電車用平行カルダン式駆動装置の空転時自励振動*

弘津哲二**, 河西省司**, 高井英夫***

Self-Excited Vibration During Slippage of Parallel Cardan Drives for Electric Rail Vehicles

Tetsuji HIROTSU, Shooji KASAI, and Hideo TAKAI

Detailed theoretical calculations and eigenvalue analyses of self-excited vibration during slippage of parallel cardan drives were made. The influences of the stiffness and damping of flexible couplings and gearbox suspension rubbers were studied, and the measures to suppress the self-excited vibration were clarified. Experiments on two cases with a leaf spring coupling were made by varying the stiffness and damping of the coupling and the gearbox suspension rubber. The experimental results were confirmed to agree well with theoretical results. Experiments on another case with a gear coupling were also made, and it was clarified that this case generates less vibration. Furthermore, available adhesion coefficients μ_a were measured for both cases with self-excited vibration and with no self-excited vibration, and it was shown that the latter case can attain larger μ_a .

Key Words: Rail Vehicles, Parallel Cardan Drives, Self-Excited Vibration During Slippage, Wheel-Rail Adhesion, Leaf Spring Couplings, Gear Couplings

1. 緒 言

近年、誘導電動機を動輪駆動用主電動機として使用した電車の開発がさかに行われている。誘導電動機式電車は、誘導電動機固有の定速特性を利用することにより、粘着性能の向上が期待できることが特長のひとつとされている。すなわち、誘導電動機固有の定速特性を利用することにより、空転が発生しても主電動機トルクが急速に減少して空転速度を微小値に抑制することができる。したがって、微小空転速度を継続しながら運転されることが多くなる。そのような場合、車輪・レール間のすべり摩擦力による負性抵抗に起因した駆動軸系の自励振動が発生しやすい。この自励振動が発生すると、駆動軸系に過大な応力が発生し、上記の良好な粘着特性を有効に利用できなくなるので、この自励振動を抑制することが望ましいと考えられる。

著者の一人らは、さきに機関車用台車の空転時自励振動について研究したことを報告した⁽¹⁾。この研究で

は、駆動装置に挿入されている緩衝ばねのばね作用による比較的低い振動数の成分に着目して検討した。また、車軸のねじり剛性も考慮してデジタル計算機によりシミュレーション計算を行った研究も発表されている⁽²⁾。

本論文では、電車用台車に最も多く使用されている平行カルダン式駆動装置の空転時自励振動について、車軸、歯車等の剛性を考慮した詳細な理論的検討を行い、自励振動を抑制する方法を見出し、かつ実験により確認した。また、自励振動が発生する場合と、発生しない場合の利用粘着係数の比較測定等を行った。

2. 理論的検討

2.1 シミュレーション計算 図1に電車用平行カルダン式駆動装置の力学的モデルを示す。主電動機が発生する駆動トルクは、たわみ軸継手を介して小歯車に伝達され、小歯車から大歯車に伝達され、大歯車から車軸を介して左右の車輪に伝達される。主電動機は台車枠に固定されており、主電動機と車軸に固定された大歯車の間の上下方向相対変位は、歯車箱吊りゴムおよびたわみ軸継手により吸収される。

たわみ軸継手としては、たわみ板軸継手と歯車形軸継手が最も多く用いられている。たわみ板軸継手を用

* 昭和61年8月21日 第938回講演会において講演、原稿受付 昭和61年2月19日。

** 正員、日立製作所(株)日立研究所 (〒319-12 日上市久慈町4026番地)。

*** 正員、日立製作所(株)笠戸工場 (〒744 下松市東豊井794番地)。

であり、粘着係数を μ_0 とし、主電動機トルク τ_m が、粘着限界の値 $\tau_{m0}(=2\mu_0 W r_w r_p / r_g)$ の値で、釣合状態にあるとき、粘着係数が $\Delta\mu_i$ だけ階段状に減少して空転が生ずると考える。

