車輪/レール間の粘着力に及ぼす表面性状の影響* (水潤滑状態に対する EHL 理論の適用とあらさ突起の接触について)

大山 忠夫**, 大矢 光 伸***

Influence of Surface Characteristics on Adhesion Force between Wheel and Rail (Application of EHL Theory to Water Lubrication of Steel Rolling Members and the Mechanism of Asperity Contact through Water Film)

by Tadao OHYAMA and Mitsunobu OHYA

From our experimental results previously reported, it was considered that the formation of water film between contact surfaces remarkably influenced on adhesion force or contact mechanism under water lubrication. Here are reported the results of numerical analysis based on the Herrebrugh's integral equation for applying the EHL theory to water lubrication of steel rollers. The formulas of film thickness were obtained with various EHL parameters for lower pressure-viscosity coefficient such as that of water. Furthermore, it was shown that the adhesion coefficients previously obtained were well related to the contact load supported with asperities through water film, which was estimated by assuming asperities with spherical summit on one surface and Gaussian asperity height distribution.

Key Words: Railway, Tribology, Adhesion, Water Lubrication, EHL, Numerical Analysis, Asperity Contact

1. 緒 言

水潤滑状態下の車輪/レール間の粘着力の挙動を基礎的に検討するために、前報⁽¹⁾⁽²⁾では模型ならびに大形転動試験装置による実験結果を報告した。それによると、水潤滑状態では粘着係数が速度とともに低下し、また、表面あらさの影響が大きいことがわかった。この実験的事実は、高速域における水潤滑状態下のころがり接触では、水膜の形成が接触機構に対して大きく寄与していることを示すものである。

本報では、上記の理由から水潤滑条件に弾性流体潤滑 (EHL) 理論を適用するために行った数値解析結果について述べ、また、表面あらさと水膜を考慮した場合の接触機構について若干考察する。

2. 弾性流体潤滑理論の数値解析

2.1 鋼製転動接触体の水潤滑状態に対する弾性流体潤滑理論の適用 EHL の理論解析については Dowson - Higginson⁽³⁾, Cheng - Sternlicht⁽⁴⁾,

Hamrock-Dowson⁽⁵⁾などにより多くの文献があるが、いずれも粘度ならびに圧力-粘度係数がかなり高い油潤滑に適用されるか、または、弾性係数の低い接触体を考慮したもので⁽⁶⁾⁽⁷⁾、本例のように粘度および圧力-粘度係数が小さく、しかも弾性係数の大きい条件で適用できるものは見当たらないようである。ただし、Cheng⁽⁸⁾がかなり広範囲の条件で数値解析結果を出し

図1 Johnson の EHL regime⁽⁹⁾
(ハッチングの部分が本研究の対象領域)

* 昭和59年9月7日 北陸信越支部信越地方(長岡)講演会において講演, 原稿受付 昭和59年10月30日。

** 正員, 鉄道技術研究所 (〒185 国分寺市光町2-8-38)。

*** (株)シチズン時計技術研究所 (〒188 田無市本町6-1-12)。

ているが、これも限られた条件のもので、本例のような場合に直接適用できる形とはなっていない。

ところで、鋼製転動接触体の水潤滑状態が弾性流体潤滑状態のどの領域にあるかを Johnson の EHL regime⁽⁹⁾によって示したものが図1である。ここでは、周速を 100~300 km/h、水温を 0~30°C、等価半径を前報⁽²⁾の実験条件に合せて 200 mm としてある。なお、図1中のパラメータについては後述する。これから、鋼製転動接触体の水潤滑状態は、Herrebrugh の等粘度条件の解⁽¹⁰⁾にかなり近いが (Johnson によれば、 $g_4 \approx 0.1$ 以下であれば等粘度条件として取扱ってもよいとしている)、しかし一方、圧力-粘度係数を無視できない領域とも考えられる。また、Dowson-Higginson が解を得た領域は、 $g_4 \approx 2$ 以上であり、その解は適用できない。

そこで本報では、線接触の場合に Herrebrugh の等粘度条件の解法⁽¹⁰⁾によって、著者らの実験条件まで拡張して数値解析するとともに、文献(10)では数値解の示されていない圧力-粘度係数を考慮した解も得るようにした。また、その結果から膜厚を算出する関係式を求め、従来の文献との比較を行った。

2.2 EHL の基本式⁽¹⁰⁾ 弾性流体潤滑理論の基本式は次のように与えられる。

$$\frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx} = 6U \frac{k(x) - h_e}{h^3(x)} \quad (\text{レイノルズの式}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$h(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{R} - \frac{4}{\pi E'} \int_{x_i}^{x_e} p(\xi) \ln |x - \xi| d\xi + C \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\eta(p) = \eta_0 e^{\alpha p} \quad (\text{圧力-粘度の関係式}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $h_e: p = dp/dx = 0$ となる出口部分の膜厚、 $U: U_1 + U_2$ (合速度)、 $R: R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ (等価半径)、 $\frac{1}{E'}: \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)$ 、 E_1, E_2 : ヤング率、 ν_1, ν_2 : ポアソン比、 η : 粘度、 η_0 : 大気圧下の粘度、 α : 圧力-粘度係数、である。なお、式(2)の積分は広義の積分で、Cauchy の主値をとることから、 $\oint$ で表す。

一方、境界条件は、

$$p = 0; x = x_i, \quad p = dp/dx = 0; x = x_e \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 x_i : 接触部入口の座標、 x_e : 出口の x 座標である。

