まがりばかさ歯車の検査法に関する研究*

田 村 久 司**

A Study on the Method of Inspecting a Spiral Bevel Gear

by Hisashi TAMURA

A method of inspecting a spiral bevel gear is newly proposed. The tooth surfaces are measured using a three-coordinate measuring machine and "the most probable tooth surface" is determined from the measured data by the method of least squares. The equation of the determined surface involves two variables and some constants which correspond to the machine setting. Unavoidable errors in the machine setting cause slight deviations of the constants from the design values. The corrective gear cutting can be carried out using these values of deviation. This is the aim and end of this study.

Key Words: Measurement, Gear, Spiral Bevel Gear, Method of Least Squares, Inspecting of Bevel Gear, Gleason Hypoid Generator, V-H Check

1. 緒 言

グリーソン式まがりばかさ歯車の歯切り上の問題点は、良好な歯当たりを得るために、多くの経験が必要とする点にある。これはこの歯車の歯面が複雑な曲面であることによる。これに対処するため、グリーソン社では歯切りした歯車対でV-H試験をおこない、それによって以後の歯切り作業の指針を得ることを推奨している。このことからV-H試験は、かさ歯車の一種の検査法であると考えることができる。

ところで、V-H試験での歯車対の相対位置関係における自由度は歯切りのときのマシンセッティングにおける自由度よりかなり少ない。この自由度の少なさがV-H試験を簡明にし、実用的試験法にしている。が、一方ではV-H試験結果とマシンセッティングとを関係づけようとするときに、これが経験と勘を必要とする原因にもなっている。

本研究は、このV-H試験の欠点を克服した新しい検査法に関する研究である。本法は歯車歯面上の多数の点の座標を三次元座標測定機で測定し、それらの測

定値からそれらに含まれているであろう歯切り諸元誤差すなわちマシンセッティング誤差を求めようとするものである。本法の考え方の概要を以下に示す。

(1) かさ歯車歯面上の多数の点の座標を測定し、測定座標値に最もよく適合するセッティング誤差を含む理論歯面を最小二乗法によって定める。

(2) 上記(1)の方法によって算出されたマシンセッティングにより被測定歯車が歯切りされていると考える。

(3) 算出されたマシンセッティングと設計マシンセッティングとの差をマシンセッティング誤差とする。

本法は、被測定歯車について測定基準点(面)を理論上必要とせず、かつ測定が簡単であることをその特長とするが、反面、測定データ処理に電子計算機を必要とする欠点がある。

本法はマシンセッティング誤差の検査法であるが、最終目的は誤差を補正して修正歯切りを実行し、良好な歯当たりをする歯車対を得ることにある。

2. 基本的な考え方

本研究では、グリーソン式創成歯切り盤で創成歯切りしたまがりばかさ歯車を検査対象とし、3章以降で

* 昭和60年8月26日 第22回シンポジウム(歯車および伝導機構)において講演、原稿受付 昭和60年10月2日。

** 正員、新潟大学工学部(〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

具体的に議論するが、提案の検査法は鼓形ウォームギヤ、ハイポイドギヤなどに代表される複雑な創成曲面からなる機械要素の測定、検査にも適用できる。このことを考慮して、本章では一般的立場からこの検査法の基本的考え方を示す。

一般に曲面は二つの径数 ξ, ζ を用いて表される。これより曲面 G とその単位法線 N は

$$\begin{aligned} G &= G(\xi, \zeta; C_1, C_2, \dots, C_n) \\ N &= N(\xi, \zeta; C_1, C_2, \dots, C_n) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに $C_1, C_2, \dots, C_n$ は定数である。これらの定数は曲面 G がおかれている座標系（三次元測定機の座標系）での G の位置、姿勢、 G を創成するときの工具の形状、位置、姿勢など、要するに G に関し考えられるあらゆる条件を示すためのものであって、既知定数にする場合もあるし、また未知定数にする場合もある。未知定数を改めて $C_1, C_2, \dots, C_n$ とおくことにする。いずれにせよ、これらの定数がきまれば G および N が決まる。

