車など比較的低速の車両に用いられることが多かったが、フランスの高速車両TGVにおいてもこの方式が採られている。

連接車両と一般連結車両との得失については、輸送量、編成列車質量、軸重、車内騒音などの観点からの検討はされているが、車両運動特性面からの検討はあまりなされていない。

車両運動面からの検討項目としては、上下乗心地、左右乗心地、前後乗心地、だ行動特性、曲線通過特性があるが、ここでは上下乗心地について扱う。

連接車両の中間車に注目し、上下軌道狂いに対する周波数応答が、在来形連結車両の周波数応答と本質的に何が異なるかについて調べるのが目的である。用いる手法は2章で述べた等価1両系によるものである。

3.1 振動モデル、運動方程式、周波数応答 連接車両の上下系振動モデルを図5に示す。両端車両を除き、各車体の後端部は次の車体の前端部とピン結合されている。このピン結合部において車体が台車で支持されている構成である。

このモデルで $k_b = C_b = 0$ として、 i 番め車両の前端部ピン位置での上下変位を z_{bi} 、台車の上下並進変位を z_{ti} とすると、 i 番め車両の運動方程式は

$$M_b(\ddot{z}_{b,i-1} + 2\ddot{z}_{bi} + \ddot{z}_{b,i+1})/4 + M_b r_b^2(-\ddot{z}_{b,i-1} + 2\ddot{z}_{bi} - \ddot{z}_{b,i+1})/(4l_b^2) + C_2(\dot{z}_{bi} - \dot{z}_{ti}) + k_2(z_{bi} - z_{ti}) = 0 \quad (11)$$

$$M_t \ddot{z}_{ti} + C_2(\dot{z}_{ti} - \dot{z}_{bi}) + k_2(z_{ti} - z_{bi}) + C_1(2\dot{z}_{ti} - \dot{z}_{0i1} - \dot{z}_{0i2}) + k_1(2z_{ti} - z_{0i1} - z_{0i2}) = 0 \quad (12)$$

と表せる。両端車両についても同様に表すことができるが、ここでは省略する。

等価1両系の考えに基づく場合には、この i 番め車両の運動方程式(11)、(12)を、2.3節で行ったと同様な方法により変換することにより、 z_{bi} 、 z_{ti} の複素振幅 Z_b 、 Z_t の2元の連立方程式

図4 等価1両系と従来手法による周波数応答の比較

$$\begin{pmatrix} -M_{eq}\omega^2 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & A_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_b \\ Z_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2a_0 K_1 \cos(l_1 \omega / V) \end{pmatrix} \quad (13)$$

が得られる。この式(13)を解くことにより、車体ピン結合部の上下加速度の周波数応答は

$$Z_b \omega^2 = \frac{2K_1 K_2 a_0 \omega^2 \cos(l_1 \omega / V)}{(-M_{eq} \omega^2 + K_2)(-M_t \omega^2 + 2K_1 + K_2) - K_2^2} \quad (14)$$

と求まる。この式(14)で M_{eq} は車体の等価的な質量を表すもので、

$$M_{eq} = \frac{M_b}{2} \left[1 + \left(\frac{r_b}{l_b} \right)^2 + \left\{ 1 - \left(\frac{r_b}{l_b} \right)^2 \right\} \cos \frac{2l_b \omega}{V} \right] \quad (15)$$

である。

式(14)は、式(10)に示したボギー車の半車両モデルの上下周波数応答関数 D と全く同じ関数であり、

$$Z_b \omega^2 = D(M_{eq}) \quad (14')$$

と表せる。違いは、ボギー車半車両の場合には、車体質量が一定値 $M_b/2$ であるのに対し、連接車両の場合には、加振振動数 ω の関数として式(15)で定まる等価質量 M_{eq} となる点である。

このように、連接車両の中間車両の周波数応答を等価1両系の考え方により求めることにより、ボギー車、連接車両の周波数応答をともに同一の関数 D で表現できるので(ボギー車1車両の場合は式(9)、連接車両中間車両の場合は式(14')、(15))、両者の運動特性の比較を行う上で非常に有効となる。