摩擦係数 μ_{si} は、次式で表される。

$$\mu_{si} = \mu_0 - C_2 - \Delta\mu_i + \frac{C_2}{1 + C_1 r_w |\dot{\theta}_{wi}|} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 C_1, C_2 は、図3の特性を近似するための定数である。

A_i, B_i は、摩擦係数 μ_{si} が図3のように $\dot{\theta}_{wi}=0$ において不連続になることを考慮して設けたもので、次のように定める。

$$\dot{\theta}_{wi} > 0 \text{ のとき } A_i = 1, B_i = 1$$

$$\dot{\theta}_{wi} < 0 \text{ のとき } A_i = 1, B_i = -1$$

$$\dot{\theta}_{wi} = 0 \text{ のとき } A_i = 0$$

また、 $\dot{\theta}_{wi}=0$ のとき、 $|k_{wi}(\theta_g - \theta_{wi})| < \mu_0 W r_w$ のときは $\dot{\theta}_{wi}=0$ を継続するので $A_i=0$ とおくが、 $k_{wi}(\theta_g - \theta_{wi}) \geq \mu_0 W r_w$ となると、正方向に再空転するので $A_i=1, B_i=1$ とおき、 $k_{wi}(\theta_g - \theta_{wi}) \leq -\mu_0 W r_w$ となると、負方向に再空転するので $A_i=1, B_i=-1$ とおく。実際の数値計算では、 $\dot{\theta}_{wi}=0$ を完全に満足することはないので、 $B_i \cdot \dot{\theta}_{wi} \leq 0$ となったときに $\dot{\theta}_{wi}=0$ とみなす。

初期条件は、時間 $t=0$ で主電動機が粘着限界相当のトルク τ_{m0} を発生し、釣合っている状態とし、

$$\theta_s = \frac{l_1 \tau_{m0}}{r_p l_2^2 k_s} = \theta_{s0}, \theta_g = \frac{\tau_{m0} r_g}{2 r_p k_{w1}} = \theta_{g0}$$

$$\theta_{w2} = \theta_{g0} - \frac{\tau_{m0} r_g}{2 r_p k_{w2}}$$

$$\theta_p = \frac{1}{r_p} \left(r_g \theta_{g0} + l_1 \theta_{s0} + \frac{\tau_{m0}}{r_p k_t} \right) = \theta_{p0}$$

$$\theta_c = \frac{\tau_{m0}}{k_p} + \theta_{p0} = \theta_{c0}, \theta_m = \frac{\tau_{m0}}{k_m} + \theta_{c0}$$

$$\dot{\theta}_m = \dot{\theta}_c = \dot{\theta}_p = \dot{\theta}_g = \dot{\theta}_{w1} = \dot{\theta}_{w2} = \dot{\theta}_s = 0$$

とおく、この初期条件のもとに、Runge-Kutta-Gill法により、基礎方程式を数値積分することにより、各

変数の時刻歴を求めることができる。

例として表1の数値例を取りあげ、上述の基礎方程式によりシミュレーション計算を行ってみる。この数値例は130 kWの中空軸主電動機とたわみ板軸継手を用いた電車用平行カルダン式駆動装置である。表1の k_m はねじり軸直径が46 mmの場合であり、 k_s, C_s は、歯車箱吊りゴムが天然ゴムの場合に相当し、いずれも従来多く用いられているものに相当する。なお、 C_s は、防振ゴムの損失係数を ε 、対象とする振動の角振動数を ω とすると

$$C_s = \varepsilon \cdot k_s / \omega \dots\dots\dots (10)$$

により求められる。問題の振動数は後述のように約100 Hzであるから $\omega = 2\pi \times 100 \text{ rad/s}$ とし、 ε は天然ゴムの平均的数値の0.1として式(10)より C_s を算出した。