図1は三次元測定機（以下、単に測定機という）の測定台上に設置された曲面 G と半径 r の球面測子とが点 Q で接触している状態を示している。 $O_m-x_my_mz_m$ は測定機に固着した座標系であり、 P は測子の中心である。図1より点 P の座標 P は次式で計算される。

$$P = G + rN \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに P, G, N は列ベクトルであり、

$$\left. \begin{aligned} P &= (P_x, P_y, P_z)^T \\ G &= (G_x, G_y, G_z)^T \\ N &= (N_x, N_y, N_z)^T \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

一方、式(2)とは関係なく、測子の中心 P の座標が測定される。測定値を列ベクトルで表示し M とする。

$$M = (M_x, M_y, M_z)^T \quad \dots\dots\dots (4)$$

計算値 P と測定値 M の対応する任意の2成分（例えば x_m 成分と z_m 成分）を等しくおけば、

図1 測子と被測定曲面

$$\left. \begin{aligned} M_x - P_x(\xi, \zeta; C_1, \dots, C_n) &= 0 \\ M_z - P_z(\xi, \zeta; C_1, \dots, C_n) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

これから接触点 Q を示す径数 ξ, ζ を $C_1, \dots, C_n$ を含んだ形で求めることができる。それらを ξ_0, ζ_0 とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 &= \xi_0(C_1, C_2, \dots, C_n) \\ \zeta_0 &= \zeta_0(C_1, C_2, \dots, C_n) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ξ_0, ζ_0 を用いて P の残りの成分 P_y を計算し、これと測定値 M_y とを比較する。もし G が設計どおりに誤差なく創成されており、かつ定数 $C_1, C_2, \dots, C_n$ がわかっていたとすれば、 P_y と M_y は一致するはずであるから

$$M_y - P_y(\xi_0, \zeta_0; C_1, C_2, \dots, C_n) = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ところで G を製作する過程で誤差が生じていたとすれば、定数 $C_1, \dots, C_n$ のうちのいくつかは設計値と異なるから、式(7)の右辺は零にならず、残差 E を生じる。

$$E = M_y - P_y(\xi_0, \zeta_0; C_1, \dots, C_n)$$

形式的ではあるが、式(6)を上式に代入して ξ_0, ζ_0 を消去すれば

$$E = M_y - P_y(C_1, C_2, \dots, C_n) \quad \dots\dots\dots (8)$$

m 箇所での測定値 $M_i (i=1, 2, \dots, m)$ に対して式(8)の残差 E_i をことごとく零にすることは困難であるので、 E_i の二乗和を最小にするような $C_1, C_2, \dots, C_n$ を求める。そしてこれらの定数の意味する条件のもとで曲面 G が製作されたと考えるのである。すなわち本研究は、測定値 M_i に最もよく適合する G を定めるために、その G を決定する定数 $C_1, C_2, \dots, C_n$ を最小二乗法によって求めようとするのである。

図1の要領で曲面 G 上の任意の点を m 箇所測定したとする。そのときの i 番めの測定値 M_i について式(8)の残差 E_i を計算し、 m 個の残差の二乗和 F を求める。

$$F = \sum_{i=1}^m E_i^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

F を最小にする条件は

$$\left. \begin{aligned} \partial F / \partial C_1 &= 0 \\ \partial F / \partial C_2 &= 0 \\ &\vdots \\ \partial F / \partial C_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(10)は n 個の未知数 $C_1, C_2, \dots, C_n$ を含む n 元連立方程式であるから、これを解くことによって n 個の未知数を求めることができる。このとき、 n 個の未知数はたがいに独立でなければならないことは当然である。ところが本検査法の対象になる曲面は、空間内で複雑な運動をする工具刃面によって創成される場合

が多い。そのようなときには工具の位置、姿勢および創成運動は被創成曲面に対して、それぞれ同じような効果を与えることもあり、未知定数間の独立性が失われやすい傾向になる。よって未知定数の選定に際しては十分に注意してこれをおこなわなければならない。

