振動機構系の最適な高速起動制御* (第2報, 多自由度振動系モデルの解析と実験的検討)

小野京右**, 嘉和知秀俊***

Optimal Starting Motion Control for a Flexible Mechanical System (2nd Report, Theory for Multi-Degrees of Freedom System and Experimental Study)

Kyosuke ONO and Hidetoshi KAWACHI

This paper describes an optimal starting and stopping motion control method without transient vibration for a multi-degrees of freedom flexible mechanical system involving dry friction as well as internal and external dampings. It is found that the effect of dry friction force can be approximately treated by linear analysis, if we assume residual compression of internal spring elements to oppose the friction forces at the entrance of constant speed region. The polynomial approximate solution presented in the first report is found to precisely coincide with the present strict solution in a high accelerating condition. From experiments for a one degree of freedom vibration rotating system, marked validity of feedforward control for the flexible mechanism is confirmed.

Key Words: Vibration, Control Theory, Flexible Mechanical System, Multi-Degrees of Freedoms, Dry Friction Force

1. 緒 論

機構の高速駆動, 精密位置決めを図るには, 機構の軽量化と制御帯域の拡大が必要である。しかしこの両者は機構の過渡振動および発振を誘起する要因となり, このため実用的な限られた状態フィードバック制御の範囲では, 機構の高速, 高精度化に一定の限界がある。この問題に対し著者は, 定速駆動と位置決め制御の高速化には, 起動・停止過程の高速化がポイントであり, かつ起動・停止過程の高速化にはフィードフォワード制御を主体とすべきであるとの観点から, 一自由度振動機構系に対して残留振動がなく, しかも最小の消費エネルギーで駆動できる多項式近似解を求めた。そして剛体を最小エネルギーで起動・停止させることは一定力を加えるバングバング制御に相当し, 振動系の制振駆動はバングバング制御に制振力を加えた形となっていること, 先端の運動および駆動入力を時間のそれぞれたかだか十二次および十次の多項式までとれば駆動エネルギーはほぼ収束解となることなどを明らかにした⁽¹⁾。

本研究では, 前報に続いて, 制御対象を多自由度振動機構系に拡張し, かつ乾性摩擦の影響をも考慮し, また前報で受けた山田氏の質問にも答えるため, 変分法に基づいた制御力の厳密解を求める方法を論ずる。さらに一自由度振動系に対し, 前報の多項式近似解と比較考察するとともに電流駆動回路による実験的検討を行い, 開ループ制御の有効性を明らかにする。

2. 解 析

ここでは, 図1に示すようにばね k_i , 内部減衰 c_i^j で結合された n 個の質量からなる多自由度直線運動機構系を解析の対象とする。質量には外部減衰 c_i^0 および外部乾性摩擦 u_i が作用しているものとする。後に実験で対象とする系は回転運動機構系であるが, 図1の質量を慣性モーメントに, また各要素間の力をトル

図1 多自由度振動機構系の解析モデル

* 昭和61年11月3日 中国四国支部・九州支部合同大分地方講演会において講演, 原稿受付 昭和61年4月23日.
** 正員, 東京工業大学 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1).
*** 東京工業大学大学院.

クと考えれば、多自由度回転機構系も図1のようにモデル化でき、よって以下の解析は回転運動機構系にも適用できることは明らかである。このような系においては、機構は剛体運動としての自由度のほかに、 $n-1$ 個の内部運動自由度としての固有振動を有する。したがって左端の質量への駆動入力に機構系の固有振動数成分を含むような高速変化を与えると、駆動入力エネルギーの一部は内部運動としての固有振動に吸収され、剛体としての運動が定速または静止状態に入った後でも、残留振動が継続することとなる。本解析の目的は、左端の m_1 のみに駆動入力を与えて、右端の m_n の座標を所望の速度に最小エネルギーでかつ振動することなく起動させるような入力をより一般的に求めることである。

さて、起動・停止制御問題において、制御すべき直接的状態量は速度であり、初期誤差および終端誤差の条件は起動・停止時間と速度特性とに陰に含ませることができる。また、本解析が対象とする非拘束機構系の残留振動は機構系内部の質量間の相対運動であり、残留振動が生じない状態とは、制御終了時に内部の質量が等速で運動または停止し、かつ質量間の相互力、つまり相対変位がない状態になるということである。こう考えると、速度制御の場合、各質量の絶対速度および質量間の相対変位を状態量に選ぶのが適当と考えられる。