Herrebrugh の解法のポイントは、上記の式を組合せて1個の積分方程式を導いた点であり、それは以下のようになる。

式(1)および式(3)から、

$$\frac{dp}{dx} = 6\eta_0 U \frac{h(x) - h_e}{h^3(x)} \times \left\{ 1 - 6\eta_0 \alpha U \int_{x_i}^x \frac{h(\xi) - h_e}{h^3(\xi)} d\xi \right\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (5)$$

等粘度条件では、式(5)で $\alpha = 0$ とし式(2)とともに、

$$h - h_e = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R} (x^2 - x_e^2) - \frac{24\eta_0 U}{\pi E'} \times \int_{x_i}^{x_e} \frac{h(\xi) - h_e}{h^3(\xi)} K(x, \xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (6)$$

が得られる。ここで、

$$K(x, \xi) = (x - \xi) \ln |x - \xi| - (x_e - \xi) \ln |x_e - \xi| + (x_e - x) \ln |x_e - x|.$$

式(4)の境界条件の中で、 $x = x_e$ については、

$$p(x_e) = \int_{x_i}^{x_e} \frac{h(\xi) - h_e}{h^3(\xi)} d\xi = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、以下のように x 座標と膜厚を無次元化するとともに、パラメータ T を導入する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= x / (h_e R)^{1/2} \\ \bar{\xi} &= \xi / (h_e R)^{1/2} \\ H &= h / h_e - 1 \\ T &= \frac{24\eta_0 U R}{\pi E' h_e^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

等粘度条件の場合には、式(6)から次のような第2種フレドホルム形積分方程式が得られる。

$$H(\bar{x}) = f(\bar{x}) - T \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_e} K(\bar{x}, \bar{\xi}) F\{H(\bar{\xi})\} d\bar{\xi} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、

$$\begin{aligned} f(\bar{x}) &= 1/2 \cdot (\bar{x}^2 - \bar{x}_e^2) \\ K(\bar{x}, \bar{\xi}) &= (\bar{x} - \bar{\xi}) \ln |\bar{x} - \bar{\xi}| \\ &\quad - (\bar{x}_e - \bar{\xi}) \ln |\bar{x}_e - \bar{\xi}| + (\bar{x}_e - \bar{x}) \ln |\bar{x}_e - \bar{x}|. \\ F\{H(\bar{\xi})\} &= H(\bar{\xi}) / \{H(\bar{\xi}) + 1\}^3 \end{aligned}$$

一方、圧力-粘度係数を考慮した場合には、

$$H(\bar{x}) = f(\bar{x}) - T \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_e} K^*(\bar{x}, \bar{\xi}) F\{H(\bar{\xi})\} d\bar{\xi} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、

$$K^*(\bar{x}, \bar{\xi}) = K(\bar{x}, \bar{\xi}) \left[1 - Q \int_{\bar{x}_i}^{\bar{\xi}} F\{H(\bar{\xi})\} d\bar{\xi} \right]^{-1}$$

$$Q = \frac{6\eta_0 \alpha U}{h_e^2} (h_e R)^{1/2}$$

また、式(9)、(10)を解く際の境界条件は、式(7)から次のようになる。

$$\int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_e} F\{H(\bar{\xi})\} d\bar{\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

さらに、無次元化圧力 $\bar{p}$ を以下のように定義する。

$$\bar{p} = \frac{p h_e^2}{6\eta_0 U (h_e R)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

したがって,

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}(\bar{x}) &= \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}} F\{H(\bar{\xi})\} d\bar{\xi} : Q=0 \\ \bar{p}(\bar{x}) &= -\frac{1}{Q} \ln \left[1 - Q \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}} F\{H(\bar{\xi})\} d\bar{\xi} \right] \\ &: Q \neq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

また, Z を無次元化荷重パラメータとすると,

$$Z = \frac{h_e w}{6\eta_0 UR} = \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_e} \bar{p}(\bar{x}) d\bar{x} \dots\dots\dots (14)$$

ここで, w は単位長さあたりの荷重である.

さらに, 次のようなパラメータを導入する.

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{w}{E'R} \left\{ \frac{E'R}{\eta_0 U} \right\}^{1/2} = 6 \left(\frac{\pi}{24} \right)^{1/2} Z T^{1/2} \\ L &= a E' \left\{ \frac{E'R}{\eta_0 U} \right\}^{-1/4} = \frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{24} \right)^{3/4} \frac{Q}{T^{3/4}} \\ H^* &= \frac{h_{\min}}{R} \left\{ \frac{E'R}{\eta_0 U} \right\}^{1/2} = \left(\frac{24}{\pi} \right) \frac{h_{\min}}{h_e} \cdot \frac{1}{T^{1/2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここで, $h_{\min}$ は最小膜厚である.

後述の数値計算結果のところで示すように, 本例で取扱う条件では, 出口膜厚 h_e が接触部中央の膜厚にほぼ等しくなる. そこで, 上記の式(11)を満足するように式(9)あるいは式(10)を解き, 式(13)~(15)を用いて T と M, L, Q の間の関係が求められれば, 式(8)から h_e が得られることになり, これを膜厚の代表値として用いることができる. なお, $\bar{x} = \bar{x}_i$ で $p=0$ という境界条件は, 以上の式の中では使われていないが, 後述の数値解析においてこの条件をどのように満足させたかについて述べる.