3. まがりばかき歯車の歯面

本研究では、グリーンソン式まがりばかき歯車創成歯切盤で Single-Side 法によって創成歯切りされたこう配歯まがりばかき歯車を検査対象にする。その理由は、Single-Side 法がグリーンソン社によって考案されたいくつかの歯切り法のうち最も基本的な方法であり、また、こう配歯の歯切りは等高歯の歯切りに比べてマシンセッティングの自由度が多く、より一般的な歯切り法であると考えられるためである。

本章ではグリーンソン式カッタの外側切れ刃で歯切りされたかき歯車の凹歯面 G およびその単位法線 N を求める。

円すい面を歯(刃)面とする仮想冠歯車と被削歯車とがそれぞれ基準の位置にある状態を図2に示す。 $O-xyz$ は歯切り盤に固着した座標系であり、 x, y 軸はそれぞれ V, H 軸に対応している。また、図2に示す基準の状態では仮想冠歯車に固着した座標系は $O-xyz$ に一致しているものとする。仮想冠歯車軸は z 軸に、ピッチ平面は xy 平面にそれぞれ一致している。 y 軸はこの場合のピッチ線であり、点 P_0 は設計基準点である。仮想冠歯車歯面である円すい面はカッタの切れ刃直線をカッタ軸 (z_c 軸) まわりに回転したときに得る曲面である。 $O_c-x_c y_c z_c$ はカッタに固着した座標系であり、 O_c はカッタ中心である。

カッタ半径を R 、ポイント幅を W 、切れ刃の傾き角を γ 、切れ刃の旋回角を u 、切れ刃直線上の距離を v として、 X_c を $O_c-x_c y_c z_c$ で表すと

$$X_c = \begin{pmatrix} -v \sin \gamma \sin u - (R + W/2) \sin u \\ v \sin \gamma \cos u + (R + W/2) \cos u \\ -v \cos \gamma \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

X_c を仮想冠歯車に取付けてその歯(刃)面にするが、その取り付け方は被削歯車の歯元角 δ だけ x 軸まわりに回転して傾けた後、図3に示すように y 軸に平行な軸のまわりに角度 Δ だけ傾けるものとする⁽¹⁾。 O_c の座標を (V, H, Z) とする。

X_c を歯面とする仮想冠歯車が z 軸まわりを回転して被削歯車歯面を創成する。このとき仮想冠歯車の回転角を創成角ということにし、 ϕ で表す。創成角が ϕ の瞬間、 X_c を $O-xyz$ で表し、 X_ϕ とすれば、

$$X_\phi = C(\phi) \{ B(\Delta) A(\delta) X_c(u, v) + D \} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに A, B, C は座標変換行列、 D は列ベクトルで次の内容をもつ。

$$A(\delta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}$$

$$B(\Delta) = \begin{pmatrix} \cos \Delta & 0 & \sin \Delta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Delta & 0 & \cos \Delta \end{pmatrix}$$

$$C(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = (V, H, Z)^T$$

円すい面 X_c の単位法線を N_c とすれば

$$N_c = \frac{\partial X_c / \partial v \times \partial X_c / \partial u}{|\partial X_c / \partial v \times \partial X_c / \partial u|} \quad \dots\dots\dots (13)$$

図2 仮想冠歯車と被削歯車

外して考える。

つぎに測定機座標系に対する歯車座標系の相対位置を表す ϕ , X_0 , Y_0 , Z_0 についてであるが, これらは未知定数にするのが普通であろう。

本研究では以上の定数を未知定数の選定対象にすることにする。ここで重要なのは, 2章の終わりで述べたように, これらの定数が被削歯面形成に関して同じような影響をおよぼさないことである。すなわち定数間の独立性の問題である。本章ではこれについて考察する。

まず, カッタ中心 O_c の座標 V と H の関係である。 O_c は仮想冠歯車軸まわりを回転するので, その回転半径 $\sqrt{V^2 + H^2}$ のみが問題になる。よって V と H のいずれかに誤差があると考えてよい。ここでは H を未知定数にする。

