円筒内部に振動面を有する構造体からの音放射解析*
(第1報, 理論解析とモデル音響管による実証)

小 泉 孝 之**, 安 藤 四 一***

The Radiational Sound Field from a Circular Pipe Structure
Having Vibration Surfaces
(1st Report, Analysis and Experimental Verification)

by Takayuki KOIZUMI and Yoichi ANDO

This paper proposes a method to estimate the radiational sound field from circular pipe structures which have vibration surface. Laplace transform and the Wiener-Hopf technique are used to analyze the sound propagation and radiation. After this analytical formulation, a computer simulation algorithm has been derived as a form of matrix equations. Experimental investigation has also been performed using model acoustic tubes to verify analytical results. Sufficient agreement has been found between the numerical calculation and the measured response, and this concludes that the method proposed here can be practically applied to estimate the acoustic behavior of some machine components, as mentioned above.

Key Words: Sound, Sound Radiation, Numerical Analysis, Structural Vibration, Boundary Integral Method

1. 緒 言

スピーカやマイクロホンのごとき音響機器や, 消音器の設計に対し, 多くの音場解析の手法が提案されている。それらは解の目的や, 厳密性の必要度に応じて定式化がなされ, 各種の解法が適用される。グリーンの定理による境界積分方程式法はこれら解法の一分野を形成し, 境界要素法の基本となったことは学会誌に解説されるところである⁽¹⁾。一方この境界積分方程式法において実施されるグリーン関数から積分方程式を導く過程を冗長とし, 波動方程式に直接 Laplace 変換をほどこすことで Wiener-Hopf 形積分方程式に到達する方法が Jones によって提案され, 半無限充実円筒による音波の回折問題に適用された⁽²⁾。

著者らはこの方法が境界要素法などの離散化手法と比較してもさらに数値計算が容易になることに注目し, 壁面が厚みをもつ円筒や, 円筒内部に複数の段をもった開口構造物に対して上記理論の適用と拡大を図っている⁽³⁾⁽⁴⁾。

本報ではこれらの報告をもとに, 定式化の厳密性と数値計算に対して新たに検討を加え, マトリックス方程式に帰着する数値シミュレーションの精度向上を行った結果についてのべる。さらにシミュレーション結果に対しては, モデル音響管による実証試験を行い, 解析法の妥当性を確かめることで, 本手法が表題のごとき構造体からの音放射解析に対して実用性を有することを示した。

2. 解 析 理 論

2.1 定式化 構造体を図1のごとく表す。すなわち円筒座標 (ρ, Z) を用いると, 剛体は,

$$0 \leq \rho \leq a_0, \quad -\infty < Z \leq -l_M$$

$$a_m < \rho \leq a_0, \quad -l_m < Z \leq -l_{m-1}$$

図1 円筒構造体の断面形状

* 昭和61年3月15日 東海支部第35期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和60年5月31日。

** 正員, 三菱電機(株)中央研究所 (〒661 尼崎市塚口本町8-1)。

*** 神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町)。

ただし, $m=1, \dots, M$, $l_0=0$ である. ここで M は自然数. また,

$$a_{m+1} < \rho < a_m, Z = -l_m$$

の面には振動速度分布 $v_m(\rho)$ を与える. ただし, $a_{M+1}=0$ である.

u_m, u_0, u を速度ポテンシャルとし, 各音場を以下のごとく定義する.

$$u_m: 0 \leq \rho \leq a_m, -l_m \leq Z < -l_{m-1}$$

$$u_0: 0 \leq \rho \leq a_0, Z \geq 0$$

$$u: \rho > a_0$$

u_m, u_0, u は波動方程式 $\nabla^2 u + k^2 u = 0$ を満足する. ここで k は波長定数である. 時間項 $e^{i\omega t}$ は省略する.

