物理座標に再変換するモード合成法*

(第2報, 不拘束モード法において物理座標の一部に有意性がない場合の解法)

浜崎 義弘**, 頭井 洋**
今西 悦二郎**, 藤川 猛**A Component Mode Synthesis Method Using Retrtransformed
Physical Coordinates(2nd Report, A Method in the Case Where Some of the Physical Coordinates
Become Insignificant in the Unconstrained Mode Method)Yoshihiro HAMAZAKI, Hiroshi ZUI,
Etsujiro IMANISHI, and Takeshi FUJIKAWA

An improved substructure synthesis method is proposed for analysing complex mechanical structures. In this method, since each component can be treated as one of the finite elements in FEM analysis, it is easy for them to connect with each other or with nonlinear elements obtained by FEM. In the first report, theoretical analysis and error estimation of the dummy mass technique in the unconstrained mode method were described. The proposed method in the first report, in which lower modal coordinates are retransformed to the physical coordinates, showed that numerical problems are often caused in the cases where the subordinate relation exists between the physical coordinates and that the lower modes of employed modal coordinates are not valid for representing the physical coordinates. In this paper, a new technique is proposed for solving these problems by eliminating the subordinate and insignificant degrees of freedom from the employed physical coordinates and by making optimum employed modes to correspond with the physical coordinates using pivot selection in Gaussian forward elimination. The usefulness of this method is made clear by numerical examples.

Key Words: Vibration, Numerical Analysis, Component Mode Synthesis Method, Modal Analysis, Modal Coordinate, Retrtransformed Physical Coordinate, Subordinate Relation, Finite Element Method, Dummy Mass

1. ま え が き

複雑な機械構造物の動解析を効率よく行う手法として種々の部分構造合成法が提案されており⁽¹⁾, 線形構造については多くの応用ソフトウェアが開発され, 実務に利用されるようになってきている。また最近では非線形な部分を含む系にも部分構造合成法を適用しようとする努力も行われている。著者らも, 各分系の結合が容易に行え, また有限要素法などで作成された非線形な分系との結合も可能にする部分構造合成法として, 第1報⁽²⁾では, モード座標で表された分系を結合部の物理座標を含んだ座標系に再変換するモード合成法の解析理論と, ダミーマス法⁽³⁾による精度向上法について報告した。この方法は, 大熊, 長松により提案されたモード特性から特性行列を同定する部分構造合成法⁽⁴⁾と同種の方法であるが, 大熊らの方法ではモード座標のすべてを物理座標に変換しているのに対し, 第1報では採用したモード座標のうち, 必要な個数のみを物理座標に変換するものであって, 物理座標の選定が容易であるところに特徴がある。さらに, 後述す

るように物理座標に最も相関性の強いモード座標を選択して物理座標に変換することが可能であり, より精度の高い解析が期待できる。この方法を用いればモード座標で表されていた分系が, 結合領域の物理座標を有するようになるため, 各分系を有限要素法における一つの要素として扱うことができ, 従来の汎用プログラムへの組み込みが容易に行え, 非線形な系の解析にも幅広く活用できる。

ところが, 第1報の方法では採用モード座標のうち低次のモード座標を物理座標に変換しているため, 物理座標間に従属関係が生じたり, 採用モードの中に有意な値を持たない自由度を物理座標に指定する可能性があり, 数値計算上の不都合を生じることがある。

そこで, 本報ではこのような問題点を改善する方法を提示する。また改善効果を見るために線形の系からなるいくつかのモデルに適用して, 精度の検討を行う。

2. 不拘束モード法における解法

2.1 第1報における方法 まず, 構造物全体系をいくつかの分系に分割する。図1では全体系を二つの分系 a, b に分割した例を示している。このとき各分系において n 自由度系に離散化した運動方程式はマ

* 昭和61年8月22日 第938回講演会において講演, 原稿受付 昭和61年3月6日。

** 正員, (株)神戸製鋼所要素技術センター (〒651 神戸市中央区脇浜町1-3-18)。

トリックスを用いて次式のように表される.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad \cdots \cdots (1)$$