つぎに, δ と η についてである。図 3, 4 を参照すれば, これらはともに x 軸に平行な軸まわりの回転角であるから, 被削歯面におよぼす影響はほぼ同じであると考えてよい。ここではカッタの姿勢よりもワークの姿勢を修正するほうが簡単であると考えて, η を未知定数にする。

また, 図 3 によるとカッタは y 軸に平行な軸まわりに角度 Δ だけ回転した状態で取付けられる。これを設計基準点 P_0 近傍で考えると, カッタが歯車材に近づいたことになり, O_c の z 座標 Z を増加したこととほぼ同じことになる。よって Δ と Z は独立でない。ここでは歯切り作業の容易さを考えて, Z を未知定数とする。

ところで式(18)~(20)を式(21)に代入すると,

$$\begin{aligned} G &= C(\phi)CC(-\phi/\sin\eta)EL_\phi(u, \phi) + K \\ N &= C(\phi)CC(-\phi/\sin\eta)EN_\phi(u, \phi) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (22)$$

これより ϕ と ψ は G に対してほぼ同じ効果をおよぼすことがわかる。前者は座標系間の位相角, 後者は創成角であると同時に歯面を表すための径数であり, まったく異なる意味をもつ。すなわち ϕ と ψ は独立ではないがともに求めなければならない値である。したがって径数 ψ を求めるときには仮に ϕ を既知定数として取扱うことにする。

測定機座標系 $O_m-x_my_mz_m$ における O_g の座標 (X_0 , Y_0 , Z_0) を未知定数と考えるのが一般的であるが, これを既知としたほうが計算が簡単になり都合がよい。すなわち X_0 , Y_0 は歯車軸心の x_m , y_m 座標として求め, Z_0 には歯車の背面距離を用いるのである。歯車材の歯切り盤への取付けに特別の欠陥がなければ,

これらを既知としたことによる不都合は生じない。その理由は未知定数とした H , Z , η , ϕ の値の中に X_0 , Y_0 , Z_0 の誤差が含まれてしまうからである。本研究では取扱わないが, 歯車の偏心, ピッチ誤差, 歯形誤差などまでも検査しようとする場合には, X_0 , Y_0 , Z_0 は未知定数にしなければならない。

以上より, 未知定数を H , Z , η , ϕ の四つに限定する。ただし, 上述のように ϕ は他の三つと区別して考えなければならない。

5. 数 値 計 算 法

u , ϕ を径数とし, 未知定数 H , Z , η , ϕ を含むかさ歯車歯面 G とその法線 N は式(21)で示されるが, それは超越関数になる。よって, この式をもとにした方程式(5), (10)を解析的に解くことは困難であるので, 逐次近似により数値解を求めることにする。

まず, ϕ の値に適当な値 ϕ_0 を与え, これを既知と考える。そうすれば式(2)は

$$P = G(u, \psi; \eta, H, Z) + rN(u, \psi; \eta) \quad \dots\dots\dots (23)$$

測定値 M と P の x_m , z_m 成分を等しくおき

$$\begin{cases} M_x - P_x(u, \psi; \eta, H, Z) = 0 \\ M_z - P_z(u, \psi; \eta, H, Z) = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (24)$$

これを満足する u , ψ を求める。それには

$$\begin{cases} E_x \equiv M_x - P_x \\ E_z \equiv M_z - P_z \end{cases} \quad \dots\dots\dots (25)$$

とおき, u , ψ に適当な値 u_0 , ψ_0 を与え, その値における $\partial E_x / \partial u$, $\partial E_x / \partial \psi$, $\partial E_z / \partial u$, $\partial E_z / \partial \psi$, E_x , E_z を計算する。微分係数は差分から求めると簡単である。つぎに u_0 , ψ_0 の増分を Δu , $\Delta \psi$ とおけば, これらは次式から求めることができる。

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial E_x}{\partial \psi} \Delta \psi + E_x = 0 \\ \frac{\partial E_z}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial E_z}{\partial \psi} \Delta \psi + E_z = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (26)$$

