積層薄板形たわみ軸継手の軸方向振動*

矢鍋重夫**, 恩田雄二***, 岡崎利治****

Axial Vibration of Metal Flexible Couplings

Shigeo YANABE, Yuuji ONDA, and Toshiharu OKAZAKI

Metal flexible couplings are widely used in connecting shafts of rotating machines, since they have a simple structure, need no lubrication, accommodate large misalignments of shafting and so on. However this coupling inclines to generate an axial vibration because of low axial stiffnesses of metal flexible plates. In this paper an experimental apparatus composed of a driving motor, a metal flexible coupling and a driven shaft, is constructed in order to investigate characteristics of axial vibration of the coupling under various conditions. The thickness and the number of flexible metal plates are varied in four and three levels respectively and the three different misalignment (axial, parallel, angular) conditions are considered. Further a formula for evaluating the axial stiffness of the flexible plate is theoretically derived, and the natural frequency calculated from this formula is in good agreement with the experimental one.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Metal Flexible Coupling, Axial Vibration, Misalignment

1. 緒 論

積層薄板形たわみ軸継手は、継手中間体およびこれをはさむ2個の積層薄板からなり、金属薄板（以下たわみ板と呼ぶ）の弾性変形によって2軸のミスアライメントを吸収し、動力伝達を行う機械要素である。この軸継手は、構造が簡単、潤滑が不要、許容ミスアライメントが大きいなどの利点から、回転機械の軸継手として広く利用されているが、継手中間体が二つの弾性要素間にあるため軸方向振動を発生しやすく、実際上しばしば問題となっている。

従来、この種の軸継手に関する研究論文はきわめて少なく、Landon-Counter⁽¹⁾は、本軸継手の軸方向剛性が漸硬性を持つことを指摘しているが、その計算法を示していない、実際のミスアライメント状態での回転実験を行っていないなど、論文には不備な点が多い。Mancuso⁽²⁾は、ミスアライメント下におけるたわみ板の応力について考察しているが、継手の軸方向振

動には全く言及していない。以上のように、実際の使用条件下で本軸継手が発生する軸方向振動には不明な点が多く、特に各種ミスアライメントの影響はほとんど解明されていない。

そこで本研究では、電動機、供試軸継手および回転軸からなる実験装置を用いて、たわみ板の枚数、厚さならびに三つのミスアライメント（軸方向、偏心、偏角）が、継手軸方向振動の固有振動数、減衰比および共振時の振幅に及ぼす影響を明らかにするとともに、力学的な考察を行った。さらに、軸方向ミスアライメントがたわみ板の軸方向剛性に及ぼす影響を理論解析して、その計算法を示し、これを用いて計算した固有振動数を実験値と比較したところ、良好な結果が得られたので以下に報告する。

2. 実験装置および方法

供試軸継手の外観を図1に示す。中間体 (Spacer) の質量は3.62 kg、たわみ板は一辺90 mm、幅20 mmの中空正方形で、板厚は0.4, 0.5, 0.65, 0.8 mmの4種類を用いた。材質は軟鋼である。実験装置の概要を図2に示す。三相超分巻可変速電動機は、供試軸継手を介して回転軸を駆動する。オーバハング端に鋼製円板を有する回転軸は、複列自動調心玉軸受で半径

* 昭和61年10月6日 第64期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和61年4月4日。

** 正員、長岡技術科学大学 (〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。

*** 学生員、長岡技術科学大学。

**** 准員、九州工業大学 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1)。

方向に支持されるとともに、スラスト玉軸受およびスラストカラーで軸方向の運動をしっかりと拘束されている。軸系のアライメントは、モータ軸端および回転軸端に取付けたハブの端面、側面を用いて、取付け誤差を含めて面振れを $3/1000$ 、心振れを 0.08 mm 以下に調整し、これをアライメントが良い場合とした。本実験で考慮した3種類のミスアライメント（軸方向： δ 、偏心： ε 、偏角： θ ）およびその大きさを図3に示す。装置の組立は、ハブを取付けた二軸を良好なアライメント状態に調整した後、軸継手を挿入し、約 $15\text{ N}\cdot\text{m}$ のトルクでたわみ板とフランジを両面研磨した平座金を介してボルトで結合した。組み上がった装置は $300\sim 2700\text{ rpm}$ の回転速度範囲で運転され、継手中間体の軸方向振動をA部（図2）に設置した非接触変位計によって測定した。