ここで, $[M]$, $[C]$, $[K]$ はそれぞれ質量, 減衰, 剛性マトリックス, $\{x\}$, $\{f\}$ は変位および外力ベクトルである. まず, 式(1)において減衰項を無視した固有方程式

$$([K] - \omega^2[M])\{\phi\} = \{0\} \quad \cdots \cdots (2)$$

を解いて固有振動数 ω と固有モード $\{\phi\}$ を求める. そして物理座標 $\{x\}$ を次式によってモード座標 $\{\xi\}$ に変換する. ただし $[\phi]$ はモーダルマトリックスである.

$$\{x\} = [\phi]\{\xi\} \quad \cdots \cdots (3)$$

式(3)を式(1)に代入し, 左から $[\phi]^T$ を乗じると, 次式のように各モードごとに独立した方程式を得る.

$$[\bar{m}]\{\ddot{\xi}\} + [\bar{c}]\{\dot{\xi}\} + [\bar{k}]\{\xi\} = [\phi]^T\{f\} \quad \cdots \cdots (4)$$

採用モード数を p とすると, 式(4)は p 個の方程式となり, また $[\bar{m}]$, $[\bar{c}]$, $[\bar{k}]$ はそれぞれ対角化されたものとなっている. 次に残しておきたい r 個 ($r < p$) の物理座標を $\{y\}$ とし, $(r+1)$ 次から p 次までのモード座標を $\{\xi_r\}$ とすると次式が成り立つ.

$$\begin{Bmatrix} y \\ \xi_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_r \\ 0 & I \end{bmatrix} \{\xi\} \quad \cdots \cdots (5)$$

式(5)で, I は単位マトリックス, $[\phi_r]$ はモーダルマトリックス $[\phi]$ より物理座標に対応する要素を取り出したものである. 右辺のマトリックスが正則であれば式(5)より, 次式が求まる.

$$\{\xi\} = [R] \begin{Bmatrix} y \\ \xi_r \end{Bmatrix}, \quad \text{ただし } [R]^{-1} = \begin{bmatrix} \phi_r \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (6)$$

式(6)を式(4)に代入し, 左から $[R]^T$ を乗じることにより物理座標に再変換された次の方程式を得ることができる.

$$\begin{aligned} & [\bar{M}] \begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\xi}_r \end{Bmatrix} + [\bar{C}] \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\xi}_r \end{Bmatrix} + [\bar{K}] \begin{Bmatrix} y \\ \xi_r \end{Bmatrix} \\ & = [R]^T [\phi]^T \{f\} \quad \cdots \cdots (7) \end{aligned}$$

ここで

$$[\bar{M}] = [R]^T [\bar{m}] [R]$$

$$[\bar{C}] = [R]^T [\bar{c}] [R]$$

$$[\bar{K}] = [R]^T [\bar{k}] [R]$$

式(7)は物理座標が陽に現れた方程式となっているため, この方程式を用いて他の分系との結合や非線形要素との結合を有限要素法的に行うことができる.

2.2 第1報の方法における問題点

前節に示した方法においては, 次のような場合に物理座標に有意性がなくなり, 再変換が難しくなる.

① 物理座標と低次モードとの相関が弱い場合

式(5)からわかるように第1報では採用したモードのうち1次から r 次までの低次モードを物理座標に変換している. しかし, 残しておく物理座標に対して変換するモード座標は常に低次のものが最適であるとは限らず, 物理座標と最も相関性の強いモード座標を選択して変換するのが数値計算上好ましい. 例えば図2に示す骨組モデルAについて全体系を分系a, bに分割し, 各分系についてモーダルパラメータを求め, 最後に両分系を結合させる場合を考えてみる. 三次元問題では, 結合点において6方向の物理座標を用いる必要があるが, 分系aにおいて結合点のねじり角成分 (y 軸まわりの回転角 θ_y) を持つモードが r 次以下の低次のモードに現れない場合, これらのモードを組合せても物理座標 θ_y を再現することはできない. このように物理座標と採用モード間に相関がない場合には式(5)のマトリックス $[\phi_r]$ において θ_y に対応する行成分がすべて零となり式(6)の $[R]^{-1}$ が正則でなくなって逆行列が求められなくなる. r 次以下のモードにねじり成分が少し含まれる場合においても物理座標との相関が弱い場合には $[R]^{-1}$ は特異に近くなり計算精度が落ちる恐れがある. したがって物理座標と相関のあるモードを確保するとともに, 最も相関の強いモードを物理座標に変換するのが望ましい.