$u_0 + \Delta u$, $\psi_0 + \Delta \psi$ を改めて u_0 , ψ_0 と置き換えて計算を繰返し, E_x と E_z がともに設定値以内に納まったときの u_0 , ψ_0 が式(24)を満たす u , ψ である。

このようにして求めた u , ψ を用いて P の y_m 成分 P_y を計算し, これと M の y_m 成分 M_y との差が残差 E であるから

$$E = M_y - P_y(\eta, H, Z) \quad \dots\dots\dots (27)$$

式(27)の残差 E を m 箇所の測定値について計算し, それらの二乗和を最小にする η , H , Z が, ϕ を ϕ_0 と仮定したときの最確値になる。 i 番めの測定値についての残差を E_i とおくと, E の二乗和 F は

図 6 数値解を求めるための流れ図

$$F(\eta, H, Z) = \sum_{i=1}^m \{E_i(\eta, H, Z)\}^2 \quad (28)$$

F を最小にする条件は

$$\left. \begin{aligned} f_1 &\equiv \partial F / \partial \eta = 0 \\ f_2 &\equiv \partial F / \partial H = 0 \\ f_3 &\equiv \partial F / \partial Z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式(29)を満足する η, H, Z の求め方は u, ϕ の場合と同様であるので省略するが, $\partial f_1 / \partial \eta, \partial f_1 / \partial H$, などの微分係数の計算法について若干の説明をつけ加えておく。

微分係数は差分で計算する。その際、数値計算におけるけた落ちを防ぐため微分係数を次式により計算する。

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= 2 \sum \left(E_i \frac{\partial E_i}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \eta} &= 2 \sum \left\{ \left(\frac{\partial E_i}{\partial \eta} \right)^2 + E_i \frac{\partial^2 E_i}{\partial \eta^2} \right\} \\ \frac{\partial f_1}{\partial H} &= 2 \sum \left\{ \frac{\partial E_i}{\partial \eta} \frac{\partial E_i}{\partial H} + E_i \frac{\partial^2 E_i}{\partial \eta \partial H} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

他の微分係数も同様である。

このようにして求めた η, H, Z が $\phi = \phi_0$ としたときの F を最小にする。したがって、 F の最小値をさらに最小にする ϕ を求めなければならない。任意の ϕ における F の最小値を F^* とすれば

表 1 計算結果

	Initial value	Results I	True value	Results II
η	$73^\circ 27'$	$73^\circ 20'$	$73^\circ 20'$	$73^\circ 46'$
H	43.5mm	42.98mm	43.00mm	43.17mm
Z	4.5mm	4.19mm	4.30mm	4.03mm
ϕ	$0^\circ 00'$	$0^\circ 50'$	$0^\circ 48'$	$0^\circ 01'$
F	—	1×10^{-5}	—	2×10^{-5}

$$F^* = F^*(\phi; \eta, H, Z) \quad (31)$$

F^* を最小にするには

$$\partial F^* / \partial \phi = 0 \quad (32)$$

式(32)より F^* を最小にする ϕ を求めることができる。その計算法は u, ϕ の場合と同様であるので省略する。

以上の計算手順の流れ図を図 6 に示す。表 1 は本法のシミュレーション結果である。計算に用いたこう配歯まがりばかさ歯車の関係諸元⁽¹⁾は $\gamma = 14.5^\circ$, $V = 94.58$ mm, $H = 43.00$ mm, $Z = 4.3$ mm, $R = 114.3$ mm, $W = 1.524$ mm, $\delta = 3^\circ 43'$, $\Delta = -0^\circ 48'$ (これは圧力角 16° , ねじれ角 35° , 平均円すい距離 $\overline{OP}_0$ 112.16 mm, モジュール 6 の歯車である), $Z_n = 41$ 枚, $\eta = 73^\circ 20'$, $X_0 = Y_0 = Z_0 = 0$ mm, $\phi = 0^\circ 48'$, $r = 2$ mm である。測定箇所は各歯面につき 1 点ずつ任意に選んだので $m = 41$ である。表 1 の結果 I は, η, H, Z, ϕ に誤差がないとしたときの測定データ M_i を用いた場合であり, 結果 II は M_i にランダムに最大 $\pm 5 \mu\text{m}$ の誤差を含ませた場合である。いずれも誤差の二乗和 F が小さくなっており, 得られた η, H, Z, ϕ は測定値 $M_i (i = 1, \dots, m)$ に対する最確値としてよい。