空転速度と摩擦係数の関係は、図3のような実測の平均的特性とし、次の数値を使用する。

$$\mu_0 = 0.23, \Delta\mu_1 = 0.03, \Delta\mu_2 = 0.015$$

$$C_1 = 1.05 \text{ s/m}, C_2 = 0.148$$

図4(i)に、シミュレーション計算結果を示す。この計算におけるRunge-Kutta-Gill法による数値積分の時間刻みは0.05 msと十分小さい値に選定している。また、車軸トルク T_{wi} および主電動機回転子軸トルク T_m は、次式により求めている。

$$\left. \begin{aligned} T_{wi} &= k_{wi}(\theta_g - \theta_{wi}) \\ T_m &= C_m(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_c) + k_m(\theta_m - \theta_c) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

計算結果の主な振動数としては、約97 Hzと約20 Hzがあり、後述の固有値解析からも明らかのように、約97 Hzの成分は、左右の車輪が逆位相で振動する車軸ねじり振動であり、約20 Hzの成分は、歯車箱の車軸まわりの回転振動である。特に、車軸ねじり振動が

表1 検討した駆動装置の諸数値

Item	Unit	Value	Item	Unit	Value
l_m	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	3.5	k_s	N/m	7.8×10^6
l_c	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.16	C_m	N · m · s	0.0
l_p	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.01	C_s	N · s/m	1.3×10^{-3}
l_g	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	6.0	r_p	m	0.052
l_w	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	38	r_g	m	0.329
l_s	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	16	r_w	m	0.430
k_{w1}	N · m	8.3×10^6	ℓ_1	m	0.381
k_{w2}	N · m	6.8×10^7	ℓ_2	m	0.500
k_m	N · m	5.4×10^4	W	N	3.9×10^4
k_p	N · m	2.3×10^6	T	s	0.02
k_t	N/m	1.4×10^9	ρ	N · m · s	56

図3 空転速度と摩擦係数の関係

不安定な発散振動となっており、空転速度が零の点で摩擦係数が不連続になっていることにより、リミットサイクルに入り、ほぼ一定振幅に収束している。

この車軸ねじり自励振動を抑制するため、歯車箱吊りゴムの減衰係数 C_s を大きくしてみたが、それだけでは効果がないことがわかった。この原因は、主電動機回転子軸ねじりばね定数 k_m が小さいため、軸のねじり振動が主体となり、歯車箱の回転変位が小さく、 C_s が軸のねじり振動の抑制に寄与していないためと考えられた。そこで、中空軸主電動機の中空部分に挿入されるねじり軸の直径を 52 mm に増やした場合を想定し、 $k_m=88 \text{ kN}\cdot\text{m}$ とし、歯車箱吊りゴムはばね定数および損失係数の大きい合成ゴムを使用することを想定して $k_s=1.8 \times 10^4 \text{ kN/m}$ 、 $C_s=8.5 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ としてみることにした。図 4 (ii) に、この場合のシミュレーション計算結果を示す。自励振動が抑制されることがわかる。

2.2 固有値解析 空転速度と車輪・レール間の摩擦係数の関係を、図 3 の破線のように直線で近似すると、空転現象の基礎方程式は、次のような線形方程

式となる。ここに、 M, C, K は、質量、減衰、剛性マトリックスであり、 y, F は変位、外力ベクトルである。

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F \quad \dots\dots\dots (12)$$

式 (12) について固有値解析を行った。

問題の車軸ねじり振動について、主電動機回転子軸のねじりばね定数 k_m をパラメータとして、歯車箱吊りゴムの特性 (k_s, C_s) と固有値の実数部の関係を求めた結果を図 5 に示す。この解析においては、歯車箱吊りゴムのばね定数 k_s を一定にして減衰係数 C_s のみ大きく変化させることは実際的ではないので、後述の実験結果との対比のことも考慮して、ばね定数 k_s も図 5 に示したように、 C_s に対して直線的に変化させた。また、空転速度と摩擦係数の関係は、図 3 の破線のような直線で近似し、減少こう配 $\tan \theta$ として 0.052 s/m の値を使用した。