2.3 数値解析の方法 式(9)あるいは式(10)において, ある T の値で $H^{(0)}(\bar{x})$ が求められたとすると, $F\{H\}$ を Taylor 展開することにより, ΔT を微小値として $T + \Delta T$ における $H^{(1)}(\bar{x})$ は, 次式で与えられ, さらにこの操作を繰返すことによって, より良い解が得られる.

$$\begin{aligned} H(\bar{x})^{(1)} &= g(\bar{x}, H^{(0)}) \\ &= T \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_e} G(\bar{x}, \bar{\xi}, H^{(0)}) H(\bar{\xi})^{(1)} d\bar{\xi} \dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} g(\bar{x}, H^{(0)}) &= f(\bar{x}) \\ &= T \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_e} \frac{3\{H^{(0)}\}^2}{\{H^{(0)}+1\}^4} K(\bar{x}, \bar{\xi}) d\bar{\xi} \\ G(\bar{x}, \bar{\xi}, H^{(0)}) &= \frac{1-2H^{(0)}}{\{H^{(0)}+1\}^4} K(\bar{x}, \bar{\xi}) \end{aligned}$$

なお, $Q \neq 0$ の場合には, $K(\bar{x}, \bar{\xi}) \Rightarrow K^*(\bar{x}, \bar{\xi})$ とすればよい.

次に, $K(\bar{x}, \bar{\xi})$ を K_{jk} とおき,

$$\left. \begin{aligned} f_j &= \frac{1}{2} (\bar{x}_j^2 - \bar{x}_e^2) \\ g_j &= f_j - T \sum_{k=1}^n W_k \frac{3\{H_k^{(0)}\}^2}{\{H_k^{(0)}+1\}^4} K_{jk} \delta \bar{\xi} \\ G_{jk} &= \frac{1-2H_k^{(0)}}{\{H_k^{(0)}+1\}^4} K_{jk} \end{aligned} \right\} \dots\dots (17)$$

とすると, 式(16)は, 次のように離散化される.

$$\sum_{k=1}^n \{W_k T G_{jk} \delta \bar{\xi} + \delta_{jk}\} H_k^{(1)} = g_j \dots\dots\dots (18)$$

ここで, W_k は重み関数, δ_{jk} はクロネツカの δ である.

したがって, 問題は式(18)の連立1次方程式を解くことに帰せられ, 解の収束条件としては,

$$S_0 = \sum_{j=1}^n W_j H_j^{(0)} \delta \bar{x}, \quad S_1 = \sum_{j=1}^n W_j H_j^{(1)} \delta \bar{x} \dots\dots (19)$$

としたとき, ε_h を微小値として,

$$S = |S_1 - S_0| / S_0 < \varepsilon_h \dots\dots\dots (20)$$

を満たした場合に十分な精度の解が得られたとする.

また, 境界条件については, ε_p を微小値として,

$$\bar{p}(\bar{x}_e) = \sum_{j=1}^n W_j \frac{H_j}{(H_j+1)^3} \delta \bar{\xi} < \varepsilon_p \dots\dots\dots (21)$$

を満足するまで, $\bar{x}_e$ を変化させる.

図2は, 数値計算を行う際の $\bar{x}$ 座標の分割方法を示したものである. 本報では, 初めに $\bar{x}_i$ と $-\bar{x}_e$ の間を10分割, $-\bar{x}_e$ と $\bar{x}_e$ の間を40分割して全体を50分割 ($n=50$) の条件で解を求め, さらに, その後条件によって100分割 ($n=100$) で数値計算を行った. 数値積分には Simpson の公式を用い, 収束条件に関しては, 50分割で $\varepsilon_h = 10^{-10}$, $\varepsilon_p = 10^{-5}$, 100分割の場合には, $\varepsilon_h = 10^{-5}$, $\varepsilon_p = 10^{-5}$ とした.

また, 境界条件の中で $p(\bar{x}_i) = 0$ を満足する方法として, $H(\bar{x}_i) \gg H(\bar{x}_e)$ であれば $p(\bar{x}_i) \approx 0$ となると考えた. そこで, 分割幅の比, すなわち,

$$r_{\text{div}} = (-\bar{x}_e - \bar{x}_i) / 2\bar{x}_e \dots\dots\dots (22)$$

なる量を重み関数の中に入れ, これを変化させることによって, $H(\bar{x}_i) \approx 100$ を目安に解を求めた.

なお, $Q \neq 0$ の場合について計算の過程を示すと以下のようなになる.

図2 数値計算における $\bar{x}$ 座標の分割

- (1) 計算条件: $T, Q, \bar{x}_e, r_{\omega n}, \Delta \bar{x}_e$, 収束条件: $\varepsilon_h, \varepsilon_p$, 膜厚の初期値: $H_j^{(0)}$ の入力.
- (2) 数値積分のための重み関数: W_j の定義.
- (3) 座標: $\bar{x}_j$ の定義.
- (4) 圧力: $\bar{p}_k$, 積分方程式の核: K_{jk}^* の計算.
- (5) $H_j^{(0)}$ から $H_j^{(1)}$ を計算.
- (6) $S > \varepsilon_h$ ならば, $H_j^{(1)}$ を $H_j^{(0)}$ として, (5) の計算の繰返し.
- (7) $\bar{p}(\bar{x}_e) > \varepsilon_p$ ならば, $\bar{x}_e + \Delta \bar{x}_e \rightarrow \bar{x}_e$ として, (3) からの計算の繰返し.
- (8) パラメータの計算と結果の出力.