ボルスタアン力 k_b 、 C_b がある場合についても、若干複雑にはなるが、車体上下加速度の周波数応答を同様に解析解として求めることができる。

比較のために計算を行った、 N 両編成 ($N=3 \sim 11$) の連接車両全体を従来の方で扱う場合には、 $2(N$

図5 連接車両の上下系振動モデル

+1) 元の連立方程式を解くことになる。

3.2 計算諸元 計算諸元としては、中間車の車長を 15 m とし、単位長さ当たりの車両質量を新幹線車両とほぼ同一とした。台車諸元は新幹線台車とほぼ同程度のものとした。以下に各諸元を示す。各記号については図 5 に示した。

$M_b = 20.0 \text{ t}$ (中間車), 25.0 t (両端車)

$r_b = 4.0 \text{ m}$ (中間車), 4.5 m (両端車)

$M_t = 5.0 \text{ t}$

$k_1 = 1.8 \text{ MN/m}$ (180 tf/m)

$r_t = 1.4 \text{ m}$

$C_1 = 50 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$ (5.1 tf·s/m)

$l_1 = 5.0 \text{ m}$, $h_1 = 0.05 \text{ m}$

$l_2 = 10.0 \text{ m}$, $h_2 = 1.0 \text{ m}$

$l_3 = 7.5 \text{ m}$

$k_b = 0, (18) \text{ MN/m}$ {0, (1800) tf/m}

$l_4 = 1.25 \text{ m}$

$C_b = 0, (100) \text{ kN} \cdot \text{s/m}$ {0, (10.2) tf·s/m}

$a_0 = 0.001 \text{ m}$

二次サスペンションの k_2 , C_2 は、空気ばねを用いるときには

$$k_2 = k_{s2} + k_{s1} \left\{ \frac{\beta(1+\beta) + (C_{s1}\omega/k_{s1})^2}{(1+\beta)^2 + (C_{s1}\omega/k_{s1})^2} \right\}$$

$$C_2 = C_{s1} / \{ (1+\beta)^2 + (C_{s1}\omega/k_{s1})^2 \}$$

で与えられる⁽³⁾。ここで用いた k_{s1} , k_{s2} , C_{s1} , β は以下の値である。

$C_{s1} = 50 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$ (5.1 tf·s/m)

$k_{s1} = 0.9, (0.45) \text{ MN/m}$ {92, (46) tf/m}

$k_{s2} = 0.1, (0.05) \text{ MN/m}$ {10, (5) tf/m}

$\beta = 0.5$

3.3 N 両編成系と等価 1 両系の周波数応答の比較

図 6 等価 1 両系と従来手法による周波数応答の比較 (連接車両)

等価 1 両系による扱いが、連接車両の場合においても妥当か否かを調べるために、速度 $V=100, 150, 200 \text{ km/h}$ の各場合について、 $N=3, 4, 5, 11$ 両編成の中間車両の周波数応答と等価 1 両系の周波数応答を比較してみた。ボルスタアン力 k_b , C_b がある場合で、速度 150 km/h の例を図 6 に示す。これらの図より、3 両編成の中間車の場合には、まだ不一致が認められるが、5 両編成以上の中間車の場合には、実際上問題にしている 1 Hz 程度以上の振動数でよく一致しているといえる。他の速度についても同様な傾向が認められた。

N 両編成での、各車両の周波数応答の比較をすることにより、先頭車両の応答がどのように異なるかなどについても考察できるが、ここでは、何両めから等価 1 両系の扱いでの中間車両として扱えるかという点から調べてみる。5 両編成程度までは、まだ編成位置による変化が大きく、中央車両のみが中間車両と

図 7 連接車両等価質量と軌道狂い波長の関係

図 8 連接車両等価質量の周波数応答への影響

みなし得るのに対し、11両編成となると、3～9両め車両の応答は、ほとんど一致し、これらの車両の応答は等価1両系として扱えることがわかった。

3・4 連接車両とボギー車の周波数応答の比較

式(15)で与えられる等価質量 M_{eq} の周波数 $f(=\omega/2\pi)$ による変化を図7に示す。車体ピッチング慣性半径 r_b は、車体質量が一樣に分布しているとする $r_b = 0.58l_3$ と、車体長の半分 l_3 の58%程度となる。仮に車体質量が車端部に集中しているとしても、 r_b は l_3 を越えることはないので r_b/l_3 は1より小さい。したがって M_{eq} が最小になるのは $\cos\{(2l_3\omega)/V\} = -1$ のときである。このときの対応する軌道狂い波長 λ は、図7の下に示すように $\lambda = 2\pi V/\omega = 4l_3/(2i+1)$ ($i=0, 1, 2, \dots$) $= 30, 10, 6, \dots m$ と、図中に示したように隣接車両が逆位相となるときのときである。

