多重連結車両の後退運動制御*

景 山 一 郎**, 齊 藤 安***

Control of Multi-Articulated Vehicles in a Backward Maneuver

Ichiro KAGEYAMA and Yasushi SAITO

This paper describes the control of multi-articulated vehicles in a backward maneuver, which have been almost ignored to date. First, the equations of multi-articulated vehicle motion in a backward maneuver were obtained by the geometrical method. By experiment, it was found that their behavior at a low speed could be treated geometrically. Next, the controllability of articulated vehicles in this maneuver were studied theoretically with modern control methods. With the optimal control theory, the steering of these maneuvers was studied. These analyses provided the feed-back coefficients of each state value of multi-articulated vehicles and also the effects of design parameters for these coefficients. Finally, the control limit was studied with the limit value of steering angle.

Key Words: Transport Vehicles, Application of Control, Articulated Vehicles, Backward Maneuver, Optimal Control

1. ま え が き

連結車両の運動上の問題点としては、高速時における安定性、中低速時における追従性、制動時におけるジャックナイフイング、および後退時における操作性などがあげられる。これら連結車両固有の問題に対する研究は数多く行われているが、これらは主に高速時の安定性⁽⁴⁾⁽⁵⁾、中低速時の追従性⁽³⁾⁽⁵⁾、制動時の安定性⁽⁶⁾に対するものであり、後退運動に関する研究はほとんど行われていないのが実情である。しかし駐車場などにおける後退時の操縦は運転者の熟練度合に大きく左右され、構内などで使用されている多重連結車両においては不可能に近いものと従来考えられてきた。

本研究では多重連結車両の後退運動を明らかにするため、一般的後退理論の確立とその操縦に関する可制御性、および最適制御による各状態量のフィードバック係数について検討を行った。またけん引車の舵角に限界があることから、制御限界についての検討も合わせて行った。

2. 多重連結車両の後退理論

2.1 後退理論 低速走行時には車両のタイヤはほとんど横すべりを発生せず、したがってその軌跡は幾何学的に求めることができる⁽³⁾。そこで低速後退時においても同様と考え、多重連結車両の運動を幾何学的に取扱った。

計算モデルは図1に示すように、いわゆる「パイサイクルモデル」と考え、操舵角を左右輪平均値として扱う。また幾何学的な扱いではその軌跡を後退距離の関数と考えることができ、本研究ではけん引車後輪の後退距離を独立変数とした。

基準位置 s_0 から Δs だけ後退した場合の横変位 $y(s_0 + \Delta s)$ および姿勢角 $\theta(s_0 + \Delta s)$ は、次式により示される。

$$y(s_0 + \Delta s) = y(s_0) + \Delta s \sin \theta \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\theta(s_0 + \Delta s) = \theta(s_0) + \Delta s / R_1 \quad \cdots \cdots (2)$$

そこでその変化率を求めると次式のようなになる。

$$\frac{dy}{ds} = \sin \theta \quad \cdots \cdots (3)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{l_1} \tan \delta \quad \cdots \cdots (4)$$

また連結点における進路角 γ_1 および後退距離 $\Delta s h_1$

* 昭和61年10月7日 第64期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和61年4月4日。

** 正員、日本大学生産工学部 (〒275 習志野市泉町1-2-1)。

*** 正員、埼玉工業大学 (〒369-02 埼玉県大里郡岡部町大字普濟寺1690)。

は次式で与えられる。

$$\gamma_1 = \tan^{-1}(l_{h1}/l_1 \cdot \tan \delta) \quad (5)$$

$$\Delta s_{h1} = \Delta s / \cos \gamma_1 \quad (6)$$

第2車両についても第1車両同様に考えると、姿勢角変化率は次式で与えられる。

$$\frac{d\theta_2}{ds_2} = \frac{1}{l_2} \tan(\phi_1 - \gamma_1) \quad (7)$$

ここで第1車両と第2車両の連結点における後退距離が等しいことから、次式の関係が得られる。

$$\Delta s_2 = \Delta s \cos(\phi_1 - \gamma_1) / \cos \gamma_1 \quad (8)$$

ここで式(8)を式(7)に代入し、また $\theta_2 = \theta + \phi_1$ の関係を入れて整理すると次式が得られる。

$$\frac{d\phi_1}{ds} = \frac{1}{l_2} \cdot \frac{\cos(\phi_1 - \gamma_1)}{\cos \gamma_1} \tan(\phi_1 - \gamma_1) - \frac{1}{l_1} \tan \delta \quad (9)$$