なお, 以上の計算は, 鉄道技術研究所の大型コンピュータ・IBM 3031 を用いて行った.

2.4 数値計算結果

2.4.1 膜厚形状と圧力分布 図3は, 50分割の場合に, $T=3.6$ (一定) で Q を変えたときの膜厚変化であり, 図4は, 分割数を100とした場合に, $Q=1.0$ の条件で T を変化したときの膜厚形状を示したものである.

図3, 4から, T が増加するとともに, また, T = 一定で Q が大きくなるに従い, 膜厚が接触面に対して次第に平行に形成され, さらに, 出口膜厚 h_e が中

央部の膜厚とほぼ同じ値になることがわかる. このことにより, 接触部全体を評価する場合には, T すなわち M の値が比較的大きい条件では, h_e を膜厚の代表値とみなすことができるものと考えられる. また, 図4から, T が増加するとともに最小膜厚を示す $\bar{x}$ の位置が出口 ($\bar{x}_e$) に近づき, 最小膜厚 $h_{\min}$ は, 出口膜厚 h_e のほぼ0.8倍 (実際の数値例では0.79~0.81) であることがわかる.

一方, 図5は $T=3.6$ (一定) で Q を変化させた場合に, 圧力 $\bar{p}$ を $\bar{x}/\bar{x}_e$ に対して示したものであり, 図6には, $Q=1$ (一定) の条件で T を変えた場合の $\bar{p}$ の変化を横軸 $\bar{x}$ として示す. なお, 圧力-粘度係数が小さいためあるいは分割があらいために, いずれの場合も圧力スパイクは認められなかった.

2.4.2 パラメータ T, M, Q, L の関係 図7は, 数値解析によって得られたパラメータ T と M の関係を示したものである. 図7で, $Q=0$ において点線で示した部分 ($T=3.72$ までの領域) は, Herrebrugh の数値解であり, この部分では著者らの解がそれと良く一致している. 一方, 図8は, 計算結果から Q をパラメータとして, M と L の関係を求めたものである.

前述のように膜厚は h_e によって代表され, これは

図3 Q による膜厚形状の変化 ($T=3.6, n=50$)

図4 T による膜厚形状の変化 ($Q=1.0, n=100$)

図5 Q による圧力分布の変化 ($T=3.6, n=50$)

図6 T による圧力分布の変化 ($Q=1.0, n=100$)

式(8)によってパラメータ T を用いて求められる。一方、与えられた条件から定まるパラメータは、式(15)における M と L であるから、 T と M および L との関係が得られれば、 h_e が求まることになる。

以上の数値解析から、等粘度条件 ($Q=0$) の場合には T と M の間に次のような関係式が得られた。

$$T = 1.063M^{0.424} \quad \dots\dots\dots (23)$$

なお、上式を用いた場合の誤差は、 M がほぼ 10 から 80 の範囲において $\pm 3\%$ 以下であることが確かめられた。

次に、圧力-粘度係数を考慮した場合 ($Q \neq 0$) には、 Q の値の範囲により、 T と M および Q の間に表 1 に示すような関係式が得られた。

Q は、式(10)において便宜上出てくるパラメータであり、これだけでは意味はない。そこで、与えられた条件から M と L を算出して、図 8 により Q の値を求めれば、表 1 によって T の値が得られることになる。しかし、このように Q の範囲によって係数を変えることは誤差を少なくするうえで利点はあるものの、式の取扱い上不便なことは否めない。そこで、若干の誤差の増加を認めることにより、 T と M および Q は、次のような一つの関係式で表されることがわかった。

$$T = 0.864M^{0.44}Q^{-0.063} \quad \dots\dots\dots (24)$$

また、式(15)を用いて、 T と M および L の関係式に

図 7 T と M の関係 ($Q=0, 1.0$)

図 8 Q をパラメータとした L と M の関係

直すと、次の式(25)のようになる。

$$T = 0.856M^{0.42}L^{-0.06} \quad \dots\dots\dots (25)$$

表 1 のように係数を Q によって変えた場合と、式(24)のように一つの関係式で表したときの誤差を示したものが表 2 である。これから、式(24)を用いたほうが若干誤差が大きくなるが、 M と Q から求めた T の値と真の値との差は、 $M > 15$ でほぼ $\pm$ 数%の範囲におさまることがわかる。

2.4.3 各種パラメータの関係 従来から弾性流体潤滑理論において種々のパラメータが提案されているが、ここでは、本報の数値計算結果と他のものとの比較を行うため、各パラメータ間の関係について整理しておく。まず、

$$n_1 = \frac{\eta_0 U}{E' R}, \quad n_2 = \frac{w}{E' R}, \quad n_3 = \alpha E' \quad \dots\dots\dots (26)$$

とおくと、Herrebrugh⁽¹⁰⁾のパラメータは、

$$H^* = \frac{h_{\min}}{R} n_1^{-1/2}, \quad M = n_1^{-1/2} n_2, \quad L = n_1^{1/4} n_3 \quad \dots\dots\dots (27)$$

となる。

また、図 1 で用いた Johnson⁽⁹⁾のパラメータは、

$$\left. \begin{aligned} \bar{h} &= \frac{2h_{\min}}{R} \cdot \frac{n_2}{n_1}, \quad g_1 = \sqrt{2} n_1^{-1/2} n_2^{3/2} n_3 \\ g_2 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} n_2^{1/2} n_3, \quad g_3 = \sqrt{2} n_1^{-1/2} n_2 = \sqrt{2} M \\ g_4 &= \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} n_1^{1/4} n_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} L \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (28)$$