これら各音場の速度ポテンシャルは以下の境界条件を満足する.

$$(i) \quad \partial u / \partial \rho = 0: \rho = a_0, Z \leq 0$$

(ii) $Z=0$ 以外で, $\rho=a_0$ における速度ポテンシャルの ρ に関する微分は連続である.

$$(iii) \quad \partial u_0 / \partial \rho = 0: a_1 < \rho < a_0, Z = 0$$

$$(iv) \quad \partial u_m / \partial Z = v_m(\rho): a_{m+1} < \rho \leq a_m, Z = -l_m$$

$$(v) \quad \partial u_m / \partial \rho = 0: \rho = a_m, -l_m \leq Z < -l_{m-1}$$

$$(vi) \quad u_0 = u: \rho = a_0, Z \geq 0$$

$$(vii) \quad u_m = u_{m-1} \text{ かつ } \partial u_m / \partial Z = \partial u_{m-1} / \partial Z \\ : 0 \leq \rho \leq a_m, Z = -l_{m-1}$$

$$(viii) \quad u_0 \sim \exp(-ikZ \cos \theta): 0 < \rho \leq a_0, Z \rightarrow \infty \\ u \sim \exp(-ikr)/r \\ : \rho > a_0, r = (\rho^2 + Z^2)^{1/2} \rightarrow \infty$$

ただし θ は Z 軸と観測点のなす角, $i = \sqrt{-1}$ さらに解の唯一性を保証するために,

(ix) $u = \text{const.}$ かつ $\partial u / \partial \rho = O(Z^{-1/3}): Z = +0$ 解析の都合上波長定数 k を, $k = k_r - ik_i (k_r > 0, k_i > 0)$ とおき, 後で $k_i = 0$ とする. $S = \sigma + i\tau$ とおき, $U(\rho, S), U_0(\rho, S)$ を

$$U(\rho, S) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\rho, Z) e^{-SZ} dZ; \rho \geq a_0$$

$$U_0(\rho, S) = \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\rho, Z) e^{-SZ} dZ$$

$$; 0 \leq \rho \leq a_0, Z \geq 0$$

と定義する. ここで U, U_0 は $-k_i \cos \theta < \sigma < k_i$ で解析的である. U, U_0 は,

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial U}{\partial \rho} \right) + \kappa^2 U = 0; \rho \geq a_0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial U_0}{\partial \rho} \right) + \kappa^2 U_0 = \left[\frac{\partial u_0(\rho, Z)}{\partial Z} \right]_{Z=+0} \\ + S u_0(\rho, +0); 0 \leq \rho \leq a_0, Z \geq 0 \dots \dots \dots (2)$$

を満たす. ただし $\kappa^2 = S^2 + k^2$ である.

正規 Dini 級数展開を用いて,

$$u_0(\rho, +0) = \sum_{n \in N} g_{0n} \phi_{0n}(\rho) \dots \dots \dots (3)$$

$$\left[\frac{\partial u_0(\rho, Z)}{\partial Z} \right]_{Z=+0} = \sum_{n \in N} f_{0n} \phi_{0n}(\rho) \dots \dots \dots (4)$$

ここで N は零以上の整数の集合である. 更に, $0 \leq \rho \leq a_0, Z \leq 0$ の各音場における速度ポテンシャル u_m を以下のごとく表記する.

$$u_m(\rho, Z) = \sum_{n \in N} \{ g_{mn}^+ \exp[-\kappa_{mn}(Z + l_m)] \\ + g_{mn}^- \exp[\kappa_{mn}(Z + l_{m-1})] \} \phi_{mn}(\rho) \\ ; 0 \leq \rho \leq a_m, -l_m < Z < -l_{m-1} \dots \dots \dots (5)$$

上式において,

$$\phi_{mn}(\rho) = \frac{J_0(j_{0n} \rho / a_m)}{J_0(j_{0n})}$$

$$\kappa_{mn}^2 = j_{0n}^2 / a_m^2 - k^2$$

であり, j_{0n} は $J_0(j_{0n}) = 0$ を満たす. 条件(iii), (iv), (vii) と正規 Dini 級数展開の直交性より,

$$\{ g_{1n}^+ \exp(-\kappa_{1n} l_1) + g_{1n}^- \} \\ = \begin{cases} \sum_{n' \in N} g_{0n'} \frac{2j_{0n'} a_1 / a_0}{(j_{0n'} a_1 / a_0)^2 - j_{0n}^2} \frac{J_1(j_{0n'} a_1 / a_0)}{J_0(j_{0n'})} \\ ; n = 1, 2, \dots \in N \\ \sum_{\substack{n' \in N \\ n' \neq 0}} g_{0n'} \frac{2j_{0n'} a_1 / a_0}{(j_{0n'} a_1 / a_0)^2 - j_{0n}^2} \frac{J_1(j_{0n'} a_1 / a_0)}{J_0(j_{0n'})} \\ + g_{01}; n = 0 \end{cases} \dots \dots \dots (6)$$