これを第*i*車両まで拡張すると次式が得られる。

$$\frac{d\phi_{i-1}}{ds} = \frac{\cos(\phi_{i-1} - \gamma_{i-1}) \cdots \cos(\phi_1 - \gamma_1)}{l_i \cos \gamma_{i-1} \cdots \cos \gamma_1} \times \tan(\phi_{i-1} - \gamma_{i-1}) - \left\{ \sum_{k=1}^{i-2} \frac{d\phi_k}{ds} + \frac{d\theta_1}{ds} \right\} \quad (10)$$

$$\gamma_{i-1} = \tan^{-1} \left\{ \frac{l_{hi-1}}{l_{i-1}} \tan(\phi_{i-2} - \gamma_{i-2}) \right\} \quad (11)$$

ここで $s^* = s/l_1$, $y^* = y/l_1$, $n_j = l_j/l_1$, $n_{hj} = l_{hj}/l_1$ のように、けん引車のホイールベースで各諸元を無次元化して示すと、式(3)~(5), (10), (11)は次のように示される。(ただし $j=1 \sim i$)

$$\frac{dy^*}{ds^*} = \sin \theta \quad (12)$$

$$\frac{d\theta}{ds^*} = \tan \delta \quad (13)$$

$$\frac{d\phi_{i-1}}{ds^*} = \frac{\cos(\phi_{i-1} - \gamma_{i-1}) \cdots \cos(\phi_1 - \gamma_1)}{n_i \cos \gamma_{i-1} \cdots \cos \gamma_1} \times \tan(\phi_{i-1} - \gamma_{i-1}) - \left\{ \sum_{k=1}^{i-2} \frac{d\phi_k}{ds^*} + \frac{d\theta}{ds^*} \right\} \quad (14)$$

図1 計算モデル

$$\gamma_1 = \tan^{-1}(n_{h1} \tan \delta) \quad (15)$$

$$\gamma_{i-1} = \tan^{-1} \left\{ \frac{n_{hi-1}}{n_{i-1}} \tan(\phi_{i-2} - \gamma_{i-2}) \right\} \quad (16)$$

2.2 本理論式の実車による確認 本研究で導いた理論を、乗用車・トレーラ系の実験結果と対比を行った。実験は、最大舵角に固定し各初期条件を零として後退運動を行った。

図2に示すように、理論と実験は非常に良い一致をみせ、この理論の妥当性が裏付けされた。

2.3 線形化 直進後退、車線乗移りなどの各角度が微小な領域ではその後退運動を線形化することができる。そこで式(12), (13), (14)を線形化しとめると、次の状態方程式が得られる。

$$\frac{dX}{ds^*} = AX + Bu \quad (17)$$

ここで X は状態ベクトル, A は系行列, B は制御行列, u は入力を示す。状態量は $x_1 = y^*$, $x_2 = \theta$, $x_3 = \phi_1$, $x_{i+1} = \phi_{i-1}$ であり、式中の A, B は次のように示される。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & a_{33} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{i+1,3} & \cdots & a_{i+1,i+1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

図2 理論結果と実験結果の対応

$$B^T = [0 \quad 1 \quad b_3 \quad \dots \dots \dots b_{i+1}] \quad \dots \dots \dots (19)$$

ここで $j=3 \sim i+1$, $k=1 \sim j-3$, $j-l > 2$ とすると, 各要素は次式で与えられる.