得られた応答曲線より、固有振動数、減衰比および共振時の振幅を求め、これらがたわみ板の枚数、厚さならびにミスアライメントによってどのように変化するかを調べた。なお、減衰比については、打撃試験の結果を併記した。

実験に先だち、回転軸端（図2、B部）、モータ軸端の軸方向振動および（図2、C部）の曲げ振動を測定したが、どの応答も運転速度範囲内で $0.001\sim 0.002\text{ mm}$ の振幅であり目立つピークはなかった。また、軸

図1 積層薄板形たわみ軸継手

図2 実験装置

継手前後でねじり振動を測定し、ねじりの共振振動数が軸方向のそれと無関係であることを確認している。

3. 実験結果

3.1 アライメントが良い場合の軸方向振動

3.1.1 たわみ板の枚数 n による軸方向振動の変化

アライメントが良い状態で、板厚 t を一定とし、板枚数 n を増加させた場合の継手部軸方向振動応答の変化を図4に示す。図4には、打撃試験より得た減衰比 s の値を併記した。振動波形の観察および図4より、軸方向振動の主成分は軸の回転に同期した振動であるが、二、三次の高調波共振も若干認められる。図4より、たわみ板の枚数 n が増加すると、固有振動数 f_n は高くなり、減衰比 s は顕著に大きくなるが、共振時の振幅 A は顕著に減少することがわかる。

3.1.2 たわみ板の厚さ t による軸方向振動の変化

アライメントが良い状態で、板枚数 n を一定とし、板厚 t を増大させた場合の軸方向振動応答の変化を図5に示す。図5中の実線および破線は n が1枚および3枚の場合で、それぞれに対応する減衰比 s の値も示してある。なお、 $t=0.8\text{ mm}$ 、 $n=3$ の場合の応答曲線

図3 ミスアライメント状態

図4 たわみ板の枚数による軸方向振動応答の変化

(破線)に共振が見られないのは、この時の固有振動数が高く(50.0 Hz)、実験の範囲外になったことによる。図5より、板枚数 n が1枚および3枚の場合ともに、板厚 t の増加により固有振動数 f_n は高くなるが、減衰比とおよび共振時の振幅 A は、板厚 t の影響をあまり受けないことがわかる。

図5 たわみ板の板厚による軸方向振動応答の変化

3.2 ミスアライメントがある場合の軸方向振動

3種類のミスアライメント δ, ϵ, θ の大きさを変えた場合の軸方向振動応答の変化を図6(a)~(c)にそれぞれ示す。図6中の実線、破線の区別は図5の場合と同じである。なお、図6(a), $\delta = -2.0$ mmの応答曲線(破線)に共振が見られないのは、この時の固有振動数が高く(50.8 Hz)、実験の範囲外になったことによる。また、図6をもとに、3種類のミスアライメントに対する軸方向振動の固有振動数 f_n 、共振時の振幅 A および減衰比 ζ の変化をまとめ、得られた結果を図7(a)~(c)にそれぞれ示す。図7中の—○—, —□—は、 $n=1, n=3$ の場合である。図6, 7より以下のことがわかる。

- (1) 固有振動数 f_n は、 $|\delta|$ の増加とともに顕著に高くなるが、 ϵ, θ によってはほとんど変化しない。
- (2) 共振時の振幅 A は、 ϵ, θ が増加すると顕著に大きくなるが、 $|\delta|$ に対してはあまり変化しない。
- (3) (1), (2)の傾向は板枚数 n によらない。
- (4) 減衰比 ζ は、 $n=1$ の場合、ミスアライメントの種類、大きさによらずほぼ一定であるが、 $n=3$ の場合、 $|\delta|$ の増加に対しては減少し、 ϵ, θ の増加に対しては増大する傾向を示す。