図8に、式(14)で与えられる、連接車両の車体加速度の周波数応答 $|Z_B|\omega^2$ を示す。この図には同時に式(14)の分母 D_{en} 、分子 N_{um} の変化も示されている。この図8より、上に述べた M_{eq} が最小 [$M_{eq} = M_{min} = M_b(r_b/l_3)^2$] になる振動数で分母が極小になり (◎印)、それにより $|Z_B|\omega^2$ が極大になっていること、逆に M_{eq} が最大 ($M_{eq} = M_{max} = M_b$) となる振動数で分母が極大になり、 $|Z_B|\omega^2$ が極小になっていることがわかる。別の言い方をすると、式(14')より $|Z_B|\omega^2$ の極大点は $D[M_b(r_b/l_3)^2]$ 上にあり、極小点は $D[M_b]$ 上にあるといえる。ここで関数 D は式(10)で定義された関数である。

他方ボギー車の、台車中心上の車体加速度周波数

表1 連接車両、ボギー車両の M_{min} , M_{max}

	articulated vehicles	bogie vehicles
M_{min}	$M_b(r_b/l_3)^2$	$M_b(r_b/l_3)^2/2$
M_{max}	M_b	$M_b/2$

図9 走行速度の周波数応答への影響

応答は、前述のように式(9)で与えられ、通常 $D[M_b(r_b/l_3)^2/2]$ 上に極大値があり $D[M_b/2]$ 上に極小値があることは、よく経験されていることである。

連接車両、ボギー車両いずれについても、通常想定される諸元を用いた場合、100 km/h 程度以下の低速の場合に、振動数1 Hz 付近で、上記の関係から若干ずれる場合もあるが、實際上問題となる量ではない。

以上より、連接車両、ボギー車両いずれの場合も、その車体加速度の周波数応答を表1に示す M_{min} と M_{max} で評価できるといえる。

そのための重要な指標である r_b/l_3 が連接車両とボギー車両で、いかに異なるかを見てみる。車体長の半分 L に対する l_3 の比 $\eta = l_3/L$ は、ボギー車両では0.70～0.72程度の値であるのに対し、連接車両では、その構成上1.0である。また $\kappa = r_b/L$ は、新幹線の0.57から客車の0.68程度の値となっている。連接車両についても κ は同程度の値となるとすると、 r_b/l_3 は κ/η より、ボギー車両では0.79～0.97、連接車両で0.57～0.68とボギー車のほうがその構成上大きくなる。

連接車両、ボギー車両において、台車の車体負担荷重を同じ(台車が同じなら、軸重が同じことに相当)とすると、ボギー車両の車体質量 M_b は連接車両の M_b の2倍となる。したがって表1より、両者で M_{max} は等しくなるが M_{min} は連接車両のほうが小さくなる。そのため、軸重が同じ場合には周波数応答の極小点を結ぶ曲線は両者同じだが、極大点を結ぶ曲線は連接車両のほうが大きくなる。

また両者の車体質量に関係なく、 $M_{min}/M_{max} = (r_b/l_3)^2$ となるので、連接車両の周波数応答のほうが周波数による変動が大きく、また速度による影響を受けやすい。一例を図9に示す。

ボギー車両、連接車両ともに $\kappa = 0.58$ 、ボギー車両、連接車両の η をそれぞれ0.72、1.0として、また単位長さ当たりの車体質量をともに ρ とすると、 M_{min} は連接車両では $0.673\rho l_3$ 、ボギー車両では $0.901\rho l_3$ 、 M_{max} は連接車両では $2\rho l_3$ 、ボギー車両では $1.389\rho l_3$ となる。したがって、 l_3 が同じとすると周波数応答の極大値は連接車両のほうが大きく、極小値は連接車両のほうが小さくなる。両者で M_{min} が等しくなるためには連接車両の台車間隔 $2l_3$ は、ボギー車の約34%増しにすることが必要であり、そのときには、台車の車体負担荷重は、連接車のほうが約93%大きくなってしまう。