図1の N 自由度機構系を係数マトリックスと状態ベクトルで表すと式(1)となる。

$$M\ddot{x} + C^0\dot{x} + C^i\dot{x}^r + Kx^r = f \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで x は絶対変位ベクトル、 x^r は相対変位ベクトルで次式で表される。

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$x^r = [x_1 - x_2, x_2 - x_3, \dots, x_{n-1} - x_n]^T \quad \dots\dots\dots(3)$$

また質量マトリックス M 、外部減衰マトリックス C^0 、内部減衰マトリックス C^i 、内部剛性マトリックス K はそれぞれ次式となる。

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & m_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & m_n \end{bmatrix} \quad C^0 = \begin{bmatrix} c_1^0 & & 0 \\ & c_2^0 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & c_n^0 \end{bmatrix}$$

$$C^i = \begin{bmatrix} c_1^i & & 0 \\ -c_1^i c_2^i & & \\ & \ddots & \\ 0 & & -c_{n-2}^i c_{n-1}^i \\ & & & -c_{n-1}^i \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & & 0 \\ -k_1, k_2 & & \\ & \ddots & \ddots \\ 0 & -k_{n-2} & k_{n-1} \\ & & & -k_{n-1} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(4)$$

一方、入力ベクトル f は、乾性摩擦力がなければ

$$f = f_1 = [u, 0, \dots, 0]^T \quad \dots\dots\dots(5)$$

で与えられる。しかし各質量 m_i に乾性摩擦力 u_i が作用している場合には、乾性摩擦の非線形特性のため、厳密には解析が困難となる。そこでここでは乾性摩擦力の基本的な影響を調べるために、以下の仮定を設定する。

(1) 静止摩擦力と動摩擦力は一般に異なるが、ここでは起動・停止過程で常に一定の摩擦力が質量に作用するものとする。

(2) 起動・停止過程において各質点の速度は負にならず、したがって質量に作用する乾性摩擦力は負の一定方向に作用するものとする。

上記仮定(1)は摩擦力が大きく、かつ左端の駆動力が作用し始めてから右端の質量が運動し始めるまでの時間が長ければ実際との誤差が大きくなると考えられる。そこでこの誤差については後に論ずる。

上記の仮定の下では機構系への入力ベクトル f は次式で表される。

$$f = f_2 = [u - u_1, -u_2, -u_3, \dots, -u_n]^T \quad \dots\dots\dots(6)$$

次に、起動過程での摩擦力による各ばねのたわみ量に相当する $(n-1)$ 次元のベクトル

$$e = [e_1, e_2, \dots, e_{n-1}]^T$$

$$= \left[\frac{1}{k_1} \sum_{i=2}^n u_i, \frac{1}{k_2} \sum_{i=3}^n u_i, \dots, \frac{1}{k_{n-1}} u_n \right]^T \quad \dots\dots\dots(7)$$

を考え、 x^r に対して e だけ移動させた $(n-1)$ 次元の相対変位ベクトル ξ^r

$$\xi^r = x^r - e \quad \dots\dots\dots(8)$$

および

$$\left. \begin{aligned} \xi_i - \xi_{i+1} &= \xi_i^r (i=1 \sim n-1) \\ \xi_n &= x_n \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(9)$$

となるようなベクトル

$$\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]^T \quad \dots\dots\dots(10)$$

を導入する。 $\dot{\xi} = \dot{x}$ 、 $\ddot{\xi} = \ddot{x}$ であるから、式(8)および式(10)を式(1)へ代入すると

$$M\ddot{\xi} + C^0\dot{\xi} + C^i\dot{\xi}^r + K\xi^r = f_3 \quad \dots\dots\dots(11)$$

となる。ここで

$$\left. \begin{aligned} f_3 &= [u', 0, \dots, 0]^T \\ u' &= u - \sum_{i=1}^n u_i \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(12)$$

である。

一方、 ξ と ξ^r の間には式(9)から次式の関係が成立する。

$$\dot{\xi}^r + D\dot{\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで D は次の $(n-1) \times n$ のマトリックスである。

$$D = \begin{bmatrix} -1, & 1 & & 0 \\ & -1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & -1, 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(11)および式(13)をまとめて表現するため拡張されたベクトルと行列

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \begin{bmatrix} \xi \\ \xi^r \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} f_3 \\ 0 \end{bmatrix} \\ L &= \begin{bmatrix} M & C^r \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} C^0 & K \\ D & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