② 物理座標間に従属性が生じる場合

結合領域の自由度数が多い場合などには結合部の物理座標間に1次従属関係が生じる場合がある. この場合, 結合部の物理座標をすべて残そうとすると長方形

図1 2分系a, bからなる全体系

図2 骨組モデルA

マトリックス $[\phi_r]$ のランクが物理座標系の数 r よりも小さくなり、式(6)の係数マトリックス $[R]^{-1}$ が正則でなくなって逆行列を求めることができなくなる。例えば、図3に示す平板モデルの三次元振動について全体系を分系 a, b に分割し、各分系についてモードパラメータを求め、最後に両分系を3点で結合させる場合を考える。このとき結合部近傍要素の面内剛性が大きいと、低次モードの重ね合わせで表現した各分系の z 方向変位 w_1, w_2, w_3 はすべて等しくなり、式(5)内の $[\phi_r]$ の w_1, w_2, w_3 に対応する行成分どうしが等しくなって $[\phi_r]$ のランクが低下し $[R]$ が求められなくなる。さらに、結合点1, 3の x 方向変位 u_1, u_3 と結合点2の y 軸まわりの角変位 θ_{2y} が $\theta_{2y} = (u_1 - u_3)/l$ のような従属関係をもたらしことも考えられる。一般に、物理座標間にこのような従属関係が存在する場合には、 $[\phi_r]$ がランク落ちして逆行列が計算できなくなる。

そこで、このような問題点を解消する方法について以下に述べる。

2.3 消去するモード座標の選択 ここでは、前節①で述べた問題点に関し、物理座標と相関のあるモードが分系における採用モード数の中に存在するとし、最も強い相関のあるモードを選択し、物理座標に置換する方法を示す。

まず、分系の固有値解析によって得られた固有ベクトルのモード係数を最大値が1になるよう正規化しておき、式(5)の右辺の係数マトリックスを連立1次方程式のガウスの消去法におけるピボット選択と同じ要領で行と列を並び替える。マトリックス $[\phi_r]$ のランクを r とすると消去するモードを物理座標と最も相関の強いものに置換すれば、式(5)は次式のようになる。

$$\begin{Bmatrix} y' \\ \xi_r' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_r' \\ 0 & I \end{bmatrix} \{\xi'\} \dots\dots\dots (8)$$

図3 平板モデル

式(8)の係数マトリックスは式(5)のマトリックスに比べ、数値計算上性質の良好なものになっている。マトリックス $[\phi_r]$ のランクを r と仮定しているので式(8)の係数マトリックスは正則となり、逆行列を求めることができ、次式が得られる。

$$\{\xi'\} = [R] \begin{Bmatrix} y' \\ \xi_r' \end{Bmatrix} \quad \text{ただし} \quad [R] = \begin{bmatrix} \phi_r' \\ 0 & I \end{bmatrix}^{-1} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、モード座標の並べ替えに伴い、式(4)左辺の各対角項も並べ替えておく。式(9)を式(4)に代入し左から $[R]^T$ を乗じることにより、式(7)と同様な物理座標に再変換した方程式を得ることができる。

なお、採用した p 次以下の分系のモードに物理座標と相関のあるモードが存在しない場合には2.5節に述べるダミーマス法を用いるか、あるいは結合の影響が小さい場合には結合用物理座標から取り除く。

2.4 物理座標間に1次従属関係がある場合の解法

ここでは、2.2節②で述べた物理座標間に従属性がある場合の解決法を示す。物理座標間に従属性がある場合には、はじめに選んだ独立性のある自由度で分系間を結合すれば、残りの従属的な座標は自動的に結合されたことになり、式(5)～(7)の演算では結合自由度から取り除いても結合後の動特性には影響を及ぼさないと考えられる。そこで従属的な座標は物理座標に再変換せず、もとのモード座標のままに残しておく。