4. あ と が き

編成車両中の中間車両の、軌道狂いに対する周波数応答を求めるための、等価1両系による手法を提案した。この手法は、注目している中間車両への隣接車両からの影響を車両間の振動の位相差に応じて加味するものである。その特徴は、運動の自由度を増すことなく、車両間に結合のある中間車両の応答を解析できる点にある。この手法を、在来形連結ボギー車両および連接車両の、上下軌道狂いに対する周波数応答を求めるために用いた。その結果次の結論を得た。

(1) 在来形連結ボギー車両、連接車両いずれについても、周波数応答を簡単な解析式として示すことができる。編成の前、後の各2両の車両を除く中間車両については、編成車両全体を扱う従来の方法による結果とよく一致する。

(2) ボギー車両で車体間の拘束力がないとした場合および連接車両いずれの周波数応答の式も、ボギー車両の半車両モデルの周波数応答関数を用いて表現できて、両車両の台車が同じとすると、ともに表1に示した $M_{\min}$, $M_{\max}$ でその大きさを評価できる。

(3) 連接車両の周波数応答のほうが、周波数による変動が一般に大きく、また速度による影響が大きい。

(4) 両車両で軸重が同じなら、周波数応答の極大点を結ぶ曲線は、連接車両のほうが大きくなり、極小点を結ぶ曲線は両者同じとなる。

(5) 両車両で台車間距離が同じとすると、周波数応答の極大値は連接車両のほうが大きく、極小値は連接車両のほうが小さい。

付 録

本文中の式(4)、(5)の誘導について図2の系の運動方程式において、軌道狂いの項 $z_{0i}(i=1\sim N)$ を、位相差を考慮して

$$z_{0i} = a_0 e^{j\omega(t-\tau_i)} = a_0 e^{j\omega t} e^{-j\omega l(i-1)/V} \dots\dots\dots (16)$$

$$(\tau_i = l(i-1)/V)$$

とおき、また $z_i(i=1\sim N)$ を、

$$z_i = Z_i e^{j\omega t} \dots\dots\dots (17)$$

とおくと、運動方程式は

$$\delta D Z = (k_1 a_0 / k_2) F \dots\dots\dots (18)$$

と変形される。ここで

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_N \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-j\omega l/V) \\ \vdots \\ \exp\{-j\omega l(N-1)/V\} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1+\delta^{-1} & -\delta^{-1} & & & 0 \\ -\delta^{-1} & 1+2\delta^{-1} & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & 1+2\delta^{-1} & -\delta^{-1} \\ & & & -\delta^{-1} & 1+\delta^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\delta^{-1} = k_2 / (-m\omega^2 + k_1)$$

である。この式(18)をクラメルの公式より解くと、 Z_i は

$$Z_i = \frac{k_1 a_0}{k_2} \times \frac{|\text{行列 } \delta D \text{ の } i \text{ 列要素を } F \text{ で置きかえた行列}|}{|\delta D|} \dots\dots\dots (19)$$

($i=1\sim N$)

と求まる。

他方、 $|\delta D|=0$ の解である、この系の固有振動数を遷移行列法を用いて求める。

$$W_i = Z_{i+1} - Z_i \dots\dots\dots (20)$$

と W_i を定義すると、式(18)で $F=0$ とした式は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -\delta^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_i \\ W_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -\delta^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{i-1} \\ W_{i-1} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

($W_0 = W_N = 0$), ($i=1\sim N$)

と Z_i , W_i に関しての漸化式として表せる。

式(21)の関係を繰返し用いると

$$\begin{pmatrix} Z_0 \\ W_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \begin{pmatrix} \lambda_1(1+\lambda_1)^N - \lambda_2(1+\lambda_2)^N & -(1+\lambda_1)^N + (1+\lambda_2)^N \\ \lambda_1\lambda_2\{(1+\lambda_1)^N - (1+\lambda_2)^N\} & -\lambda_2(1+\lambda_1)^N + \lambda_1(1+\lambda_2)^N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_N \\ W_N \end{pmatrix} \dots\dots\dots (22)$$