Moes⁽¹¹⁾が示したパラメータは、

$$N_1 = \sqrt{2} \frac{h_{\min}}{R} n_1^{-1/2} = \bar{h} \cdot g_3^{-1}, \quad N_2 = g_3, \quad N_3 = g_4 \quad \dots\dots\dots (29)$$

さらに、Dowson-Higginson⁽³⁾のパラメータは、

表 1 Q によって係数を変えた場合の T と M および Q の関係式

Q	A	B	C
0.08			
0.16	0.982	0.424	-0.026
0.24			
0.32	0.870	0.449	-0.046
0.40			
0.50	0.844	0.449	-0.076
0.60			
0.70	0.809	0.456	-0.098
0.80			
0.90	0.767	0.464	-0.158
1.00			

表 2 T の関係式における誤差

	$H \leq 5$	$5 < H \leq 10$	$10 < H \leq 15$	$15 < H < 100$
fixed coeffi.	$\pm 10 \sim 15\%$	$\pm 2 \sim 10\%$	$\pm 1 \sim 8\%$	$\pm 3 \sim 6\%$
variable coeffi.	$\pm 6 \sim 15\%$	$\pm 3 \sim 10\%$	$\pm 1 \sim 3\%$	$\pm 1 \sim 2\%$

$$H_{\min} = \frac{h_{\min}}{R}, \bar{U} = \frac{n_1}{2}, W = n_2, G = n_3 \dots (30)$$

また, Cheng⁽⁸⁾は, Dowson-Higginson とだいたい同じパラメータを用いているが, W の代わりに次の $\bar{P}_{Hz}$ を定義し, また, 中央部の膜厚で評価している.

$$\bar{P}_{Hz} = \frac{p_{\max}}{E'} = 0.399 n_2^{1/2}, H_c = \frac{h_c}{R} \dots (31)$$

ここで, $p_{\max}$: ヘルツ最大接触圧, h_c : 中央部の膜厚である.

2.4.4 膜厚計算式 次に, 前述の数値計算結果とこれらのパラメータを用いて, 膜厚を算出する式を示す.

a. 等粘度条件における膜厚 式(23)と式(8)から, 等粘度条件の場合の出口膜厚 h_e (中央部の膜厚にほぼ等しい) の等価半径に対する比は,

$$\frac{h_e}{R} = 2.682 n_1^{0.606} n_2^{-0.212} \dots (32)$$

となる.

また, $h_{\min}$ は h_e のほぼ 0.8 倍であることが示されたので, 最小膜厚パラメータ H^* で表すと,

$$H^* = 2.145 M^{-0.212} \dots (33)$$

となる. 一方, Herrebrugh は文献(10)で, $T > 3.5 (M > 17)$ の領域で以下の式が成り立つと注記している.

$$H^* = 2.05 M^{-0.2} \dots (34)$$

これを Johnson のパラメータで表すと,

$$\bar{h} = 3.107 g_3^{0.8} (g_3 > 25) \dots (35)$$

式(33)と式(34)を比較すると, 等粘度条件では著者らと Herrebrugh の関係式がほぼ一致している.

b. 圧力-粘度係数を考慮した場合の膜厚 式(25)と式(8)から, 圧力-粘度係数を入れた場合には,

$$\frac{h_e}{R} = 2.99 n_1^{0.613} n_2^{-0.21} n_3^{0.03} \dots (36)$$

また, H^* と M, L あるいは M, Q の関係としては,

$$H^* = 2.39 M^{-0.21} L^{0.03} \dots (37)$$

$$H^* = 2.379 M^{-0.22} Q^{0.0315} \dots (38)$$

さらに, 式(37)を Dowson-Higginson のパラメータで表すと,

$$H_{\min} = 3.654 \bar{U}^{0.613} W^{-0.21} G^{0.03} \dots (39)$$

一方, Dowson-Higginson の解は, 次のように与えられる⁽¹²⁾.

$$H_{\min} = 2.65 \bar{U}^{0.70} W^{-0.13} G^{0.54} \dots (40)$$

式(39)と式(40)を比較すると, $\bar{U}$ と W の指数の差は比較的小さいが, 両者の扱っている圧力-粘度係数の領域に違いがあるため G の指数が大きく異なっている.

なお, ここでは H^* を求める際に, h_e を 0.8 倍した値を $h_{\min}$ としているが, この妥当性を検討するために, 実際に数値計算から得た H^* と式(38)を比較した結果が, 図 9 である. これから, 両者はかなり良く一致しており, $0.8 h_e$ を $h_{\min}$ の代わりに用いても誤差は極めて小さいと考えられる.

前にも述べたように, 圧力-粘度係数の小さい領域における解析例はほとんど見当たらないが, Cheng⁽⁸⁾の文献には $G=50$ の条件での数値例があるので, その値と, 著者らの関係式(式(36))を用いて計算した値ならびに Herrebrugh の等粘度条件における式(34)から求めた膜厚値を, 表 3 で比較した. なお, 著者らの場合には $h_c = h_e$ とおき, Herrebrugh の式では $h_c = h_{\min}/0.8$ とした. これから, Cheng の値は, 著者らと Herrebrugh の値にくらべていずれも小さな値となっており, また, 著者らの結果は圧力-粘度係数を考慮しているために Herrebrugh に比較し若干大きくなっている. 等粘度条件による Herrebrugh の解にくらべて Cheng の値が逆に低めに出ていることから, 著者らの式(36)によるほうが真の値に近いと考えられる.