今、長方形マトリックス $[\phi_r]$ のランクを l とすると $(r-l)$ 個の物理座標が結合に無意味な物理座標となり、これらの物理座標を除けばよいことになる。この場合も連立1次方程式のガウスの消去法におけるピボット選択の手法を利用できる。すなわち、式(5)を完全ピボット選択し、行と列を入れ替えながら前進消去してゆくと、 $(l+1)$ 行めで絶対値の最大値が設定した丸め誤差 ϵ (倍精度演算で 10^{-10} 程度) 以下となり、それ以上の前進消去ができなくなる。この時点で $(l+1)$ 個めから r 個めの座標を物理座標から取り除く。次に消去される l 個のモード座標の残りの $(p-l)$ 個のモード座標 $\{\xi_i'\}$ と l 個の物理座標 y_i' を新たな一般化座標として式(5)を次式のように書き換える。

$$\begin{Bmatrix} y_i' \\ \xi_i' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_i' \\ 0 & I \end{bmatrix} \{\xi\} \dots\dots\dots (10)$$

式(10)の右辺の係数マトリックスは正則となり、逆行列を求めることができる。したがって前節と同じ手順で変換マトリックス $[R]$ および物理座標に再変換された方程式(7)が得られる。他の分系との結合が容易となるように $[R]$ を求めたあと、 $\{y_i'\}$ を元の順序にな

るように並び替え、これに伴い $[R]$ の列も並び替えておく。なお、2・3 節の終りで述べた物理座標と関連のあるモードが存在しない場合に、この自由度を物理座標から取り除く際にも、以上と同様の方法を適用する。

各分系で単独に従属判定を行うと、同じ物理座標が従属と判定されるとは限らず、結合時に不都合が生じる可能性もあるので、次の操作を行う。

① まず、最初の分系で従属関係にある物理座標 $\{y_d\}$ を入力データで指定した物理座標 $\{y\}$ より除き、残りの独立な物理座標を $\{y_i\}$ とする。 $\{y_i\}$ は前述したように変換マトリックス $[R]$ を求めた後、入力で指定した順序に戻しておく。そして $[R]$ を用いて式(7)の各係数マトリックスを計算する。

② 2 番目以降の分系では、入力で指定した物理座標 $\{y\}$ の中に $\{y_d\}$ を含んでいれば、あらかじめ $\{y_d\}$ を除いておき、その後モード座標の選択および従属関係にある物理座標があるかどうかの判定を行う。 $[R]$ を求めた後、 $\{y_i\}$ を元の順序に戻し、式(7)の係数マトリックスを計算する。

③ 以上の操作をすべての分系について行い、各分系の物理座標 $\{y_i\}$ の自由度番号を参照しながら、式(7)の各係数マトリックスを重ね合せ、さらに必要に応じて非線形要素と結合し、全体系の運動方程式を得る。各分系の結合方法は、第1報で述べた方法と同様にして行う。

④ その後、固有振動解析あるいは応答解析を行う。

2・5 ダミーマスによる補正法 物理座標と関連のあるモードの抽出、および精度改善のために次に述べるダミーマス法を用いるとよい。

ダミーマスを付加する場合は、ダミーマスを $[\Delta M]$ とすると、式(1)の運動方程式は次式ようになる。

$$[M + \Delta M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

式(11)において減衰を無視した固有方程式

$$([K] - \omega^2[M + \Delta M])\{\phi\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

より得られるモーダルパラメータを用いて対角化すると、次式が得られる。

$$[\bar{m}']\{\ddot{\xi}\} + [\bar{c}']\{\dot{\xi}\} + [\bar{k}']\{\xi\} = [\phi]^T\{f\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式(13)におけるモーダルマス m' はダミーマスを含んでいるため、次式による補正を行って系のモード座標における質量マトリックスを求める。

$$[m] = [\bar{m}'] - [\phi]^T[\Delta M][\phi] \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $[R]$ を導くためにモード座標の順序が入れ替