$$a_{jj} = \frac{1}{n_{j-1}}$$

$$a_{jj-k} = (-1)^k \frac{\prod_{l=3}^{k+1} n_{hj-l}}{\prod_{m=2}^{k+1} n_{j-m}} \left(1 + \frac{n_{hj-2}}{n_{j-1}} \right)$$

$$b_j = (-1)^j \frac{\prod_{l=1}^{j-3} n_{hl}}{\prod_{m=2}^{j-2} n_m} \left(1 + \frac{n_{hj-2}}{n_{j-1}} \right)$$

3. 可制御性

式(11)で示した状態方程式を用い, 多重連結車両の後退運動の可制御性について検討を行う.

i 両連結の可制御性は, 次式で示される合成行列 G により確認され, この G が正則であれば可制御となる.

$$G = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \dots A^{i-1}B] \quad \dots \dots \dots (20)$$

この行列式を求めると次式となる.

$$\det G = (-1)^k \frac{(n_{h1}+n_2)(n_{h1}+n_3) \dots (n_{h1}+n_i)}{n_2^{i+1} \cdot n_3^{i+1} \dots n_i^{i+1}}$$

$$(n_{h2}+n_3) \dots (n_{hi-1}+n_i) \quad \dots \dots \dots (21)$$

ただし i が奇数のとき $k=(i-1)/2+1$

i が偶数のとき $k=i/2+1$

そこで各車両の連結位置が次に示す条件であると, この多重連結車両は可制御となる.

$$\left. \begin{aligned} n_{h1} &\neq -n_2, -n_3, -n_4, \dots, -n_i \\ n_{h2} &\neq -n_3, -n_4, \dots, -n_i \\ &\vdots \\ n_{hi-1} &\neq -n_i \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (22)$$

4. 後退運動制御

4.1 解析理論 多重連結車両の後退時の操縦を全状態量のフィードバックにより考える. また, 通常直進後退や車線乗移りなどではそれほど大きな姿勢角を持たないものと考えられ, 式(17)で示した線形状態方程式を用い解析を行う.

後退運動開始点から s^* だけ後退した場合, 次の評価関数を最小にするように操縦するものとする.

$$J = \int_0^{s^*} (X^T Q X + u^2) ds^* \quad \dots \dots \dots (23)$$

ここで Q は各状態量の重み係数を要素とする対角マトリックスであり, また u には制限がなく状態量のフィードバックにより決定されるものとして次式で与える.

$$u = -K^T X \quad \dots \dots \dots (24)$$

式(24)を式(17), (23)に代入し, Hamilton-Jacobiの方法に適用すると最適制御 u^0 は次式で与えられる.

$$u^0 = -B^T R(s^*) X \quad \dots \dots \dots (25)$$

ここで s^* を ∞ と考えると $R(s^*)$ は定数となり, 次のRiccati式により与えられる.

$$A^T R + RA - RBB^T R + Q = 0 \quad \dots \dots \dots (26)$$

そこでフィードバック係数は次式で与えられる.

$$K = RB \quad \dots \dots \dots (27)$$

4.2 評価関数の決定 最適制御を考える場合, その評価関数の決定は非常に重要となる. そこで式(23)で示した各状態量の重み係数の決定には, 熟練した運転者の後退車線乗移りの実験結果を用いた. 図3に乗用車・トレーラ系の横変位の実験結果および $q_1 = q_2 = q_3 = 1$ の計算結果を示す. 図3中の実験結果は十分に練習を行った後に計測した5回の結果の領域を示し, 計算結果はこれに適合するように諸係数を決定したものである. そこで解析に用いる諸係数はこれを拡張し, $q_k = 1.0$ とした. ただし $k=1 \sim i+1$ とする.

4.3 最適フィードバック係数 式(23)の評価関数を最小にするようなフィードバック係数を式(27)より求めることができる. そこでこのフィードバック係数を用い, 連結車両数の影響と各車両諸元変化による影響を検討する.