表 3 Cheng⁽⁸⁾の数値例との比較

G	$\bar{P}_{Hz}$	$\bar{U}$ ($\times 10^{-13}$)	M	L	H_c ($\times 10^{-6}$)		
					Cheng	Authors	Herrebrugh
50	0.003	190.69	9.16	0.124	10	10.76	10.16
		63.775	15.82	0.095	5	5.50	5.27
		14.737	32.90	0.066	2	2.24	2.19
		4.8547	57.34	0.050	1	1.13	1.12
	0.006	337.18	27.52	0.143	10	11.41	10.84
		113.04	47.53	0.109	5	5.84	5.63
		26.158	98.86	0.076	2	2.38	2.34
		8.3793	174.70	0.057	1	1.19	1.18
	0.009	461.16	52.98	0.155	10	11.66	11.12
		155.89	128.85	0.118	5	6.00	5.80
		36.388	188.61	0.082	2	2.46	2.42
		11.864	467.11	0.062	1	1.24	1.24

図 9 最小膜厚パラメータ H^* と M の関係

3. 水潤滑状態におけるあらさ突起の接触

3.1 接触状態のモデル化 前報⁽²⁾で述べた水潤滑状態における粘着力の挙動を検討するために、弾性流体潤滑理論を適用した場合の水膜を考慮に入れてあらさ突起の接触について若干考察する。

いま、 P_d をあらさ突起で支持する荷重、 P_h を水膜により分担する荷重とすると、全接触荷重 P は、

$$P = P_d + P_h \quad \dots\dots\dots (41)$$

となり、 μ_d および μ_h をそれぞれの部分における摩擦係数とすると、接線力 F は、

$$F = \mu_d P_d + \mu_h P_h \quad \dots\dots\dots (42)$$

となる。 $\mu_d \gg \mu_h$ と考えられるから、接線力 F はほぼ $\mu_d P_d$ となり、また、 P_d すなわち F は水の膜厚と表面あらさによって変化するものと考えられる。

ここでは単純に、あらさ突起を球面とし、かつ一方の面にのみあらさがあるとする。また、両表面の基準面が d だけ離れているとする。 h_a を突起高さ、 β を突起球面の半径とすると、それが弾性変形して支持する荷重は、弾性論により、

$$\Delta P_d = \frac{2}{3} E' \beta^{1/2} (h_a - d)^{3/2} \quad \dots\dots\dots (43)$$

ここで、 E' は式(2)で定義したものと同一である。また、突起高さ h_a が正規分布すると仮定し、 d を水膜 h_h でおきかえると、Greenwood-Williamson⁽¹³⁾により、全突起で支える荷重 P_d は次式で与えられる。

$$P_d = \frac{2}{3} n_a A E' \beta^{1/2} (2\pi)^{-1/2} \sigma_a^{-1} \int_{h_h}^{\infty} (h_a - h_h)^{3/2} \times \exp\left\{-\frac{(h_a - \bar{h}_a)^2}{2\sigma_a^2}\right\} dh_a \quad \dots\dots\dots (44)$$

ここで、 n_a : 単位面積あたりの突起数、 A : 接触面積、 σ_a : 突起高さの標準偏差、 $\bar{h}_a$: 突起高さの平均値、である。上式に含まれる積分は、

$$(h_a - \bar{h}_a)/\sigma_a = Y, (h_h - \bar{h}_a)/\sigma_a = X$$

表 4 前報⁽²⁾の実験条件における M と L

	M		L	
	588 MPa	784 MPa	588 MPa	784 MPa
100 km/h	39.12	68.47	0.14	0.16
200 km/h	27.66	48.92	0.17	0.19

表 5 水の膜厚計算値 (前報⁽²⁾の実験)

	Water film thickness (μm)			
	Isoviscous		Non-isoviscous	
	588 MPa	784 MPa	588 MPa	784 MPa
100 km/h	0.272	0.242	0.304	0.272
200 km/h	0.414	0.368	0.467	0.419

として変数変換すると、

$$\sigma_a^{5/2} \int_X^{\infty} (Y - X)^{3/2} \exp\left(-\frac{Y^2}{2}\right) dY \\ = \sigma_a^{5/2} U(2, X) \Gamma\left(\frac{5}{2}\right) \exp\left(-\frac{1}{4} X^2\right) \dots\dots\dots (45)$$

となる。ここで、 $U(2, X)$ は parabolic cylinder function で、Miller の数表⁽¹⁴⁾によって与えられる。

3.2 前報⁽²⁾の実験結果に対する適用例 これまで述べた解析結果を、前報の大形転動試験装置による水潤滑状態における実験結果に適用してみる。水温を 20°C とし、 $\eta_0 = 10.09 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ 、圧力-粘度係数 α を Dorsey の数表⁽¹⁵⁾により内挿して 588 MPa で $5.96 \times 10^{-10} (\text{Pa})^{-1}$ 、784 MPa で $6.69 \times 10^{-10} (\text{Pa})^{-1}$ とすると、2章で示したパラメータ M と L は、前報の実験条件で表4のような値となる。図8をみると、これらの値は本報で取扱った解析の領域内に十分入っていることがわかる。そこで、水の膜厚 h_e を等粘度条件[式(32)]ならびに圧力-粘度係数を考慮した場合[式(36)]について求めると、表5のようになる。これから、粘度-圧