$$\{ g_{mn}^+ \exp[-\kappa_{mn}(l_m - l_{m-1})] + g_{mn}^- \}$$

$$= \begin{cases} \sum_{n' \in N} \{ g_{(m-1)n'}^+ + g_{(m-1)n'}^- \exp[-\kappa_{(m-1)n'}(l_{m-1} - l_{m-2})] \} \frac{2j_{0n'} a_m / a_{m-1}}{(j_{0n'} a_m / a_{m-1})^2 - j_{0n}^2} \frac{J_1(j_{0n'} a_m / a_{m-1})}{J_0(j_{0n'})} \\ ; n = 1, 2, \dots \in N, m = 2, \dots, M \\ \sum_{\substack{n' \in N \\ n' \neq 0}} \{ g_{(m-1)n'}^+ + g_{(m-1)n'}^- \exp[-\kappa_{(m-1)n'}(l_{m-1} - l_{m-2})] \} \frac{2j_{0n'} a_m / a_{m-1}}{(j_{0n'} a_m / a_{m-1})^2 - j_{0n}^2} \frac{J_1(j_{0n'} a_m / a_{m-1})}{J_0(j_{0n'})} \\ + \{ g_{(m-1)0}^+ + g_{(m-1)0}^- \exp[-\kappa_{(m-1)0}(l_{m-1} - l_{m-2})] \}; n = 0, m = 2, \dots, M \end{cases} \dots \dots \dots (7)$$

$$f_{0n} = \begin{cases} \sum_{n' \in N} \{-g_{1n'}^+ \exp(-\kappa_{1n'} l_1) + g_{1n'}^-\} \kappa_{1n'} (a_1/a_0)^2 \frac{2j_{0n}(a_1/a_0)}{(j_{0n} a_1/a_0)^2 - j_{0n'}^2} \frac{J_1(j_{0n} a_1/a_0)}{J_0(j_{0n})}; n=1, 2, \dots, N \\ \sum_{\substack{n' \in N \\ n' \neq 0}} \{-g_{1n'}^+ \exp(-\kappa_{1n'} l_1) + g_{1n'}^-\} \kappa_{1n'} (a_1/a_0)^2 \frac{2j_{0n}(a_1/a_0)}{(j_{0n} a_1/a_0)^2 - j_{0n'}^2} \frac{J_1(j_{0n} a_1/a_0)}{J_0(j_{0n})} \\ + \{-g_{10}^+ \exp(-\kappa_{10} l_1) + g_{10}^-\} \kappa_{10} (a_1/a_0)^2; n=0 \end{cases} \dots\dots\dots (8)$$

$$\{-g_{(m-1)n}^+ + g_{(m-1)n}^- \exp[-\kappa_{(m-1)n}(l_{m-1} - l_{m-2})]\} \\ \begin{cases} \sum_{n' \in N} \{-g_{mn'}^+ \exp[-\kappa_{mn'}(l_m - l_{m-1})] + g_{mn'}^-\} \frac{\kappa_{mn'}}{\kappa_{(m-1)n}} \left(\frac{a_m}{a_{m-1}}\right)^2 \frac{2j_{0n}(a_m/a_{m-1})}{(j_{0n} a_m/a_{m-1})^2 - j_{0n'}^2} \frac{J_1(j_{0n} a_m/a_{m-1})}{J_0(j_{0n})} \\ + \frac{2}{\kappa_{(m-1)n} a_{m-1}^2} \int_{a_m}^{a_{m-1}} v_m(\rho) \frac{J_0(j_{0n} \rho/a_{m-1})}{J_0(j_{0n})} \rho d\rho; n=1, 2, \dots, N, m=2, \dots, M \\ \sum_{\substack{n' \in N \\ n' \neq 0}} \{-g_{mn'}^+ \exp[-\kappa_{mn'}(l_m - l_{m-1})] + g_{mn'}^-\} \frac{\kappa_{mn'}}{\kappa_{(m-1)n}} \left(\frac{a_m}{a_{m-1}}\right)^2 \frac{2j_{0n}(a_m/a_{m-1})}{(j_{0n} a_m/a_{m-1})^2 - j_{0n'}^2} \frac{J_1(j_{0n} a_m/a_{m-1})}{J_0(j_{0n})} \\ + \{-g_{m0}^+ \exp[-\kappa_{m0}(l_m - l_{m-1})] + g_{m0}^-\} \frac{\kappa_{m0}}{\kappa_{(m-1)0}} \left(\frac{a_m}{a_{m-1}}\right)^2 \\ + \frac{2}{\kappa_{(m-1)n} a_{m-1}^2} \int_{a_m}^{a_{m-1}} v_m(\rho) \frac{J_0(j_{0n} \rho/a_{m-1})}{J_0(j_{0n})} \rho d\rho; n=0, m=2, \dots, M \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