こうした特徴は、ミスアライメントの種類によってたわみ板の回転中の変形挙動が異なるためと考えられ、4章で詳細に考察する。

(a) 軸方向のミスアライメント δ

(b) 偏心のミスアライメント ϵ

(c) 偏角のミスアライメント θ

図6 ミスアライメントの大きさによる軸方向振動応答の変化

4. 考 察

4.1 たわみ板の軸方向剛性と継手の固有振動数

継手部軸方向振動の固有振動数について実験結果を要約すれば、次のようになる。

(1) 固有振動数はたわみ板枚数 n および板厚 t の増加とともに顕著に大きくなる。

(2) 固有振動数はミスアライメント $|\delta|$ の増加とともに顕著に大きくなるが、 ε, θ によってはほとんど変化しない。なお、この傾向は板枚数 n の値によらない。

本実験では、継手中間体の質量を一定としているので、固有振動数の変化は積層板の軸方向剛性の変化と

考えることができる。そこで本節では、たわみ板の軸方向剛性およびこれに及ぼすミスアライメントの影響を理論解析するとともに、解析結果を用いて軸方向振動の固有振動数を計算し、実験結果と比較する。

4.1.1 アライメントが良い場合 図8は継手中間体が軸方向に x_0 変位した状態を示している。この場合のたわみ板の軸方向剛性を得るには、 x_0 は微量で、たわみ板の各辺は単に曲げモーメント M_x を受けて変形すると仮定してよい。1枚のたわみ板の一边(長さ l , 幅 b , 厚さ t)に着目し、座標系を図8のように定めて、曲げモーメント M_x によるひずみエネルギーの増分 ΔU_b を計算する。たわみ曲線は、

$$y = x_0(3S^3 - 2S^2), S = x/l$$

$$0 \leq S \leq 1 \dots \dots \dots (1)$$

で表されるので、たわみ板の曲げ剛性を EI として

$$\Delta U_b = \int_0^l (M_x^2 / 2EI) dx = 6EIx_0^2 / l^3 \dots \dots \dots (2)$$

n 枚のたわみ板からなる積層板全体の U_b は、

$$U_b = 4n\Delta U_b = 24EI nx_0^2 / l^3 \dots \dots \dots (3)$$

したがって、継手中間体を x_0 変位させるのに必要な軸方向の力を P_0 とすると、アライメントが良い場合の積層板の軸方向剛性 k_b は、 $P_0 = \partial U_b / \partial x_0$ を考慮して、次のように得られる。

$$k_b = \partial P_0 / \partial x_0 = \partial^2 U_b / \partial x_0^2 = 48EI n / l^3 \dots \dots \dots (4)$$

なお、式(4)は、長さ l 、曲げ剛性 EI の片持ばりの先端に荷重 P_0 、曲げモーメント M が作用したとき、先端のたわみが x_0 、たわみ角が零になるとして導かれる P_0 と x_0 の関係式からも得ることができる。

4.1.2 ミスアライメントがある場合 図9は、軸継手片側の積層板がミスアライメント $\delta, \varepsilon, \theta$ によってどのように変形するかを示している。 δ が存在す

図7 ミスアライメントによる軸方向振動の変化

図8 ミスアライメントによるたわみ板の変形

る場合、 δ は微量でないで、すべてのたわみ板は曲げモーメントのほかに、それぞれの辺にそって大きな引張荷重を受けて変形する。この状態は回転中も変わらず、引張荷重によるひずみエネルギーの増加分がたわみ板の軸方向剛性を増大させる。これは、はりの曲げ振動に関する剛性が引張荷重を加えると増大するのによく似ている。

一方、 ϵ, θ が存在する場合、積層板は固定部が傾くため図9のように変形し、たわみ板のある辺の右側は引張荷重、左側は圧縮荷重を、他辺では逆の荷重を受ける。また、こうした荷重状態は軸の回転とともに交番的に変化するため、一回転中の引張・圧縮荷重によるひずみエネルギーの増分の平均値は零となり、たわみ板の軸方向剛性の増加は生じない。