わっているため、式(14)は次式のように表される。

$$[\bar{m}] = [\bar{m}'] - [\bar{\phi}]^T[\Delta M][\bar{\phi}] \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 $[\bar{m}]$ 、 $[\bar{m}']$ 、 $[\bar{\phi}]$ はモード座標を入れ替えた後のマトリックスである。さらに $[\bar{\phi}]$ は

$$[\bar{\phi}] = [\phi][J] \quad \dots\dots\dots (16)$$

とおける。ここで、マトリックス $[J]$ は $p \times p$ の正方マトリックスで、第 i 列が s 番目のみが1で残りは零となるベクトルである。また s は $\{\xi'\}$ の i 番目のモード座標の次数、すなわち $\{\xi'\}$ の s 番目のモード座標であることを意味する。式(16)を式(15)に代入すると

$$[\bar{m}] = [\bar{m}'] - [J]^T[\phi]^T[\Delta M][\phi][J] \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。ダミーマスを付加する場合には、式(7)を求める段階で式(17)の補正を行っておく。

2・6 計算手順と解析プログラム 以上の方法による計算手順を図4に示す。まず、分系のモデル化および固有値解析は NASTRAN⁽⁵⁾などの有限要素法プログラムを用いる。各分系にダミーマスを必要とする場合はこの時点で付加しておく。次に、各分系においてモード選択、従属判定およびダミーマスの補正を行うプログラム COMET (Component Mode Synthesis Method) を作成し、各分系の重ね合せまでを行う。さらに、非線形要素の付加および時刻歴応答解析あるいは周波数応答解析などは SINDYS⁽⁶⁾などの動的解析プログラムを用いる。

3. 解析例

ここでは、簡単な骨組構造および板構造のモデルを

図4 本手法による計算手順

用いて、前章で示した解析法の妥当性、精度を検証する。また実構造物への応用例として、すべり軸受を有する回転機械を取りあげ、回転軸とケーシングを連成させた応答解析を、軸受油膜の弾性係数、減衰係数の回転数依存性を考慮して行った。

本計算においては、各分系のモデル作成および固有値解析は NASTRAN を用いて行う。この結果を COMET を用いて必要な座標を物理座標に再変換し、剛結合部の結合を行った後 SINDYS に引き渡す。さらに追加の要素を必要とする場合は SINDYS において追加要素を付加し、その後固有値解析または応答解析を行う。一方、精度比較のために全体系をいかに解く解析も実施したが、この精解を得る場合にも NASTRAN を用いた。

3・1 骨組モデル 最初に図2に示すようなモデル④を取り上げる。骨組モデル④は二つの分系 a, b から成っており、両分系とも長さ 1600 mm, 直径 50 mm の鋼製片持りである。また、このモデルでは三次元問題を考え結合は剛結合を想定している。まず、分系 a, b について固有値解析を行い、この結果を用いて結合点 (6 自由度ずつ) のみ物理座標に再変換する。次に、両分系において結合点の座標が等しいと考えて両分系を結合する。採用モード数は分系 a, b とも 20 とした。このときの全体系の固有振動数を表1に示

表1 骨組モデル④の固有振動数(Hz)

Order	Precise	Present Method			
		without Dummy Mass		with Dummy Mass	
	Frequency	Frequency	Error %	Frequency	Error %
1	16.47	14.15	14.1	16.52	0.3
2	61.91	61.92	0.0	61.91	0.0
3	64.89	61.97	4.5	64.94	0.1
4	89.68	88.02	1.9	93.60	4.4
5	93.47	95.84	2.5	95.81	2.5
6	200.2	200.3	0.0	200.2	0.0
7	203.7	200.8	1.4	203.8	0.0
8	245.8	245.5	0.1	251.3	2.2
9	251.2	263.8	5.0	263.6	4.9
10	415.6	416.0	0.1	415.7	0.0

表2 骨組モデル⑤の固有振動数(Hz)

Order	Precise	Present Method			
		without Dummy Mass		with Dummy Mass	
	Frequency	Frequency	Error %	Frequency	Error %
1	1.712	1.729	1.0	1.712	0.0
2	5.619	5.823	3.7	5.619	0.0
3	12.36	12.43	0.6	12.36	0.0
4	17.97	18.06	0.5	17.76	1.2
5	19.33	19.49	0.8	19.33	0.0
6	25.54	25.56	0.1	25.54	0.0
7	25.55	27.27	9.0	25.57	0.0
8	28.75	30.21	5.1	28.75	0.0
9	48.37	48.52	0.3	48.37	0.0
10	57.06	58.50	2.5	57.07	0.0