次に $Z = -l_M$ において

$$v_M(\rho) = - \sum_{n \in N} g_{Mn}^+ \kappa_{Mn} \phi_{Mn}(\rho); 0 \leq \rho \leq a_M$$

と定義すると,

$$g_{Mn}^+ = - \frac{2}{\kappa_{Mn} a_M^2} \int_0^{a_M} v_M(\rho) \phi_{Mn}(\rho) \rho d\rho \dots\dots\dots (10)$$

となる。ただし $n=0, 1, 2, \dots, N$

ここで式(1), (2)にもとって外部音場の解析を行う。式(1)および条件(viii)より,

$$U(\rho, S) = \frac{P(S) H_0^{(2)}(\kappa \rho)}{\kappa H_0^{(2)}(\kappa a_0)} \dots\dots\dots (11)$$

ここで $P(S) = \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial \rho} u(\rho, Z) e^{-SZ} dZ$ であり, かつ $H_0^{(2)}(z)$ は第2種ハンケル関数。式(2)については, $\rho=0$ において有限かつ $U_0(\rho, S) = O(\rho^{-q})$, $q > 1/2$ なる条件を付加して解く。

$$U_0(\rho, S) = \frac{P(S) J_0(\kappa \rho)}{\kappa J_0'(\kappa a_0)} + \sum_{n \in N} \frac{f_{0n}}{S^2 - \kappa_{0n}^2} \frac{J_0(j_{0n} \rho/a_0)}{J_0(j_{0n})} + S \sum_{n \in N} \frac{g_{0n}}{S^2 - \kappa_{0n}^2} \frac{J_0(j_{0n} \rho/a_0)}{J_0(j_{0n})} \\ ; 0 \leq \rho \leq a_0, Z > 0 \dots\dots\dots (12)$$

未知関数 $P(S)$ と, Dini 級数展開の係数 f_{0n} , g_{0n} の関係は,

$$\frac{f_{0n}}{\kappa_{0n}} + g_{0n} = \frac{2P(\kappa_{0n})}{\kappa_{0n} a_0}; n=0, 1, \dots, N \dots\dots (13)$$

一方, 条件(vi)より,

$$\lim_{\rho \rightarrow a_0+0} U(\rho, S) = N(S) + \lim_{\rho \rightarrow a_0-0} U_0(\rho, S) \dots\dots\dots (14)$$

ここで $N(S) = \lim_{\rho \rightarrow a_0+0} \int_{-\infty}^0 u(\rho, Z) e^{-SZ} dZ$ であり, 式

(11), (12) および式(14)に代入し,

$$N(S) + \sum_{n \in N} \frac{f_{0n}}{S^2 - \kappa_{0n}^2} + S \sum_{n \in N} \frac{g_{0n}}{S^2 - \kappa_{0n}^2} \\ = \frac{2iP(S)}{\kappa^2 a_0 L(S)} \dots\dots\dots (15)$$