図 5 には、主電動機回転子軸減衰係数 C_m が零の場合 (実線)、および C_m が $15 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$ の場合 (破線) を示している。 $k_m=54 \text{ kN}\cdot\text{m}$ の場合は、前述のように、中空軸主電動機を用いたたわみ板軸継手方式のねじり軸直径が 46 mm の場合に相当し、 $k_m=88 \text{ kN}\cdot\text{m}$ の場合は、同様の方式でねじり軸直径が 52 mm の場合に相当し、 $k_m=880 \text{ kN}\cdot\text{m}$ の場合は、実軸主電動機を用いたたわみ板軸継手方式の場合に相当している。

図 5 のように、 $k_m=54 \text{ kN}\cdot\text{m}$ の場合には、 k_s および C_s を増加しても固有値の実数部 α はほとんど変化せず正の値であるから、不安定な発散振動となることがわかる。しかし、 k_m を 63 % 増した $k_m=88 \text{ kN}\cdot\text{m}$ の

(i) $k_m=54 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $k_s=7.8 \times 10^3 \text{ kN/m}$, $C_s=1.3 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$

(ii) $k_m=88 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $k_s=1.8 \times 10^4 \text{ kN/m}$, $C_s=8.5 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$

図 4 シミュレーション計算結果

図 5 k_s, C_s と固有値の実数部の関係

場合には、 k_s および C_s を増加させると α が大きく変化し、ある範囲の値のとき α が負となり安定な減衰振動となる。この場合には、 k_s および C_s に α を最小にする最適値が存在することがわかる。 k_m を上記の場合の10倍の $k_m = 880 \text{ kN} \cdot \text{m}$ とすると、 k_s および C_s の増加に対してほぼ直線的に α が減少し、ある値以上の k_s , C_s において α が負となる。 C_m の影響は、 k_m が小さい場合、特に $k_m = 88 \text{ kN} \cdot \text{m}$ の場合に大きい。が、 $k_m = 880 \text{ kN} \cdot \text{m}$ の場合は僅少である。

図4(i)の場合が図5の①に対応し、図4(ii)の場合が図5の②に対応している。車軸ねじり振動の安定性について、シミュレーション計算結果と固有値解析結果が傾向的に一致している。固有値の虚数部である振動数は、①の場合が 97.4 Hz 、②の場合が 99.1 Hz であり、シミュレーション計算結果とほぼ一致している。

次に、①と②の場合について、車軸ねじり振動の固有ベクトルを表2に示す。表2より、不安定な①の場合には、歯車箱の回転振動成分 $l_2\theta_s$ が相対的に微小値であり、歯車箱は振動の節になっているとみなしうるのに対し、安定な②の場合には、歯車箱の回転振動成分 $l_2\theta_s$ が相対的にかなり大きい振動モードであることがわかる。したがって、①の場合は歯車箱吊りゴムが、ねじり振動抑制の作用をほとんどしないのに対し、②の場合は歯車箱吊りゴムがねじり振動抑制の作用をするものと考えられる。

3. 実験的検討

3.1 空転時自励振動の実験 実験用の電車を用いて、日立製作所(株)水戸工場の構内試験線上で力行加速時の空転の実験を行った。実験に用いた台車は、130 kW 誘導電動機と平行カルダン式駆動装置よりなる電車用台車であり、駆動装置の諸元は表1のごとくである(表1と異なる場合は、そのつど説明する)。こ

表2 固有ベクトル

Variable	Case (1)		Case (2)	
	Value	Phase	Value	Phase
$\Gamma_p \theta_m$	0.0027	1.37 deg	0.0068	180 deg
$\Gamma_p \theta_c$	0.632	-180	0.986	0.001
$\Gamma_p \theta_p$	0.631	-180	1.00	0.0
$\Gamma_g \theta_g$	0.695	-180	0.572	-35.5
$\Gamma_g \theta_{w1}$	1.00	0.0	0.755	142
$\Gamma_g \theta_{w2}$	0.875	-180	0.727	-35.1
$l_2 \theta_s$	0.0086	-2.79	0.835	31.5

の駆動装置のたわみ軸継手を、たわみ板軸継手〔図2(i), (ii)の2方式〕および歯車形軸継手の3種類に変化させ、それぞれの場合について実験した。たわみ板軸継手の場合は、ねじり軸直径および歯車箱吊りゴムを変化させて実験した。