を用いると次式を得る。

$$L\dot{\eta} + N\eta = u \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(16)はつまるところ摩擦力によるばねのたわみ成分を除去した絶対速度および相対変位に関する状態方程式である。

次に変分法に基づく最適制御問題を容易に解くために、式(16)を規準座標 z に変換し、モード分解された状態方程式を導くと次式となる。

$$\dot{z} = Az + bu' \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで式(16)の同次方程式において、その固有値を $s_i (i=1 \sim N)$ 、正規化された右固有ベクトルを q_i 、左固有ベクトルを r_i とすると $N(=2n-1)$ 次元の正方行列

$$\left. \begin{aligned} Q &= [q_1, q_2, \dots, q_N] \\ K &= [r_1, r_2, \dots, r_N] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

を用いて、式(17)の A および b は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} A &= -R^T N Q = \begin{bmatrix} s_1 & & 0 \\ & s_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & s_N \end{bmatrix} \\ b &= R^T \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

また規準座標ベクトル z と物理座標 η との関係は

$$\eta = Qz \quad \dots\dots\dots (20)$$

で与えられる。

さて、式(17)で表される振動機構系の最小エネルギー一起動制御を考える。モータで駆動する場合、起動過程で消費されるエネルギーにはモータのコイルによる

発熱、乾性摩擦、流体摩擦などがある。実用的な機構ではモータの発熱が支配的であり、その消費エネルギーは $\int_0^T u^2 dt$ に比例する。しかしここでは簡単のために u から摩擦成分を引いた u' を用いて

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T u'^2 dt \quad \dots\dots\dots (21)$$

を評価関数に選び、式(17)の運動方程式を満たし、かつ J を最小にするような運動および入力 u^0 を求める。この解はラグランジュ乗数から構成される補助変数ベクトル $p = [p_1, p_2, \dots, p_N]^T$ を用いた次の汎関数

$$J' = \int_0^T \left\{ p^T (Az + bu' - \dot{z}) + \frac{1}{2} u'^2 \right\} dt \quad \dots\dots\dots (22)$$

を最小にするような運動である⁽²⁾。変分法に基づいてこの J' を最小にする運動は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -bb^T \\ 0 & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ p \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (23)$$

A は対角行列なので、式(23)の解は容易に得られる。すなわち外部減衰がある場合は

$$\left. \begin{aligned} z_i &= a_i e^{s_i t} + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{b_i \cdot b_j}{s_i + s_j} c_j e^{-s_j t} \quad (i=1 \sim N) \\ p_i &= -c_i e^{-s_i t} \quad (i=1 \sim N) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

で与えられる⁽³⁾。

外部減衰がない場合は固有値のひとつが零となるので、式(24)において、例えば $s_1 \rightarrow 0$ とおき

$$\lim_{s_1 \rightarrow 0} \frac{1}{s_1} e^{-s_1 t} = -t$$

であることを考慮すればよい。

式(24)において a_i, c_i は未定係数で、初期および終端条件から決定される。初期条件は絶対変位、絶対速度とも零である。よって、相対速度も零であり、また式(8)より $\xi_i^r = -e$ だから

$$\begin{aligned} \eta_{t=0} &= [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \xi_1^r, \xi_2^r, \dots, \xi_{n-1}^r]_{t=0} \\ &= [0, 0, \dots, 0, -e_1, -e_2, \dots, -e_{n-1}]^T \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

となる。一方終端条件は外部減衰も作用する一般的な系の場合

$$\eta_{t=T} = [1, 1, \dots, 1, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{n-1}]^T \quad \dots\dots\dots (26)$$

で与えられる。ここで γ_i は定速度 V における外部減衰による i 番めのばねのたわみで次式で与えられる。

$$\gamma_i = \frac{1}{k_i} \sum_{j=i+1}^n c_j^0 V \quad \dots\dots\dots (27)$$

一方、入力 u' の最適値 u^0 は J' の u' に関する極値条件から次式で与えられる。

$$u^0 = -p^T b = -b^T p \quad \dots\dots\dots (28)$$

図2 最小エネルギー制御起動過程における各状態量の特性 [$\alpha=1.0(\lambda_2/\lambda_1=1.73)$, $\beta=1.0$, $\kappa=1.0$]