図 10 突起高さの累積頻度の例

図 11 突起で支持する荷重 P_d と粘着係数 $f_{\max}$ の関係 (前報⁽²⁾の実験についての計算例)

力係数を考慮すると、等粘度条件にくらべて10%程度水膜が厚くなることが示される。

次に、水膜を考慮したあらさ突起の接触について考える。実験では、一方の転動面をできるだけ平滑に仕上げ、他方の転動面のあらさを変化させるようにした。また、突起の高さ分布を調べた結果、図10に示すように大部分の高さ領域で正規分布であることが確かめられた。前述のように M が大きい場合には膜が接触面に対してほぼ一様に形成されるから、水膜としては表5の圧力-粘度係数を考慮した場合の h_e を用いる。そこで、実験結果から代表的なあらさを選んで、式(44)により P_a を求め、粘着係数 $f_{\max}$ との関係のプロットしてみると図11のように整理される。実験における接触荷重は約20 kNであるから、 P_a のオーダーとしてはほぼ妥当な値であり、また、粘着係数が突起で支持される荷重の低下とともに低くなる点で、それらの関係がかなり良く表現されている。しかし、これは突起形状を球面と仮定した点や、一方の面にのみあらさがあるとした点など問題もある。さらに、このようにあらさが水膜にくらべて大きい場合に、平滑面を仮定した弾性流体潤滑理論が適用できるかどうかといった点でも検討すべきことが残されている。これらの点については、続報でさらに検討を加えたい。

4. 結 言

前報までの実験結果から、水膜の形成が水潤滑状態における粘着力の挙動と密接な関係があると考えられた。そこで本報では、弾性流体潤滑理論を適用するための数値解析を行い、さらに水膜を介したあらさ突起の接触について若干考察した。以上をまとめると次のようになる。

(1) Herrebrughの解法をもとに圧力-粘度係数

を考慮した数値解析により、鋼製接触体の水潤滑状態を対象にした領域における膜厚形状および圧力分布を明らかにした。

(2) 圧力-粘度係数の小さい場合の膜厚算出式を提案し、また、従来から出されている種々のパラメータ間の関係を示すとともに、他の数値例と比較し、本報の結果の妥当性を確認した。

(3) 前報の実験結果について、あらさ突起を球面、突起高さを正規分布と仮定した場合に、水膜を介して突起で支持する荷重を求め、粘着係数との関係を整理したところ、まだ検討すべき点は残されているが、両者は比較的良好な相関性を示すことを認めた。

文 献

- (1) 大山・丸山, 機論, 48-431, C (昭57), 1005.
- (2) 大山・ほか3名, 機論, 52-475, C (昭61), 941.
- (3) Dowson, D. and Higginson, G. R., *Elastohydrodynamic lubrication*, (1966), Pergamon Press.
- (4) Cheng, H. S. and Sternlicht, B., *Trans. ASME, Ser. D*, 87-3 (1965), 695.
- (5) Hamrock, B. J. and Dowson, D., *Trans. ASME, Ser. F*, 98-2 (1976), 223.
- (6) Baglin, K. P. and Archard, J. F., *Proc. Elastohydrodyn. Lubr. 1972 Symp.*, The Inst. of Mech. Engrs., C3/72 (1972), 5.
- (7) Hamrock, B. J. and Dowson, D., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, 100-2 (1978), 236.
- (8) Cheng, H. S., *Trans. ASME, Ser. F*, 94-1 (1972), 35.
- (9) Johnson, K. L., *J. Mech. Eng. Sci.*, 12-1 (1970), 9.
- (10) Herrebrugh, K., *Trans. ASME, Ser. F*, 90-1 (1968), 262.
- (11) Moes, H., *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 180-Pt. 3B (1965), 244.
- (12) Dowson, D., *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 182-Pt. 3A (1967-68), 151.
- (13) Greenwood, J. A. and Williamson, J. B. P., *Proc. R. Soc., Ser. A*, 295-1442 (1966), 300.
- (14) Miller, J. C. P., *Handbook of Mathematical Functions*, (1970), 685, Dover Publications, Inc.
- (15) Dorsey, N. E., *International Critical Table*, 5 (1929), 10.

討 論

〔質問〕 林 洋次〔早稲田大学理工学部〕

表面あらさの影響が大きいところが接触のような複雑な現象を解明するために、系統的な研究を進められておられることに対し、敬意を表す。

(1) EHLの数値解析において、解析領域を50分割して解を求め、さらに、その後条件によって100分割で計算されておられるが、膜厚や圧力の分布状態がどのような条件になると分割数を増やして計算する必要があるのかお教え願いたい。

(2) 表面あらさの考察において、全接触荷重 P はあらさ突起で支持する荷重 P_a と水膜により分担する荷重 P_h の和であると考えられておられるが、このことはEHL理論における荷重は P_h であることを意味しているのか。すなわち、EHL理論より得られた水膜の厚さを用いて式(44)から P_a を算出されておられるが、EHL理論を適用する際に必要となる荷重としては P と P_h のどちらを使用したのかお教えいただきたい。