図6に、中空軸主電動機を用いたたわみ板軸継手方式〔図2(i)〕の場合の実験結果を示す。図6(i)は、第1軸がねじり軸直径が46 mm、歯車箱吊りゴムが天然ゴム(図5の①に対応する)であり、第2軸がねじり軸直径が52 mm、歯車箱吊りゴムが天然ゴム(図5の③に対応する)の場合の実験結果であり、固有値解析結果と同様に①、③のいずれの場合も車軸ねじり自励振動が発生している。なお、振動数は、固有値解析結果が、①が 97.4 Hz 、③が 99.2 Hz であり、実験結果は、①が 92 Hz 、③が 94 Hz である。

図6(ii)は、第1軸がねじり軸直径が46 mm、歯車箱吊りゴムがSBR(スチレンブタジエンゴム)であり(図5の④に対応する)、第2軸がねじり軸直径が52 mm、歯車箱吊りゴムがSBR(図5の②に対応する)の場合の実験結果であり、固有値解析結果と同様に、④の場合は車軸ねじり自励振動が発生するが、②の場合は車軸ねじり自励振動が抑制されている。振動数は、固有値解析結果が、④が 97.4 Hz 、②が 99.1 Hz であり、実験結果は、④が 93 Hz 、②が 95 Hz である。

図6 たわみ板軸継手〔図2(i)〕の場合の実験結果

図7は、実軸主電動機を用いたたわみ板軸継手方式〔図2(ii)〕の場合の実験結果であり、図7(i)は歯車箱吊りゴムを天然ゴムとした場合(図5の⑤に対応する)、図7(ii)は歯車箱吊りゴムをSBRとした場合(図5の⑥に対応する)である。この実験は、表1とほぼ同じ諸元の別の台車を用い、起動時の空転の実験を行ったもので、駆動電源も異なるため、他の実験に比べ空転速度が大きくなっている。この実験については、実験結果とシミュレーション計算結果の対比をさきに報告しており⁽⁴⁾、安定性、振動数とも両者がほぼ一致している。

図8は、歯車形軸継手を用いた場合の実験結果であり、第3軸、第4軸とも歯車箱吊りゴムを天然ゴムとした場合(後述のように、図5の⑦に相当すると推定される)の実験結果である。この場合には、歯車箱吊りゴムが天然ゴム(k_s , C_s は表1のとおり)でも車軸ねじり自励振動が発生しない。固有値解析によると、歯車箱吊りゴムが天然ゴムの場合には、回転子軸減衰係数 C_m を零とすると、回転子軸ねじりばね定数 k_m のいかんにかかわらず車軸ねじり自励振動を抑制できない。図8の実験結果を説明するには、回転子軸減衰係数 C_m の存在と、回転子軸ねじりばね定数 k_m が等価的に比較的小さい値になることを仮定する必要がある。このことは、歯車形継手内部の遊間および減衰を考えれば納得できる。

なお、前述のたわみ板軸継手の場合には、歯車形軸継手のような遊間はなく、減衰も微小値と考えられる。

3.2 利用粘着係数に及ぼす自励振動の影響 車軸ねじり自励振動が発生する場合、および車軸ねじり

図7 たわみ板軸継手〔図2(ii)〕の場合の実験結果

自励振動が発生しない場合について、利用粘着係数の比較測定を行った。

利用粘着係数 μ_a は、粘着性能の評価値の一つであり、車両が発生する平均けん引力と全動輪軸軸重の比により定義される。この実験では、トルク指令値を一定にして速度5 km/h から25 km/h まで加速させたときの平均加速度を測定し、次式により求めた。

$$\mu_a = \frac{(\alpha_m + \beta_0) W_t}{W_a} \times 100 \quad (\%)$$

ここに、 α_m は平均加速度(m/s^2)、 β_0 は駆動装置の機械的損失による自然減速度(実測値 0.033 m/s^2)、 W_a は全動輪軸軸重(N)、 W_t は回転部分の等価質量を考慮した全電車質量(kg)である。