の関係が得られる。ここで λ_1, λ_2 は

$$\lambda_1, \lambda_2 = (\delta \pm \sqrt{\delta^2 + 4\delta})/2 \dots\dots\dots (23)$$

与えられる量である。

式(21)で $W_0 = W_N = 0$ であるから、式(22)の行列の2行1列要素は零とならねばならぬ。結局

$$(1+\lambda_1)^N - (1+\lambda_2)^N = 0 \dots\dots\dots (24)$$

が固有振動数方程式となる。

式(24)が成り立つためには、 λ_1, λ_2 は複素数でなければならないから、式(23)より

$$\delta^2 + 4\delta < 0 \rightarrow 0 < -\delta/4 < 1 \dots\dots\dots (25)$$

となるから,

$$-\delta/4 = \sin^2 \gamma \dots\dots\dots (26)$$

なる変数変換をすると, 式(24)の解は

$$\sin(2\gamma N) = 0 \dots\dots\dots (27)$$

と簡単な式として求まる. この式(27)より

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_1}{m} + \frac{4k_2}{m} \sin^2 \left\{ \frac{(n-1)\pi}{2N} \right\}} \dots\dots\dots (4)$$

$$(n=1 \sim N)$$

と本文中の式(4)が求まる.

$\omega_n^2 (n=1 \sim N)$ は $|\delta D| = 0$ の解であるから, 式(19)の分母 $|\delta D|$ は

$$|\delta D| = \left(\frac{m}{k_2} \right)^N (-\omega^2 + \omega_1^2)(-\omega^2 + \omega_2^2) \dots\dots (-\omega^2 + \omega_N^2)$$

$$= \frac{1}{k_2^N} \prod_{n=1}^N \left[-m\omega^2 + k_1 + 4k_2 \sin^2 \left\{ \frac{(n-1)\pi}{2N} \right\} \right] \dots\dots\dots (28)$$

と因数分解できる. この式(28)を式(19)に代入することにより

$$Z_i = \frac{k_1 a_0 [k_2^{N-1} | \text{行列 } \delta D \text{ の } i \text{ 列要素を } F \text{ で置きかえた行列} |]}{\prod_{n=1}^N [-m\omega^2 + k_1 + 4k_2 \sin^2 \{(n-1)\pi/2N\}]} \dots\dots\dots (29)$$

$$(i=1 \sim N)$$

と Z_i が求まる. この式(29)の分子 $[]$ を $[*]$ と表示したものが, 本文中の式(5)である.

文 献

- (1) Soong, T. T. and Bogdanoff, J. L., *Int. J. Mech. Sci.*, 5 (1963), 237.
 (2) 谷藤, 機講論, No. 841-2 (昭 59-11), 154.
 (3) 小田・西村, 機論, 35-273 (昭 44), 996.

討 論

〔質問〕 本 江 明

〔株〕東芝総合研究所機械研究所

従来車両と連接車両の乗り心地上的本質的な相違に対し明解な説明をされたことに対し敬意を表す.

(1) 論文中(1014 ページ左欄 8 行)「連接車両の中間車に注目し, …本質的に何が異なるのかについて調べることを目的とする」とあるが, 設計上応答の最大値を知ることが重要と考える. この観点から, 端部車両と中間車の応答レベルの差異についてご検討いただきたい.

(2) 編成車両が軌道狂いから受ける外乱は, k_1 , c_1 の取付け点を介している. したがってこの空間フィルタとしての影響を受けると思うが, いかがか.

〔回答〕 (1) 乗客が乗車する機会の多い中間車両の応答を知ることが, 乗り心地を評価する観点からは重要なことであり, この論文はこの点を明らかにするための検討であるので, 端部車両の応答については言及していない. しかし 3・3 節で述べているように, 等価 1 両系による扱いの妥当性を調べるため, 従来の

手法で編成のすべての車両の応答を求めているので, その例を付図 1 に示す.

付図 1 でもわかるように周波数, 速度で前端車両, 後端車両, 中間車両の応答の大小は複雑に変化するが, 1~2 Hz 付近の応答は 200 km/h の高速になると前端車両が小さくなり, 100 km/h と低速になると後端車両が小さくなると言える.

(2) ご指摘のとおり, 軸ばね間隔 $2l_4$, 台車間隔 $2l_3$ と狂い波長との関連での空間フィルタの影響を受ける.