す。精解と比較すると、1次を除いて5%以内の精度で求まっている。1次の精度が悪くなった原因は、全体系の1次モードが両分系のねじりを伴うモードであるのに対し、各分系で採用した20のモードの中にはねじりを主体とするモードが存在しなかったためである。このような場合には、ダミーマスを付加する必要がある。両分系の結合点のねじり方向にダミーマスを付加し、全体系の固有振動数を求めた結果は表1に示すように、すべてのモードに対して5%以内の誤差で精度よく求まっている。

次に、図5に示すようなモデル⑤を考える。骨組モデル⑤も二つの分系から成る鋼製丸棒の骨組構造であり、このモデルでは二次元面内問題を考え、結合は2点の剛結合を想定している。モデル④と同様、分系 a, b の固有値解析結果を用い、結合点 (2点×面内3自由度) をそれぞれ物理座標に再変換する。そして、両分系において結合点の座標がそれぞれ等しいと考えて両分系を結合する。採用モード数は分系 a, b とも 20 とした。このときの全体系の固有振動数を表2に示す。精解と比較すると、各モードとも9%以内の精度で求まっている。またこの場合もダミーマスを付加するとさらに精度が向上する。すなわち、分系 a, b の結合点2点の面内3自由度方向にそれぞれダミーマスを付加し、全体系の固有振動数を求めると表2に示すように、精解と比べてよく一致していることがわかる。

3・2 平板モデル 次に、図3に示したような四角形平板からなるモデルに適用する。このモデルも分系 a, b から成っており、両分系とも 100 mm×60 mm, 厚さ 2 mm の鋼製平板である。また、このモデルでは三次元問題を考え結合は剛結合としている。まず、分系 a, b について固有値解析を行い、図3に示す三つの結合点に対し、両内回転を除く5自由度、計15自由度を物理座標に再変換する。結合点を3点とした理由は、結合領域内にある7点の結合点を物理座標に

図5 骨組モデル⑤

再変換するには各分系の固有モードを35個以上求める必要があることと、低次モードを表現するには3点で十分であることによる。実際、結合点を3点として全体系の固有振動数を求めた結果と結合点を7点として解析した結果は、ほとんど差異がなかった。そこで、結合点を3点とした全体系の固有振動数を表3に示す。精解と比較すると若干誤差の大きい場合が認められる。これは、採用したモードと相関の少ない物理座標が含まれていたためと考えられ、このような場合には、ダミーマスを付加する必要がある。そこで、結合領域中央の結合点2の5自由度にダミーマスを付加し各分系を固有値解析した後、全体系の固有振動数を求めた結果は、表3に示すように各モードとも精解と比較してよい一致を示している。

3.3 回転機械への適用 実機への適用例として、図6に示すような直流モータで駆動される回転機械を取り上げ、回転機械部分に対して回転軸・ケーシング

表3 平板モデルの固有振動数(Hz)

Order	Precise	Present Method			
		without Dummy Mass		with Dummy Mass	
	Frequency	Frequency	Error %	Frequency	Error %
1	270.6	281.6	4.1	275.7	1.9
2	627.5	620.3	1.1	620.1	1.2
3	746.0	750.7	0.6	747.5	0.2
4	1,340.	1,485.	10.8	1,351.	0.8
5	1,467.	1,562.	6.5	1,514.	3.2
6	2,205.	2,240.	1.6	2,236.	1.4
7	2,420.	2,459.	1.6	2,433.	0.5
8	3,194.	3,354.	4.4	3,029.	5.2
9	3,265.	3,527.	11.1	3,261.	0.1
10	3,642.	3,855.	1.3	3,770.	3.5

図6 回転機械モデル〔文献(7)より引用〕

図7 軸受油膜(結合点)詳細〔文献(7)より引用〕

系の連成振動解析を行い、実験結果⁽⁷⁾と比較した、回転軸はすべり軸受で支えられているので、回転軸とケーシングは図7に示すような8個のばねと減衰で結合されているとみなされる。そこで、まず全体系を回転軸部とケーシング部の二つの分系に分け、それぞれ分系a, bとする。分系a, bについて固有値解析を行い、それぞれ10個のモードを採用して軸受部、加振点および応答点を物理座標に再変換する。次に、軸受部を周波数依存性を考慮した油膜弾性係数と減衰係数で結合し、加振点につりあい力を加えたときの周波数応答を求める。図8(a), (b)につりあい応答結果を示す。図8(a)は回転軸中央部、図8(b)はケーシングの代表部(軸受部)の振幅を表す。実験結果と比較すると両者はよく一致している。