この実験では、1両の実験用電車の片方の台車(第1台車)は、中空軸主電動機を用いたたわみ板軸継手方式とし、かつ車軸ねじり自励振動が発生する状態とし、他方の台車(第2台車)は、歯車形軸継手を用いて車軸ねじり自励振動が生じない状態とし、それぞれの台車を単独に駆動して μ_a を測定した。つまり、まず第1台車のみ駆動して第1台車の μ_a を求め、次に第2台車のみ駆動して第2台車の μ_a を求めるものである。両台車について、レール面の状態が同一になるように、散水装置を設けた同一の線路上を往復させて実験した。

図9に実験結果をとりまとめて示す。図のように、自励振動が発生しない第2台車での利用粘着係数は、散水状態で約20%の値が得られたが、自励振動が発生する第1台車での利用粘着係数は、同一条件で約17%となった。なお、この実験結果は数10回の実験の結果であり、粘着係数の変動を考えるとさらに多くのデータが必要と思われるが、粘着性能の向上の面からも自励振動は抑制することが望ましいと考えられる。

3.3 レール継目通過時の動荷重 空転時の自励振動を抑制するため、前述のようにたわみ板軸継手のねじり軸直径を大きくしたり、歯車箱吊りゴムの剛性

図8 歯車形軸継手の場合の実験結果

図 9 利用粘着係数の実測結果

や損失係数を大きくした場合に、特定のレール継目を通過するときの歯車箱吊り棒（吊りゴムに直結された棒）の動荷重を実測した。実測結果の詳細は省略するが、歯車箱吊りゴムを前記のような天然ゴムから、前記のような SBR に変更しても、その影響は認められなかった。しかし、ねじり軸の直径を大きくすることの影響は明らかに認められ、直径を大きくすると動荷重が大きくなるが、直径 52 mm の場合の動荷重は、歯車軸継手の場合の約 70 % 以下におさまることがわかった。

4. 結 言

代表的な電車用平行カルダン式駆動装置の空転時自励振動について、理論的、実験的に検討した。また、自励振動が利用粘着係数に及ぼす影響、およびレール継

目通過時の動荷重についても実験した。主な結果は次のとおりである。

(1) 中空軸主電動機を用いたたわみ板軸継手方式の場合には、ねじり軸直径が小さい場合に車軸ねじり自励振動が発生しやすい。この自励振動を抑制するには、ねじり軸直径を大きくし、かつ歯車箱吊りゴムの剛性および損失係数を適値に選定することが有効である。

(2) 実軸主電動機を用いたたわみ板軸継手方式の場合には、歯車箱吊りゴムの剛性および損失係数を大きくすることにより、車軸ねじり自励振動を抑制できる。

(3) 歯車形軸継手を用いた場合には、車軸ねじり自励振動は発生しにくい。これは、主電動機回転子軸ねじりばね定数が等価的に小さく、かつ減衰が存在するためと考えられる。

(4) 車軸ねじり自励振動が発生しない場合の利用粘着係数は、自励振動が発生する場合より絶対値で約 3 % 大きいという実測結果が得られた。これより、粘着性能の面からも自励振動を抑制することが望ましいと考えられる。

また、中空軸主電動機を用いたたわみ板軸継手方式の場合に、自励振動対策を施した場合のレール継目通過時の動荷重を測定したところ、歯車形軸継手の場合の約 70 % 以下におさまることが確認された。

終わりに、本研究にご援助、ご協力いただいた日立製作所日立研究所(株)、同水戸工場、同笠戸工場、同日立工場の関係各位に厚くお礼申しあげる。

文 献

- (1) 弘津・石田, 機論, 41-343 (昭50), 784.
- (2) Ernst Körner, ZEV-Glas. Ann., 101 (1977), Nr. 8/9, 348.
- (3) 例えば, 丸山・景山, 鉄道工学, (昭56), 81, 丸善.
- (4) 弘津・ほか3名, 日立地方講義, (昭55-10), 28.