(a) 50 分割

(b) 100 分割

付図 1 分割数の変化による膜厚形状

〔回答〕 (1) 数値解析において T すなわち M の値が大きくなると、付図 1 に示すように、50 分割では出口部分の膜厚形状が平滑とならず上に突起が出るようになる。これを 100 分割にすると $M \approx 80$ までの範囲では付図 1 (b) のように平滑な形状となる。これによる誤差は、 T と M の関係において、 $M \approx 40$ で 2%、 ≈ 60 で 4%、 ≈ 80 で 8% 程度、いずれも同一の T に対して 100 分割の場合の M のほうが小さくなる。これは、付図 1 からわかるように $\bar{x}_e$ の値が小さくなる結果で、 $M \approx 80$ で 4% 程度 100 分割の $\bar{x}_e$ が減少する。ただし、 H^* に対する分割数の影響はわずかで、 $M \approx 80$ で 2.5% 程度 100 分割のほうが小さい値を示す。

(2) ご指摘のように、あらさのある表面に EHL 理論を適用する場合には、弾性変形の式において圧力を $p = p_h + p_a$ とし、レイノルズの式にもあらさの影響を入れ、流量係数を考慮したうえで膜厚の期待値を用いるなどの必要があると考えられるが、ここではもっと単純に扱った。すなわち、平滑面を仮定して ($P = P_h$) EHL 理論から膜厚を求め、あらさのある面の平均面 (基準面) と平滑面の間隔をその膜厚と等しいとお

付図 2 $f_{\max}$ を求めたすべり率と接線力係数の関係⁽²⁾

いたものである。物理的にはこの考え方は厳密ではないわけであるが、今回はそのようにして突起の接触に対する膜厚の影響をみようを試みた。

〔質問〕 久 門 輝 正 [大阪大学工学部]

(1) 貴報では接触突起は弾性変形すると仮定している。しかし実際は相対すべりを伴う接触であるから塑性変形する突起もかなりあると考えられるが、この点いかがか。

(2) 図 11 の $f_{\max}$ の計算値を求める場合、式 (42) の μ_d や μ_h にどのような値を用いられたのか。また、 μ_d や μ_h の値の決定方法をご教示願いたい。

(3) 相対すべりを伴う接触の場合、すべり方向に突起が塑性変形によって長くなる傾向がみうけられる。本報の突起形状を球面とした仮定は今後検討されるところであるが、車輪とレール間の接触ではどのような突起形状が現実的と考えておられるのか。

〔回答〕 (1) ご指摘のように相対すべりを伴っているわけであるから、それによる塑性変形もあると考えられる。事実、大きなすべりを生じた後で実験 (付図 2⁽²⁾) に示すような実験で巨視すべりを生じた後、再び低い値からトルクを増加していく場合) を行くと、前より低い値で接線力係数 f が飽和する例が認められる。しかし今回は、微小すべり条件ということで、所定の実験後に測定した転動面の表面あらさとその時に得られた粘着係数 (最大接線力係数) の関係を考察したもののである。

(2) 図 11 は、付図 2⁽²⁾ における最大接線力係数 $f_{\max}$ を用い、その時の表面あらさから求めた P_d との関係を整理した例である。したがって、 μ_d と μ_h をこの場合に直接測定しておらず、ただ、考え方として粘着係数が水潤滑状態で低下する理由を突起で分担する荷重の減少から説明しようとしたものである。 μ_d や μ_h を厳密に求めることは大変難しいと考えられるが、水潤滑の場合には、流体潤滑効果を抑えてごく低速で摩擦係数を測定すれば、マクロな意味でおおよそその μ_d を求めることはできるのではないかと考える。この

点については次報で触れたいと思う。

(3) 本報では、突起形状を球面と仮定して突起で分担する荷重と粘着係数の間に一応相関関係のあることを認めた。しかし、その後検討した結果、球面と仮定すると突起による接触荷重が異常に大きくなるとい

う矛盾がでてきたので、現在、だ円体突起で計算を行っており、これについては次報で報告したいと思う。なお、実際の車輪/レール接触においても進行方向に長いだ円体突起が現実的ではないかと考えている。

52 巻 473 号, C 編 (昭 61-1) 正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
田村英之ほか	47	文献(7)		R. Soc., A 292 (1979), 414.	Roy, Soc., 292-1394 (1979), 419.
市丸和徳ほか	116	右	16	周/周の $i=2$ の軸/周では	周/周の $i=2$ と軸/周では
	117	図 9	図説	(a) C/C 円筒	(a) C/C, F 円筒
				(b) A/C, F 円筒	(b) A/C, F 円筒
	"	右	2	図 10(b)	図 10(c)
			13	図 10(a)	図 10(f)
	120	文献(1)		Block, H.	Blok, H.
尾崎龍夫ほか	136	左	12	$P=6000, 12000$ N	$P=6000, 9000, 12000$ N
	137	左	9	132 ページ右欄 30 行め	133 ページ左欄 2 行め
本橋元ほか	140	図 6	図中	PRESSURE ANGLE	PRESSURE ANGLE u
	141	左	18	δ	$\delta = R_2 - v$
梅崎洋二ほか	174	図 1	図説	図 1 ホブ切トルクの理論波形 の実測波形	図 1 ホブ切トルクの理論波形 と実測波形
	177	左	下 7	$K_s = K \cdot D^{n-1} \cdot L^{m-1}$	$P_s = K \cdot D^{n-1} \cdot L^{m-1}$
藤井進ほか	201	右	下 7	$\sum_{h_i=1}^{H_i}$	$\sum_{h_i=1}^{H_i}$
小野京右ほか	332	左	14	$B_z = 1.0$ mm	$B_z = 0.1$ mm
		右	2	図 14	図 12
		右	15	図 2	図 3