台車間隔 $2l_3$ に対しての空間フィルタの影響を述べたのが 3・4 節で, この論文の主題となっている. 軸ばね間隔 $2l_4$ に対しての空間フィルタ効果については直接言及していないが, 式(14)の分子 $\cos(l_4 \omega/V)$ の項がその影響を表している.

〔質問〕 新井 清之助〔幾徳工業大学〕

(1) 在来形連結ボギー車の場合で連結部のばね定数 k_c を ∞ にすると, 連接車両と同様になると考えてよい.

(2) 連接車両の場合、連接部で上下方向に拘束されるので、上下動は各車両とも同位相と考えられないか。

(3) 論文 1012 ページ右欄 8 行め、「時間遅れのある同一の運動をする」ということは、ある地点で列車を眺めるとき、車両は皆同一の形をしてそこを通過することになるか。また列車の長さを有限とした場合、このことは変わるのではないか。

〔回答〕 (1) 在来形連結ボギー車両と連接車両では、車体当たりの台車の数と台車取付け位置が異なっているため、在来形連結ボギー車両で k_0 を無限大としても、連接車両の運動と全く同じにはならない。しかし、この場合には連接部では前後の車両が上下方向に拘束され、回転だけが自由となるので、連接車両の運動に近い運動をするようになる。

(2) 3・4 節で述べたように、各車両の運動の位相関係は軌道狂い波長によって決まり、軌道狂い波長 λ が台車間距離を $2l_3$ とし、 $\lambda = 2l_3/i$ ($i=1, 2, 3, \dots$) のときには、各車両は同位相の上下動のみとなる。また $\lambda = 4l_3/(2i+1)$ ($i=0, 1, 2, \dots$) のときは、各車両は逆位相のピッチング動のみを行う。これ以外のときに

は、上下動とピッチング動の両者が存在する状態になり、上下動は各車両で同位相とはならない。

(3) 理論上、無限編成の列車では同一地点を各車両は皆同一の形をして通過することになる。列車が有限の長さの場合は端部車両の影響が現われる。3・3 節で示した例では編成の前、後の各 2 両の車両を除く中間車両については、同一地点を同一の形をして通過すると言える。文献(付 1)に東北新幹線での実測例が示されているが、1 号車から順次車体振動が一定の時間遅れでずれていっており、2 号車からはその値がほぼ等しいことがわかる。

〔質問〕 飯田 裕〔職業訓練大学校〕

長大編成列車の中間車の振動解析を前後の車両の影響を考慮しつつ簡単なモデル化を行うことによって容易にした興味ある研究と思う。

各車両の質量を等しいと仮定されているが、実際の列車では電車列車を例にとると電動車と付随車とでは約 20% ほど質量の違いがある。貴手法による解析結果は車両間の質量のばらつきがどの程度の範囲まで有効なのか。

〔回答〕 本手法は、すべて電動車両の新幹線車両

付図 1 11 両編成連接車両の端部車両と中間車両の応答の比較

付図 2 編成中の車体質量が異なる場合の周波数応答 (11 両編成列車が 200 km/h で走行する場合の前台車上の応答)

のような列車（中間車両の質量のばらつきは、高々±4%程度）や、機関車けん引の客車列車など質量のばらつきの小さい列車を想定してのものであり、連結の乗り心地への影響を明らかにすることを主目的としている。

ご質問に関連して、付図2に列車中での各車両の車体質量がばらついているときの、軌道狂いに対する車両の周波数応答の一例を示す。11両編成の在来形連結ボギー車両で、奇数号車の車体質量が標準値 M_0 より重く、偶数号車の車体質量が軽い場合である。左の図が標準値に対して±5%のばらつき、右の図が±10%のばらつきの場合である。

この図より、±5%のばらつきでは、等価1両、5両め、6両めの応答はほとんど一致しているが、±10%のばらつきでは少しの差が生じてくる。ご質問の本手法の適用範囲については、その検討目的や車両間の結合の強さなどに依存するので、一概には言えないが、付図2などの結果より、定量的検討まで要求されるときには、車両質量のばらつきは±5%程度まで、定性的検討を行うときには±10%程度までが一つの目安と考えている。

（付1） 三芳・ほか2名、鉄道技術研究所速報、82-148(昭57), 45.