図3 無次元消費エネルギー W と一次振動固有周期に対する起動時間の比 λ_1 との関係

図4 二次振動モードを無視した場合の $\dot{x}_3$ の起動特性

3. 解析結果

3.1 二自由度振動機構系における解析結果 2

個のばねで結合された三つの質量から構成された一自由度剛体運動-二自由度振動機構系に対する解析結果を示す。結果の一般的表現のため、各質量の速度は最高一定速度 V で、時間は起動時間 T で、また変位は VT で無次元化する。機構のパラメータには質量比 $\alpha = m_2/m_1$, $\beta = m_3/m_1$, 剛性比 $\kappa = k_2/k_1$ ならびにそれぞれ一次および二次モードの固有周期で無次元化した起動時間 λ_1 および λ_2 がある。ここでは乾性摩擦および

外部の内部減衰が作用しない系で $\beta=1$, $\kappa=1$ の場合の例を示す。この条件のもとでは

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{\alpha+2}{\alpha}} \quad (29)$$

の関係があり、 α が小さくなると一次と二次の固有振動数の比が大きくなる関係にある。

図2(a)~(f)は $\alpha=1(\lambda_2/\lambda_1=1.73)$ のときの各質量の無次元速度 $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$, $\dot{x}_3$, 入力および各ばねのたわみ, x_{12} , x_{23} である。 $m_1+m_2+m_3$ の質量の剛体に対して最小エネルギーで速度 V に時間 T で起動する場合の入力 u_0 は $u_0 = (m_1+m_2+m_3)V/T$ となる。そこで図2(d)には剛体に対する入力 u_0 の比 u/u_0 を示し

ている。図2(c)より、一次の固有周期の1.25倍以下の起動時間では先端の速度特性は同一となっているが、起動時間を短縮するにしたがい、ばねのたわみ、 $\dot{X}_1$, u/u_0 は著しく変化するようにになっている。 $\lambda_1=0.85$ のとき、 u/u_0 は一部で負となっているが、 $\dot{X}_1$ は負となっていない。後に示すように一自由度振動機構系で $\lambda_1=1$ のとき $u/u_0=1(0 \leq \tau \leq 1)$ となるが、図2(d)において1.73周期の波状入力となっているのは、二次モードの振動がく形波入力によって励起されるのを打

図5 二次振動モードを無視した場合の $\dot{X}_3$ の残留振動振幅 ($n=3, \beta=1.0, \alpha=1.0$)

図6 乾性摩擦が m_2 に作用する場合の理論結果および実際の系に対するシミュレーション結果の比較

ち消すためと考えられる。

図3は最小エネルギー制御における消費エネルギーを剛体を最適に u_0 で駆動した場合の消費エネルギーで除した値 $W = \int_0^1 (u/u_0)^2 d\tau$ と起動時間 λ_1 および固有振動数比 λ_2/λ_1 の関係である。これから、 $\lambda_2/\lambda_1 > 2.5$ では駆動エネルギーに及ぼす高次モード成分の影響が無視でき、 $\lambda_1 > 0.8$ では剛体の駆動エネルギーにほぼ等しいことがわかる。しかし $\lambda_2/\lambda_1 = 1.4$ 程度に二次の固有振動数が一次のそれに近づく、 $\lambda_1 = 1.2$ 近傍から急激に W は増大し、 $\lambda_1 = 1$ で W は約1.5となっている。

図4は二次振動モードを無視して一次振動モードのみを制振した場合の二次モードの残留振動である。この場合起動時間は二次モードの固有周期の4倍で、一次モードの固有周期を起動時間の1/1.5から1/3.5に変化させている。これから起動時間がたとえ長くなっても二つのモードの固有周期が接近していれば高次モード成分の影響をも考慮しなければならないこと、 $\lambda_2/\lambda_1 > 2.5$ であれば、高次モード成分の影響は無視できることがわかる。

二次振動モードを無視したときの $\dot{X}_3$ の残留速度振幅 $\text{Amp.}(\dot{X}_3 - 1)$ の計算例を図5に示す。これから $\lambda_1 > 1$ の場合には、 $\lambda_2/\lambda_1 > 2.5$ ならば残留振動はあまり