6. 結 言

グリーンソン方式まがりばかさ歯車の歯切り上の問題点の一つに, 良好な歯当たりを得るのにかなりの熟練が必要である, ということがある。本研究では, この原因はマシンセッティング誤差によるものとした仮定のもとに, この誤差の検出方法について基礎的な考察を加えたものである。本検査法の有用性については実験によって確かめなければならないが, これについては別の機会に報告する予定である。

おわりに, 有益なご意見を寄せられた山形大学 酒井高男教授, 日産自動車(株) 人見宣輝氏に感謝する。

文 献

- (1) 田村・酒井, 機論, 51-466, C (昭 60), 1338.

討 論

〔質問〕 人見 宣輝

〔日産自動車(株)中央研究所〕

測定自動化の進歩により、三次元測定器が歯車測定用に広く使われる傾向にあるので、性能や歯切り段取りなどとの関連を明確にする研究が完成されることを期待するものである。本研究について、次の2点を質問いたしたい。

(1) 歯車対それぞれを切る工具には誤差があり、また、例えばカット径を修正して歯当たり長さを変えるとギヤとピニオンでは同一の冠歯車にはならない。基準となるべきものが変動する場合、セッティング誤差を求める方式で歯当たり修正のための段取りを決めるにはいかなる手順となるか。

(2) 浸炭焼入れ歯車では熱処理ひずみを見込んで歯切り段取りを経験的に決めている。熱処理後の歯形と理論歯形との差異から熱処理後に所要の歯形となるように補正セッティング量を決めるときには本研究をどう応用するか。また計算例のように各歯1点の測定点の場合、歯全体のひずみ傾向をとらえて処置することができるか。

〔回答〕 本法の実用性に関しては、未知定数の選定法なども含めて、実験的にこれを確かめなければならないことをお断りしたうえで以下にお答えする。

(1) 本文では明記しなかったが、検査対象になる歯車は製作誤差がないときに所定の歯当たりが得られるような歯車であることを前提としている。したがって、異なる冠歯車で歯切りしたギヤとピニオンでも、製作誤差がないとしたとき、理論上所定の歯当たりが得られるもの⁽¹⁾であればよい。そうでなければ本法を適用しても歯当たりに関する効果はない。

カット径とかセッティングなどに誤差があると考えた場合、それらを未知定数に選び、本法によってそれを推定し、歯切り設計値(理論値)からのずれを見出し、修正歯切りすれば所定の歯当たりが得られると考えている。

(2) 理論的には、適切に選んだ未知定数の変化量として熱処理ひずみが表現できれば、それが直ちに補正セッティング量になっている。個々の歯車間で熱処理ひずみの「ばらつき」が小さければ、この問題は簡単に処理できると考えている。

また、本研究では各歯がすべて同じ形状に歯切りされていると考えているので、各歯につき1点あるいは数点を測定して計算した結果は1枚の歯に関するものと考えてよい。計算では*j*番めの歯の測定結果を1番めの歯の位置に座標変換して処理している。

52巻476号, C編(昭61-4) 正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
藤田勝久ほか	1134		下1	$r\dot{X}(t)\cosh$	$r\dot{X}(t)\cos\theta$
竹田 仁	1172	右	下6	1dの稼動時間	1日の稼動時間
	1174	左	下9	1dの稼動時間	1日の稼動時間
浅見敏彦ほか	1177	英文概要	2	freedom	freedom
	〃	〃	8	Newton-Laphson	Newton-Raphson
	〃	〃	9	makes is clear	makes it clear
	〃	右	8	その中から,	その中で,
	1178	左	4	加振台上	防振台上
	〃	図3	図説	共振応答倍率	振幅応答倍率
	1180	右	8	ニュートン・ラフソン法	ニュートン・ラフソン法
太田 博ほか	1273	式(5)		8行×7列を囲む破線	8行×8列を囲む破線
村田 昌弥	1352	左	下7	フリップブロック	フリップフロップ