ここで $L(S) = -i\pi J_0'(\kappa a_0) H_0^{(2)}(\kappa a_0)$ である。式(15)を変形し, 右・左半平面でのふるまいをみる。

$$\frac{(S-ik)N(S)}{L_N(S)} + \frac{1}{2} \sum_{n \in N} \frac{g_{0n} - f_{0n}/\kappa_{0n}}{S + \kappa_{0n}} \\ \times \left[\frac{S-ik}{L_N(S)} + \frac{\kappa_{0n} + ik}{L_N(-\kappa_{0n})} \right] + \frac{S-ik}{2L_N(S)} \\ \times \sum_{n \in N} \frac{g_{0n} - f_{0n}/\kappa_{0n}}{S - \kappa_{0n}} = \frac{2P(S)}{a_0(S+ik)L_P(S)} \\ + \frac{1}{2} \sum_{n \in N} \frac{ik + \kappa_{0n}}{S + \kappa_{0n}} \left(g_{0n} - \frac{f_{0n}}{\kappa_{0n}} \right) L_P(\kappa_{0n}) \dots\dots\dots (16)$$

ただし, $L(S) = L_P(S)/L_N(S)$ であり $L_P(S)$, $L_N(S)$ はそれぞれ右・左半平面で特異点と零点をもたない。上の式(16)は, $|S| \rightarrow \infty$ のふるまいを考慮して Liouville の拡張定理を適用すれば, 両辺共に零に等しくなる。したがって,

$$\frac{iP(S)}{ka_0(S+ik)L_P(ik)L_P(S)} \\ = \sum_{n \in N} \frac{\alpha_n - \beta_n}{\kappa_{0n} + S} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで α_n, β_n は,

$$\alpha_n = -\frac{ik + \kappa_{0n}}{4ik} \frac{L_P(\kappa_{0n})}{L_P(ik)} \frac{f_{0n}}{\kappa_{0n}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\beta_n = -\frac{ik + \kappa_{0n}}{4ik} \frac{L_P(\kappa_{0n})}{L_P(ik)} g_{0n} \quad \dots\dots\dots (19)$$

この α_n, β_n は式(17)で $S = \kappa_{0r} (r=0, 1, \dots \in N)$ とすることで決定される。すなわち,

$$\sum_{\substack{n \in N \\ n \neq r}} \frac{\beta_n}{\kappa_{0n} + \kappa_{0r}} + \left\{ 1 + \frac{(2\kappa_{0r})^2}{[(ik + \kappa_{0r})L_P(\kappa_{0r})]^2} \right\} \\ \times \frac{\beta_r}{2\kappa_{0r}} - \sum_{\substack{n \in N \\ n \neq r}} \frac{\alpha_n}{\kappa_{0n} + \kappa_{0r}} \\ - \left\{ 1 - \frac{(2\kappa_{0r})^2}{[(ik + \kappa_{0r})L_P(\kappa_{0r})]^2} \right\} \frac{\alpha_r}{2\kappa_{0r}} = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

$P(S)$ が求まると、式(11)より $U(\rho, S)$ が求まり、したがって $u(\rho, Z)$ は Mellin 逆変換によって,

$$u(\rho, Z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{P(S)H_0^{(2)}(\kappa\rho)}{\kappa H_0^{(2)}(\kappa a_0)} \\ \times \exp(i\kappa\rho) \cdot \exp(SZ - i\kappa\rho) dS \\ ; \rho \geq a_0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

として求まる。観測点が遠距離音場とみなし得る場合は、式(21)にあん部点法を適用し、近似解を得る。すなわち $Z = r \cos \theta, \rho = r \sin \theta$ とおくと、 $kr \rightarrow \infty$ のとき,

$$u(r, \theta) \sim G(\theta)u(r, \theta; a_0) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで,

$$G(\theta) = ik(1 - \cos \theta) \sum_{n \in N} \frac{\alpha_n - \beta_n}{\kappa_{0n} - ik \cos \theta} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$u(r, \theta; a_0) = \frac{a_0 L_P(ik) L_P(-ik \cos \theta)}{\pi \sin \theta H_0^{(2)}(ka_0 \sin \theta)} \\ \times \frac{\exp(-ikr)}{r} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$|Q(\theta)|$ を遠距離音場における $\theta = +0$ で正規化された速度ポテンシャルで与えられる指向性とする、

$$|Q(\theta)| = \left| \frac{u(r, \theta)}{u(r, +0)} \right| \\ = \left| \frac{G(\theta)}{G(+0)} \right| \left| \frac{u(r, \theta; a_0)}{u(r, +0; a_0)} \right| \quad \dots\dots\dots (25)$$