以上の考察をもとに、 δ によるたわみ板の軸方向剛性の増加分（引張荷重による）を計算する。2軸間のミスアライメント量 δ によって継手中間体が軸方向に x_0 変位したとすると、 $x_0 = \delta/2$ 。このとき、引張荷重による1枚のたわみ板一辺のひずみエネルギーの増分 ΔU_i は式(1)のたわみ曲線を用いて次のようになる。

$$\Delta U_i = \int_0^l \{AE(\Delta l/l)^2/2\} dx \\ = (AE/2) \int_0^l \{(dy/dx)^2/2l\}^2 dx \quad \dots\dots\dots (5)$$

n 枚のたわみ板からなる積層板全体の引張荷重によるひずみエネルギーの増分 U_i は、

$$U_i = 4n\Delta U_i \quad \dots\dots\dots (6)$$

よって、引張荷重による軸方向剛性の増加分 k_i は、

$$k_i = \partial^2 U_i / \partial x_0^2 = 216nAE\delta^2/25l^3 \quad \dots\dots\dots (7)$$

結局、 $\delta(=x_0/2)$ が存在する場合、積層板の軸方向剛性 K は k_b と k_i の和として次のように得られる。

$$K = k_b + k_i \\ = n\{48EI/l^3 + 216AE\delta^2/25l^3\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$\delta=0$ および $\delta \neq 0$ の場合について、式(8)を用いて継手部軸方向振動の固有振動数を計算し、実験結果(図5, 6)と比較したのが図10(a)および図10(b)である。図10中、○、□印は実験値、——および-----は計算値で、それぞれ板枚数 n が1枚、3枚の場合を示している。計算の際、 k_b に含まれる l の値には、たわみ板が平座金(直径 $d=15.5$ mm)によって拘束される部分を除いた実効スパン $l_b(=l-d)$ を用いた。実験値と計算値は、 $n=1$ の場合はよくあっているが、 $n=3$ の場合は違いが大きい。この原因は、実際の積層板では、ボルト穴加工誤差などのためすべてのたわみ板が等しく引張荷重を受けていないことによる。そこで本研究では、1枚のたわみ板だけが引張荷重を受け持つと考え次式を用いた。

$$K = 48EI/l^3 + 216AE\delta^2/25l^3 \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(9)による計算結果を図10(b)に一点鎖線——で示す。図10(b)より、式(9)による計算値は実験値とよくあっていることがわかる。なお、図10(b) $n=3$ の場合、最大17%の誤差内で実験値と計算値が、若干平行にずれているのは、積層板では実効スパン l_b がさ

図9 ミスアライメントによるたわみ板の変形状態

(a) アライメントが良い場合

(b) 軸方向ミスアライメント δ を与えた場合

図10 固有振動数に関する計算値と実験値の比較

らに短くなることを意味していると考えられる。

4・2 継手部軸方向振動の減衰比 継手部軸方向振動の減衰比について実験結果を要約すると、

(1) 減衰比は、たわみ板枚数 n の増加とともに顕著に大きくなるが、板厚 t の影響はほとんど受けない。

(2) 減衰比は、 $n=1$ の場合、ミスアライメントの種類およびその大きさによらず一定であるが、 $n=3$ の場合、 δ が増加すると減少し、 ϵ, θ が増加するとわずかに増加する。

本実験で使用した積層薄板形たわみ軸継手では、主に積層したたわみ板間の摩擦力が減衰力となるので、これらの結果は次のように解釈できる。(1)は、たわみ板を積層することによってたわみ板間の接触面が増え、これらの面におけるすべり摩擦力の総計が増加するためである。(2)の $n=3$ の場合は、ミスアライメントの種類によって積層したたわみ板間の接触状況に差異が生じた結果で、図9を参照すれば、 ϵ, θ が増加するにつれてたわみ板間の接触が強くなり、摩擦力が大きくなる。この場合、軸の回転とともにたわみ板の変形状態が交番的に変わることも減衰比の増加の一因となっていると考えられる。一方、 δ が存在してもたわみ板間の接触はほとんど強まらず、むしろ接触面積が減少して摩擦力が低下すると考えられる。

4・3 継手部軸方向振動の共振時の振幅と起振力 継手部軸方向振動の共振時の振幅について実験結果を要約すれば次のようになる。

(1) 共振時の振幅は、アライメントが良い場合、たわみ板枚数 n が増加すると顕著に小さくなるが、板厚 t によってはあまり変化しない。

(2) 共振時の振幅は、ミスアライメント ϵ, θ の増加とともに顕著に増大するが、 δ によってはあまり変化しない。なお、この傾向は板枚数 n によらない。

アライメントが良い場合では、軸方向振動の起振源がないように見えるが、(i)後で述べるように、 ϵ, θ タイプのミスアライメントが残留している。(ii)モータおよび回転軸の軸方向運動が完全に拘束できない。