4. 結 言

本報では、第1報で提案した不拘束モード法における数値計算上の問題点を挙げ、その改善法について述べた。第1報では、採用モード座標のうち、低次のモード座標を物理座標に変換するため、置換しようとするモード座標と物理座標との相関性が弱い場合や、物

(a) 回転軸部の応答

(b) ケーシング部の応答

図8 回転機械モデルのつりあい応答

理座標間に従属関係が生じる場合がある。このような場合は数値計算上の不都合が生じやすく、物理座標の選択に工夫を要した。そこで、本報では従属関係にある物理座標は残そうとする物理座標より除き、また、ダミーマス法によって物理座標と相関のあるモードを確保するとともに、最も相関の強いモードを採用モードの中から選択する手法を提案し、精度の改善をはかった。この改善により、第1報では適用が難しかった板構造のような結合部の自由度が多い系にも適用が可能になり、比較的精度のよい解が得られるようになった。また、骨組モデル、平板モデルおよび回転機械モデルに対して解析を試みることににより、本手法は数値計算上の問題も少なく、実用的で効率的な方法である

ことが確かめられた。

最後に、回転機械モデルの解析に際し、貴重な資料の提供と有益な意見をいただいた神鋼電機(株)研究部、加藤一路氏ほか関係者に感謝する。

文 献

- (1) 長松, 機習教(第535回), (昭57), 1.
- (2) 今西・ほか3名, 機論, 52-476, C (昭61), 1232.
- (3) Yasuda, C., ほか, Proc. of 2nd IMAC, (1984), 877.
- (4) 大熊・長松, 機論, 51-471, C (昭60), 2959.
- (5) MSC社編, MSC/NASTRAN USER'S MANUAL, (1981).
- (6) 藤川・ほか2名, 神戸製鋼技報, 34-3 (昭59), 109.
- (7) 加藤, 神鋼電機, 29-2 (昭59), 25.

討 論

〔質問〕 関 本 真 也

(株)東芝総合研究所機械研究所)

モード合成法で生ずる問題に明解な指針を与え、実験的にも成果を得られていることに敬意を表す。ただ、物理座標間に従属性がある場合の処理について以下の疑問があるので質問する。

複数の分系を結合する場合、一つの分系の結合点の物理座標間に従属関係があっても他の分系の対応する物理座標間に従属関係がなければ、貴手法のように、一つの分系の従属的な座標を2番め以降から取り除いただけでは、取り除いた座標が自動的に結合されることにはならないと思う。この場合、従属関係を与える拘束条件を2番め以降の分系に新たに付加する必要があるのではないか。

貴手法で解いた固有振動数の解が、全体一度に解いた解より低くなるモードがあり、これは上記の点に起因するような気がするが、いかがであろうか。

〔回答〕 ご指摘のとおり一つの分系の結合点の物理座標間に従属関係があっても、一般には他の分系において対応する物理座標間に従属関係がない場合もあ

りうる。その場合には、2番め以降の分系から対応する物理座標を取り除かずそのまま残しておき、その物理座標に従属関係を付加する必要がある。しかし、本論文で用いたモデルでは結合領域における両分系のインピーダンスが同じであり、しかも両分系が対称な構造となっているため、一つの分系で物理座標間に従属関係があれば他の分系でも対応する物理座標が従属関係になる。また、本手法を適用しようとする構造物は、もともと一体の構造物を分系にわけ、結合部の物理座標を介してつながっているモデルを考えている。そのような前提にたてば、結合部における両分系のインピーダンスは同じ場合が多いと考えられ、従属関係に関する取扱いに本文中に示すような手法を用いた。したがって本手法を用いて求めた固有振動数が全体を一度に解いた解よりも低くなるのは別の理由と考えられる。なお、結合領域が非線形性を有し、結合部の物理座標の一部が他の独立自由度の従属関係にある場合もある。そのような場合には、独立自由度を物理座標として残し、剛体要素を用いて従属自由度を表し、非線形要素を結合するようにしている。