また式(24)は,

$$u(r, \theta; a_0) = \\ -\frac{a_0 i J_1(ka_0 \sin \theta)}{\sin \theta} \frac{L_P(ik)}{L_P(ik \cos \theta)} \frac{\exp(-ikr)}{r} \quad \dots\dots\dots (26)$$

と変形でき、

$$[u(r, \theta; a_0)]_{\theta=+0} \\ = -ika_0^2 \exp(-ikr)/(2r) \quad \dots\dots\dots (27)$$

したがって軸上音圧の相対値 W は,

$$W = 20 \log(k|G(\theta)|) \quad \dots\dots\dots (28)$$

で与えられる。

2・2 数値計算 2・1節で示した未知係数の値は、式(6)～(10), (18)～(20)を連立させて、マトリックス演算として求められる。この場合式(3), (4)で現れた N の設定条件から、係数マトリックスと未知数ベクトル、既知数ベクトルの次元が無限大になる可能性がある。ここでは未知係数の収束状態からマトリックスを縮小して計算した⁽⁶⁾。さらに計算中必要となる関数値中 $L_P(S)$ は L - S 関数、ないしはスプリット関数として Jones や松井によって一部テーブル化されており⁽²⁾⁽⁶⁾、ここではそれらを用いた。

3. モデル音響管による実証

3・1 実験装置 円筒内部の形状が異なるいくつかのモデル音響管を用い、放射音場を計測することで理論との対応をみた。用いたモデル音響管の断面形状を図2に、また実験のブロック図を図3に示す。音響管の形状は a_0 によって無次元化されているが、実寸法は $a_0 = 6 \text{ cm}$ であり、全長はケースによって異なるが、すべてについて音源部と後端部を含め 30 cm 程度である。音源には圧電形電気音響振動子を用いることで反射インピーダンスの影響を低減しており、かつ積層することで振幅の増大を図った⁽⁷⁾。入力信号にはランダム波を用い、まず入力電圧と振動振幅間の線形性を確認したうえで、周波数特性を正規化するため、入力電圧と観測点の音圧との間の伝達関数を求めることで測定値とした。実際の音圧測定は暗騒音 30 dB(C) 以下の無響室を用い、入・出力信号はすべていったんデータレコーダ (Nagra) に収録した後フーリエアナライザ (YHP 545 1 C) を用いてデータ処理を行った。

3・2 実験結果と考察 各音響管に対する測定データからまず $0 \sim 5.0 \text{ kHz}$ 間の伝達関数を求める。その後図2中いちばん上に示した単純形状の音響管と、Case A, Case B の音響管に対して得られた伝達関数の差を求める。すなわち消音器の性能特性表示で用いる挿入損失として表示した。Case A, Case B に対する結果をそれぞれ図4の(a), (b)として示す。

実験と計算両者の比較を行う。Case A の場合については 3.5 kHz 付近まではほぼ全周波数領域にわたって両者の差異は数 dB 以内に留まっており、かつ極値や、零点に相当する周波数の再現性もよい。一方 Case B については、 2.5 kHz までの適合性は Case A と同

様良好であるが、それ以上の周波数帯域では実験値の変動が大きくなり、計算値との適合が低下していることが認められる。これは以下の事項が関与しているものと考えられる。すなわち、Case B の場合は内部形状の影響もあって放射音圧レベルの絶対値が若干低下し、これが入・出力間のコヒーレンシを悪化させ、測定結果にノイズが混入する原因となっている。さらに Case B に限定した事項ではないが、ここでの数値計算上の周波数分解能が約 200 Hz であり、そのため急激なレベル変動を完全に再現できない可能性もある。