図7 無次元消費エネルギー W の本理論結果と多項式近似解(十二次)との比較

図8 一自由度振動機構系に対する最適入力の本理論結果と多項式近似解(十二次)との比較

生じず、一方 $\lambda_1 < 1$ と高速になると $\lambda_2 > 3$ の領域で二次モードの振動が無視できるようになるといえる。

3.2 乾性摩擦の影響 多自由度振動機構系に外部および内部減衰が作用した場合にも線形系であれば本解析法が適用でき、最小エネルギーで制振駆動できる。しかし乾性摩擦が存在する場合、実際の乾性摩擦は、静止摩擦と動摩擦が等しいと考えても前述の仮定(2)と異なり、質量が運動し始めるまで摩擦力は零か

ら u_i まで増加する。そこで図1において最も簡単な $n=2$ の一自由度振動機構系に乾性摩擦が作用する場合、本解析の結果と実際の特性の乾性摩擦を有する機構に本解析で得られた力を入力した場合について比較する。

まず m_1 に作用する乾性摩擦力 u_1 に関しては $t \geq 0$ で明らかに摩擦力を打ち消すに等しい入力を加えればよい。一方、 m_2 に摩擦力 u_2 が作用する場合摩擦力の

図9 一自由度振動回転機構系の実験装置の概略

(a) $T=1.3T_s$

(b) $T=0.8T_s$

図10 最適制振起動・停止制御の実験と理論の比較

影響は m_2 に作用する力との比に左右されると考えられる。そこで、起動過程において m_2 に作用する平均的な力 $m_2 V/T$ と摩擦力との比

$$u_2' = \frac{u_2}{m_2 V/T} \dots\dots\dots (30)$$

で表される摩擦力の値を与えて本解析の妥当性を調べる。図6は $\alpha=1.0$, $\lambda_1=1.0$, $u_2'=0.2$ の場合の計算例である。まず図6(a)の曲線Aは本解析のとおり起動の終端条件としてばね k_1 に摩擦力 u_2 を打ち消すだけのたわみを与えて解いた場合の入力で、曲線Bは終端でばねのたわみを零とし単に入力に摩擦力 u_2 を打ち消すだけの力を付加した場合である。図6(b)および図6(c)は入力AおよびBで実際の摩擦力特性を有する一自由度振動機構系を駆動した場合のばねのたわみ X_{12} および先端の速度 $\dot{X}_2$ である。曲線A'およびB'はそれぞれ入力AおよびBで駆動した場合の応答で、比較のため本理論解析結果も示している。これから $u_2'=0.2$ 程度の乾性摩擦があっても、実際の摩擦力を有する一自由度振動機構系に前記仮定に基づく本解析結果の入力を加えた場合の速度の残留振動およびばねたわみの残留振動はきわめて小さく、単純に摩擦力を打ち消す力を加えた場合に比してそれぞれ1/4および1/10程度で、本解析の応答にほぼ等しくなっていることがわかる。このことから本制御法は乾性摩擦が小さい実用的な機構に対しては十分有効であるといえる。

3.3 多項式近似解との比較 乾性摩擦、内・外部減衰がない1自由度振動機構系に対する本報の厳密解による駆動エネルギー W と入力 u/u_0 を、第1報で示した最適制振制御の多項式近似解と比較した結果を図7および図8に示す。これから W および u/u_0 とも高速制振駆動が問題となる $\lambda_1 < 2$ の範囲では、多項式近似解は厳密解によく一致していることがわかる。

4. 実験的研究

本解析結果の妥当性および実際の機構における開ループ制振制御の有効性を調べるため、図9に示すようなフレキシブルカップリングで結合された二つの慣性モーメントの一方を直流モータで駆動する一自由度振動機構-制御系を製作した。この系の力学諸元を表1に示す。表1に記すようにこの系の固有周期 T_0 は60.6 msで、よって固有振動数は16.5 Hzである。表1に示す力学諸元を用いて、本解析法に基づく駆動波形をマイクロコンピュータで計算し、D-Aコンバータを介してパワーアンプに入力する。デジタル信号のサンプリング間隔は0.6 msである。このパワーアンプは周波数帯域約2 kHzの電流駆動回路なので、モータ

への入力解析で求めたトルクを出すに必要な電流となっており、よって制御回路系の動特性を考慮する必要がない。実験では起動時間が固有周期の0.8倍 ($\lambda_1=0.8$) で $V=10$ rpsまで立ち上がらせ、60 msの定速運動をさせた後に停止時間 $\lambda_1=0.8$ で停止させる場合と、駆動・停止時間が固有周期の1.3倍の場合について行った。摩擦トルクは駆動用DCサーボモータのブラシによる乾性摩擦トルクが最も大きく、上記の駆動に必要なトルクの約10%に相当する。これに比べ負荷側のタコジェネレータに作用する摩擦トルクはモータ側の約2%と小さいのでこれを無視して制御した。また10 rpsの定速駆動状態の外部減衰は起動・停止過程ではこれを無視し、定速過程ではこれを考慮して制御した。