表1は同一諸元を持つ車両 ($n_k=1$, $n_{hk}=0.6$) を2~5両まで連結した場合の各状態量のフィードバック係数を示したものである. 連結数が偶数時に各係数は負の値となっているが, これは運動方向と操舵方向との関係によるものであり, ここではその絶対値に注目する.

表1 連結数と最適フィードバック係数

i	y^*	θ	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
2	-1.00	-3.90	-5.08	—	—	—
3	1.00	5.99	3.70	6.61	—	—
4	-0.98	-7.88	-8.97	-2.91	-8.34	—
5	1.00	10.11	7.85	10.71	1.74	10.75

図3 評価関数の決定

連結数の変化に対し、 y^* のフィードバック係数の絶対値はほぼ一定となっているが、 θ の係数は連結数の増加に伴い増大していることがわかる。また最後端の相対ヨー角の係数は連結数の増加に伴って増大し、その絶対値は他の係数と比較してほぼ最大の値を示している。このように操縦者から最も遠い位置にある車両の状態量を操舵に対し最も大きく反映させなければならず、連結数の増加により後退操作が非常に困難となることが裏付けられる。

次に5両連結時の各諸元変化に対するフィードバック係数の変化率を表2に示す。各車両の諸元変化は、それ以後の車両の係数に対し大きく影響を与えることがわかる。また各諸元値の変化により最後端の相対ヨー角の係数が最も大きな影響を受け（最後端車両のホ

ールベース変化を除く）、操縦者の負担を大きいものとしていることがわかる。

4.4 最適後退制御 4.3節において最適フィードバック係数を示したが、初期条件が若干大きくなると、入力値が増大し操舵角の限界に達してしまう。しかし状態量はそれほど大きくならず、線形域で考えることができる。このような場合、次の条件で入力を考える。

$$|u^0| \geq |u_{\max}| \cdots \cdots u = u_{\max}$$

$$|u^0| < |u_{\max}| \cdots \cdots u = u^0$$

このように u に制限がある場合でも前述の解析を拡張することができる。そこで4.3節で示した車両諸元（5両連結）について計算した結果を図4に示す。また u の値は線形域をこえるため、 $u = \tan \delta$ として計算した。計算に使用した初期条件は、車線幅1（けん引車のホイールベースと同値）の車線変更を表すものである。図4に示されるように、一般的には不可能と考えられる5両連結車両の後退制御が可能であることがわかる。

5. 制御限界

4章までに後退運動制御を示したが、実際には操舵角に限界があり、線形領域では可制御な系であっても制御ができない場合が生ずる。図5に示す連結車は、相対ヨー角を減少するように操舵を行い後退しているが、相対ヨー角の値に応じ3種類の挙動を示す。この場合相対ヨー角が減少するものが制御可能で、増加す

図4 最適後退制御

表2 諸元変化に対するフィードバック係数変化率

	y^*	θ	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
K	1.00	10.11	7.85	10.71	1.74	10.75
$\frac{\partial K}{\partial n_2}$	-0.04	1.54	1.65	3.41	-3.04	4.80
$\frac{\partial K}{\partial n_3}$	0.02	2.14	2.10	2.10	-3.24	5.19
$\frac{\partial K}{\partial n_4}$	0.04	2.35	2.39	2.39	2.32	5.32
$\frac{\partial K}{\partial n_5}$	0.01	2.18	2.23	2.15	2.25	-0.43
$\frac{\partial K}{\partial n_{h1}}$	-0.04	-0.16	1.57	-5.50	4.84	-5.48
$\frac{\partial K}{\partial n_{h2}}$	0.08	1.02	1.12	-4.72	5.90	-5.93
$\frac{\partial K}{\partial n_{h3}}$	0.06	0.84	0.83	0.72	6.09	-6.26
$\frac{\partial K}{\partial n_{h4}}$	-0.02	-0.27	-0.33	-0.23	-0.23	-6.51