4. 結 論

円筒内部に振動面を有する構造体からの音放射問題を取りあげ、解析法の提示と、モデル音響管による実証試験を行った。以下に本研究で得られた結論を示す。

(1) 上記のごとき構造物に対し、放射音場を解析的に求める定式化を行い、いくつかの音響上のふるまいが予測可能であることを示した。

(2) 定式化に基づいてマトリックス方程式に帰着する数値計算手法を示し、各種音響定数が容易に算出し得ることを示した。

(3) 二、三のモデル音響管を用いて放射音場の実測を行い、軸上ポテンシャルに関しては一部の計測と数値計算上問題のある周波数付近を除いて計算と実測は良好な一致を示すことが知れた。

(4) これらから本理論による放射音場の解析手法が消音器などいくつかの機械要素構造物からの音放射の特性予測に対し実用性を有することが示された。

付録. スプリット関数を用いた解析接続

スプリット関数 $L(S)$ は本文でも述べたごとく、 $L(S) = L_P(S)/L_N(S)$ と分解でき、かつ $L_P(S)$ と $L_N(S)$ はそれぞれ右・左半平面において特異点と零点をもたず、かつ右半平面において、

$$L_P(S) \cdot L_N(S) = 1 \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$L_P(S) \sim (a_0 S)^{-1/2}; |S| \rightarrow \infty \quad \dots\dots\dots (30)$$

が成立する。以上を考慮して式(15)を変形する。

図 2 各種モデル音響管の断面形状

図 3 実験およびデータ処理のブロック図

(a) 単純音響管に対する Case A の挿入損失

(b) 単純音響管に対する Case B の挿入損失

図 4 各モデル音響管の実験と解析結果の比較

$$\begin{aligned}
& \frac{(S-ik)N(S)}{L_N(S)} + \frac{1}{2} \frac{S-ik}{L_N(S)} \\
& \times \sum_{n \in N} \frac{g_{0n} - f_{0n}/\kappa_{0n}}{S + \kappa_{0n}} + \frac{1}{2} \frac{S-ik}{L_N(S)} \\
& \times \sum_{n \in N} \frac{g_{0n} + f_{0n}/\kappa_{0n}}{S - \kappa_{0n}} = \frac{2P(S)}{\kappa^2 a_0 L_P(S)/L_N(S)} \\
& \times \frac{S-ik}{L_N(S)} \dots\dots\dots (31)
\end{aligned}$$

式(31)において、左辺が左半平面で解析的になるためには、左辺第2項にある単極 $S = -\kappa_{0n}$ を移動する必要がある。そこで式(31)を、

$$\begin{aligned}
& \frac{(S-ik)N(S)}{L_N(S)} + \frac{1}{2} \sum \frac{g_{0n} - f_{0n}/\kappa_{0n}}{S + \kappa_{0n}} \\
& \times \left\{ \frac{S-ik}{L_N(S)} + \frac{\kappa_{0n} + ik}{L_N(-\kappa_{0n})} \right\} + \frac{S-ik}{2L_N(S)} \\
& \times \sum_{n \in N} \frac{g_{0n} + f_{0n}/\kappa_{0n}}{S - \kappa_{0n}} = \frac{2P(S)}{\kappa^2 a_0 L_P(S)/L_N(S)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{S-ik}{L_N(S)} + \frac{1}{2} \sum_{n \in N} \frac{\kappa_{0n} + ik}{S + \kappa_{0n}} \\
& \times \frac{g_{0n} - f_{0n}/\kappa_{0n}}{L_N(-\kappa_{0n})} \dots\dots\dots (32)
\end{aligned}$$

と変形する。上式は両半平面で解析的であり、かつ $-k_i \cos \theta < \sigma < k_i$ を共有する。したがって右半平面から左半平面への解析接続が可能になる。

文 献

- (1) 田中, 機誌, 86-771 (昭58), 168.
- (2) Jones, D. S., *Phil. Trans. R. Soc.*, A247-4 (1955), 499.
- (3) Ando, Y., *Acustica*, 22-4 (1969/70), 219.
- (4) Ando, Y. and Koizumi, T., *J. Acoust. Soc. Am.*, 59-5 (1976), 1033.
- (5) Kantrovich, L. V. and Krylov, V. I., *Approximate Methods of Higher Analysis*, (1964), P. Noordhoff Ltd.
- (6) Matsui, E., *U. S. NBS Rep.*, 7038 (1960).
- (7) 早坂・吉川, 音響振動論, (昭59), 273, 丸善.