図10(a)および(b)はそれぞれ固有周期の1.3および0.8倍の時間で最小エネルギーで制振しつつ起動・停止させた場合のモータ側、負荷側の角速度および駆動入力トルクに対応する電流波形の理論と実験の比較である。実験では起動・停止時間が $0.8T_0$ の場合、入力電流の起動・停止過程の始めと終わりにサンプリング誤差の影響が現われているため応答波形に残留振動が若干生じているが、理論と実験はかなりよく一致していることがわかる。また図10に $1.3T_0$ の起動・停止時間の場合について制振制御せず単にく形波入力を加えたときの応答を示している。これらの結果から振動機構系のアクセス過程におけるフィードフォワード制御の有効性が示されたといえる。

5. 結 論

内・外部減衰および乾性摩擦を含む多自由度振動機構系に対して最小エネルギーで残留振動の生じない起動・停止制御法を提案し、以下のことを明らかにした。

- (1) 乾性摩擦力につり合うばねのたわみを終端条件に考慮すれば、摩擦力が駆動力の20%以下なら本手法が有効である。
- (2) 二次モードの固有振動数が一次モードの約2.5倍以上ならば高次モードの影響は無視できる。
- (3) 前報で示した多項式近似解は制振制御が問題となる高速駆動領域では本解析の厳密解に一致する。
- (4) 実際の一自由度振動回転機構系のアクセス過程の制振に開ループ制御はきわめて有効である。

おわりに本研究で用いた制御回路の製作にご協力いただいたNTT電子機構研究所ファイル記憶研究室

田丸直幸氏に深謝する。また、本研究は昭和61年度文部省科学研究費の補助を受けたことを付記する。

文 献

(1) 小野, 機論, 51-469, C(昭60), 2233.

- (2) Schultz, D. G. and Melsa, J. L., (久村訳), 状態関数と線形制御系 (昭45), 学献社.
 (3) 飯田・ほか3名, 機論, 52-475, C(昭61), 1030.

討 論

〔質問〕 野 波 健 蔵 [千葉大学工学部]

標題が「振動機構系の最適な……」となっているが、本解析の最適軌道は式(21)の評価関数を最小にする問題と見受けられる。このため貴論は「最適な」というよりは「最小エネルギー制御問題」と考えるべきだと思う。もし、標題の問題を直接扱うとすれば解析的取扱いはかなり面倒になるが、式(21)の中に振動エネルギーも考慮すべきではないかと思われるがいかがか。また、多自由度系になるほど最小エネルギー制御問題は振動エネルギーを増大するように思われるがいかがか。お教え願いたい。

〔回答〕 一般に「最適」という表現はある評価関数を最小にする解を求めるときに用いられ、レギュレータ問題の場合「最適レギュレータ」と一つの用語になっているようなので、ここでは最小エネルギー駆動制御問題という意味で「最適」という言葉を用いた。ところで振動機構系の最適な制振駆動の場合式(21)の中に振動エネルギーをも考慮すべきとのことだが、機構に蓄積された振動エネルギーは、一般に機構の減衰が非常に小さいため、終端時にモータ側に吸収される

ことになるので考慮する必要はないと考える。一方振動を制振するための入力がモータの抵抗により熱となる成分はすでに考慮されており討論者の意味で最適と考える。

次に多自由度系になるほど最小エネルギー制御問題では振動エネルギーを増大させるとのことだが二次の固有周期が一次のそれに近い場合でかつ起動時間がこれらの固有周期前後だと一次のみの場合よりかなり増大する。ただし通常このようなことはないが、これは最小エネルギー制御問題だからではなく、最小エネルギー条件下でさえも制振しつつ高速に駆動するためには、制振のためのエネルギーが増大するということがある。起動時間を固有周期に一致させるかまたは起動時間を固有周期よりかなり大きくすれば当然ながら制振エネルギーは減少する。なおアクセス時間一定の条件下では、フィードフォワードで制振のために費されるモータの発熱エネルギーはフィードバックで系に減衰をもたせる場合の回路、モータの発熱エネルギーに比して小さいのではないかと考えている。