製材用丸のこぎりの振動ならびに危険速度*

長 南 征 二**, 三 上 哲 史***, 石 川 浩****

The Vibrations and Critical Speeds of Rotating Sawblades

by Seiji CHONAN, Tetsufumi MIKAMI, and Hiroshi ISHIKAWA

This paper presents analytical and experimental studies of rotating circular sawblades. Theoretical solutions are obtained under the assumption that the blade is free at the periphery $r=a$ both in the in-plane and the lateral directions, while it is free along the inside hole $r=b'$ in the in-plane direction and clamped laterally along the edge of the hub $r=b(>b')$. Natural frequencies of the blade are determined analytically as functions of the rotation speed of the blade, and the critical speeds for which a resonance effect occurs in the working sawblade are obtained from the frequency-rotation speed diagrams. Experiments were carried out for an aluminum circular plate, a SKS 5 circular plate and an actual, heat-treated SKS 5 sawblade. It is shown that the theoretical results, particularly the critical speeds, are in good agreement with the experimental results. Further, a simple arithmetic equation for evaluating the lowest critical speed of blade is presented.

Key Words: Machine Element, Sawblade, Vibration, Critical Speed, Theory, Experiment

1. 緒 言

丸のこぎりは、原木を板材に成形加工する際に使用される最も重要な工具のひとつである。近年の加工費の高騰、さらには木材資源の枯渇を考えると、原木体積に対する成形品体積の割合、すなわち歩どまりを高めることが製材工業界に課せられた重要な課題であると考えられる。このために考えられる根本問題のひとつに、のこぎりの振動を防止しのかくずを減少させることがあげられる。木材加工中、のこぎりの回転数がある値に達するとのかくずに共振が生じ、横変位が極めて大きくなることはすでに知られている⁽¹⁾⁽⁸⁾。このように系に共振をもたらすのかくずの回転速度を危険速度と呼ぶ。のかくずに横振動が生ずると加工中の木材の寸法精度が低下し、表面状態が悪化し、さらにのかくず発生が助長される。したがってのかくずの運転に際しては板に共振をもたらす危険速度は避けなければならない。

回転中ののかくずの振動に関連した研究は現在まで

いくつかなされている。Tobias-Arnold⁽¹⁾はこの種の問題のひとつとして中央を点固定された非均質回転円板の自由・定常強制振動を実験的に調べ、固有振動数や強制変位振幅等について種々の実験データを得た。さらに単一モードの応答を仮定して理論解析を行い、実験結果の定性的な説明を試みた。

Nowinski⁽²⁾は中実回転円板の大たわみ自由振動を解析し、板の変位振幅と自由振動数の関係を調べている。また Mote⁽³⁾は中央部をフランジで固定され熱応力を付加された中実回転円板の固有振動数を、Barasch-Chen⁽⁴⁾は剛体ハブに固着した内周を有する回転円板の固有振動数を求めた。さらに Iwan-Moeller⁽⁵⁾はばね・質量・ダッシュポットよりなる付加質量系と中央を点固定された回転円板の連成振動を解析し、ある回転数をこえると系の応答が不安定になることを示した。また Benson-Bogy⁽⁶⁾はハブに固着した円周を有する回転円板の、静止横荷重に対する応答式を導き 2~3 の回転数に対して円板の変位応答を求めている。松久と佐藤⁽⁷⁾は石材切断用丸のこぎりの振動を解析した。解析では板を、外周の一部を弾性支持された円板でモデル化し、その固有振動数を求めている。また回転により生ずる遠心力の影響は実験で検討している。Hutton, Chonan および Lehmann⁽⁸⁾は静的

* 昭和61年4月3日 第63期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和60年5月17日。

** 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市荒巻字青葉)。

*** 准員、運輸省地域交通局 (〒100 東京都千代田区霞が関2-1-3)。

**** 富士重工業(株) (〒160 東京都新宿区西新宿1-7-2)。