(iii)定盤がモータの回転によってわずかではあるが加振されるなどの理由により、実際の系では継手の軸方向振動が励起されると考えられる。

一方、ミスアライメントが存在する場合、 ϵ, θ が増加すると、固有振動数が一定および減衰比が一定もしくは増加するにもかかわらず、共振時の振幅が増大することは、この場合の起振力が大きくなったことに起因する。これは、4・2節ですでに述べたように、 ϵ, θ タイプのミスアライメントが存在すると、たわみ板は図9のように軸方向に変形し、この変形は軸の回転とともに交番的に変化する。このたわみ板の軸方向への交番的な変化が軸方向振動をさらに加振していると考えられる。したがって、起振力は ϵ, θ の増加とともに大きくなる。また、以上の考え方より、 δ の増加は起振力に影響しないと考えられ、上記(2)の実験結果と対応していることがわかる。

5. 結 論

積層薄板形たわみ軸継手の軸方向振動に関して、たわみ板の枚数、厚さならびに3種類のミスアライメント(軸方向、偏心、偏角)の影響を実験的に調べるとともに、力学的な考察を行い以下の結論を得た。

(1) たわみ板枚数の増加は、積層板の軸方向剛性および減衰比を大きくする。板厚の増加は軸方向剛性を高めるが、減衰比にはほとんど影響しない。

(2) 軸方向ミスアライメントは、積層板の各辺に大きな引張荷重を生じさせ、これにより軸方向剛性を増大させ固有振動数を高くするが、共振時の振幅にはあまり影響しない。

(3) 偏心および偏角のミスアライメントは、軸の回転につれて積層板に交番的な引張・圧縮荷重を生じさせる。このため、積層板の平均的な軸方向剛性は変化しないが、軸方向の起振力が増大する。減衰比は若干大きくなるが、共振時の振幅は顕著に大きくなる。

(4) 軸方向ミスアライメントの影響を考慮して、積層板の軸方向剛性の計算式を理論的に導いた。この式を用いて固有振動数を計算し実験値と比較したところ、両者は最大17%の誤差内で良い一致をみた。

文 献

- (1) Landon, F. K. and Counter, L. F., *Proc. 5th Turbomach. Symp.*, (1976), 125-131.
- (2) Mancuso, J. R., *ASME Paper*, 77-DET-131 (1977), 10.

討 論

〔質問〕 岩 壺 卓 三〔神戸大学工学部〕

(1) カップリングの実験には、トルクの大きさの影響も重要な因子のように思われる。この実験装置では、トルクの影響を無視しているが、その理由をお聞かせ願いたい。

(2) カップリングに起因する振動として、自励振動と強制振動とがある。また、カップリングであれば、種類にかかわらず発生する普遍性のある振動と、カップリングの種類によって個々の特徴として生じる振動とがある。ここで得られた結果のうち ϵ, θ については、カップリングに普遍的に生じる強制振動のように思われ。したがって、もう少し詳細に周知の事実と本実験装置で行った積層薄板形たわみ軸継手の振動との関係を明らかにしていただきたい。

〔回答〕 (1) 本論文では、研究の第1段階として極力単純な場合を想定しており、トルクの影響を無視している。しかしながら、ミスアライメントによる

本軸継手の軸方向振動に関する基本的特性は十分明らかにされていると考えている。

(2) 本論文は軸継手で結合された軸系全体の振動を論じたものではなく、継手中間体が弾性要素間にあるようなたわみ軸継手について、中間体の軸方向強制振動に及ぼすミスアライメントの影響を明らかにしたものである。この種の軸方向振動は、偏角ミスアライメント下の自在軸継手に生ずる2倍周波数の回転変動や歯車形軸継手に起因する軸系の曲げ自励振動とは全く別のものであり、また、継手に中間体がないものや、あっても、弾性要素間にそれがないような自在軸継手、歯車形軸継手、ゴム軸継手などには、この種の軸方向振動は存在しない。ダイヤフラム形たわみ軸継手は、本軸継手と似た構造を有しているが、継手中間体質量が小さいためか、中間体の軸方向振動が問題となった例を聞いていない。