図5 後退制御性

図6 後退制御限界

るものが制御不可能, またその相対ヨー角を維持するもの ($d\phi/ds^*=0$) が限界となる。そこで2両連結の場合の制御限界相対ヨー角を求めると次式となる。

$$\phi_{1\text{limit}} = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_{h1}} \sin \gamma_1\right) + \gamma_1 \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\gamma_1 = \tan^{-1}(n_{h1} \tan \delta_{\max}) \quad \dots\dots\dots (29)$$

式(28), (29)より明らかなように, 2両連結の場合各車両諸元と $\delta_{\max}$ により限界相対ヨー角が決まる。同様にして i 両連結の第 $i-1$ と第 i 両間の相対ヨー角の限界値を求めると, 次式により与えられる。

$$\phi_{i-1\text{limit}} = \sin^{-1}\left\{\frac{n_i}{n_{hi-1}} \sin \gamma_{i-1}\right\} + \gamma_{i-1} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\gamma_{i-1} = \tan^{-1}\left\{\frac{n_{hi-1}}{n_{i-1}} \tan(\phi_{i-2} - \gamma_{i-2})\right\} \quad \dots\dots\dots (31)$$

この式より明らかなように, 第 i 車両の制御限界は第 $i-1$ 車両までの状態量により与えられることにな

り, 運動状態によりその限界値が異なる。そこで4章で用いた5両連結で, 初期条件をすべて零とし, 最大舵角で後退した場合の各相対ヨー角変化と制御限界相対ヨー角の結果を図6に示す。

図6より明らかなように, 相対ヨー角ゲインは後ろの車両ほど小さく, またその限界値および限界値に達する後退距離も後ろの車両ほど小さくなることがわかる。このように, 制御限界の面からも後端車両の動きが重要となり, 操縦者に大きな負担を与えていることがわかる。

6. 結 論

本研究は多重連結車両の後退理論を導き, これを用い可制御性, 最適後退制御および制御限界を示した。

これらの結果から, 多重連結車両の後退時の操縦の難しさは, 単に自由度が増えることによるだけではなく, 実際には視覚的情報を受け取りにくい後端車両の運動を大きく操舵にフィードバックさせる必要があり, またこの後端車両が制御限界を超えやすいことなどが明らかとなった。しかしこの多重連結車両の場合でも, 最適制御理論などによる運転補助システムの開発により, 後退時の極めて難しい操縦操作も改善する可能性のあることがわかった。

文 献

- (1) Schultz・ほか1名, 状態関数と線形制御系(昭45), 249, 学献社。
- (2) 伊藤・ほか7名, *Proc. 2nd IPC*, (1983), 311.
- (3) Jindra, F., *Automob. Eng.*, 3(1963), 96.
- (4) 景山・ほか1名, 自動車技術会論文集, No. 22 (昭56), 43.
- (5) 斉藤, *Proc. of IAVSD*, (1979), 443.
- (6) 東・ほか2名, 自動車技術会論文集, 7, (昭49), 88.

討 論

〔質問〕 青 木 章〔(財)日本自動車研究所〕

連結車両の操作の中で最も難しいといわれている後退運動の理論式を導き, その計算結果と実験結果との対比を行い, さらに多重連結車両の後退運動の可制御性, 最適制御および制御限界を明らかにされたことに対して敬意を表す。さて, 貴論文では幾何学的取扱いのできる極低速走行時の後退理論を導いておられるが, 各種連結車両においてどのくらいの速度まで, この理論が適用可能かご教示願いたい。

〔回答〕 幾何学的取扱いの場合, 各タイヤに横す

べりを生じないという仮定に立っている。そこで大きな求心力を要求する運動ではタイヤに横すべりを生ずるため, 幾何学的な取扱いができないことになる。また速度の高い領域では車両の過渡運動を考慮する必要があり, 同様に幾何学的取扱いができないことになる。しかし一般的な連結車両の後退運動は, 高い速度ならびに大きい横向加速度では行われていない。そこで本研究で示した後退運動理論が通常使用領域(後退運動時)では十分に適用可能と考えられる。このためその適用速度限界に対する検討は行っていない。