高速車両支持系の最適アクティブ制御* (空気圧アクチュエータを有する二自由度系の解析)

永井正夫**, 沢田康宏***

Optimal Control of Active Suspension for a High Speed Ground Vehicle (Analysis of a Two-DOF Model with a Pneumatic Actuator)

Masao NAGAI and Yasuhiro SAWADA

Actively controlled suspensions are required to realize a high stability and a high ride quality for high speed ground vehicles running on a rough surface. Recently actively controlled suspensions have been researched and developed for automobiles, railway cars and magnetically levitated vehicles. In this paper, optimal control systems for a two-DOF model of vehicle suspension are designed by optimal regulator theory, considering the dynamic characteristics of an air spring and a pneumatic actuator. Stability, ride quality and control input are discussed through frequency response and power spectral analysis.

Key Words: Active Control Technology, Optimal Control, Active Suspension, Vehicle Dynamics, Pneumatic Actuator, Vibration Control, Control Theory

1. 緒 言

高速時における車両の安定性や乗り心地をいちだんと向上させたり、各種の走行条件でも常に最適になるように支持系を柔軟に対応するためには、従来の受動的な支持系では限界がある。一方、電子制御機器の性能や信頼性の向上により、車両支持系の積極的な制御が可能となってきた。近年車両の能動支持系のアクティブ制御に関する研究開発が自動車⁽¹⁾や鉄道車両⁽²⁾で活発に行われるようになってきた。また吸引形磁気浮上車の支持系は加速度計や変位計により、電磁石(アクチュエータ)の吸引力を制御する能動支持系であり⁽³⁾⁽⁴⁾、実用ないし実用に近い試験車がすでに存在している^{(5)~(7)}。

ところで従来より能動支持の最適設計に関する理論的な研究として、古典的な最適化法⁽⁸⁾、周波数領域での最適制御理論⁽⁹⁾、時間領域の最適レギュレータ理論⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾、予見制御理論⁽¹²⁾⁽¹³⁾によるものなどがある。しかしこれらに共通して言えることは、制御に必要なアクチュエータの応答特性を無視している点である。著

者らは、鉄道車両や大形車両では空気ばねが多く採用されてきていることに着目して、空気ばね併用の能動形支持系を最適設計する方法を検討した。この場合アクチュエータの応答特性を無視して最適性を論じてもその実現性が問題である。したがって本論文ではその特性を考慮して二自由度系の最適制御系を最適レギュレータ理論により設計する方法について述べて、その制御特性を明かにする。

2. 二自由度モデル

2・1 支持系モデルの構成 車両の上下運動を扱う基本的なものとして、図1に示すようなばね上質量(車体)とばね下質量(台車)とで構成される二自由度モデルとする。また上記質量間の二次支持系としては、異常時の安全性を考慮し空気ばねと空気圧アクチュエータを並列に置くものとする。またセンサを車体や台車に設置し、制御の方法としては、車体の乗り心地に支持系の変位さらに制御入力を評価して、二次形式の評価関数を最小にする最適レギュレータを構成するものとする。

主要な記号の説明

M : 車体の質量 kg

m : 台車の質量 kg

* 昭和61年8月21日 第938回講演会において講演、原稿受付 昭和61年3月13日。

** 正員、東京農工大学(〒184 小金井市中町2-24-16)。

*** 学生員、東京農工大学大学院。

- F_p : 空気ばねによる支持力 N
 K_1, K_2, N, C : 空気ばねの各係数
 F_a : 空気圧アクチュエータによる支持力 N
 A_s, C_s, R_p : アクチュエータの各係数
 f_0 : アクチュエータのカットオフ周波数
 $=1/2\pi C_s R_p$ Hz
 F_t : 台車の支持力 N
 K_t, C_t : 一次支持のばね定数, 減衰係数
 f_t : 台車の固有振動数 Hz
 ζ_t : 台車の減衰係数比
 z : 車体の平衡点近傍の変位 m
 z_t : 台車の平衡点近傍の変位 m
 Δz : 車体台車間の相対変位 m
 z_0 : 軌道の変位 m
 p_s : 空気圧シリンダ内差圧 Pa
 u : サーボ弁制御入力 (圧力換算) Pa
 q_i : 評価関数の重み ($i=1\sim6$) Q の対角要素
 h_i : 最適フィードバック係数 ($i=1\sim6$) H の要素

2.2 モデルの基本式 図1に示すように車体と台車の運動方程式は

$$M\ddot{z} = F_p + F_a \quad (1)$$

$$m\ddot{z}_t = -F_p - F_a + F_t \quad (2)$$

である。ただし本論文では以下変数は平衡点近傍の微小偏位を扱う。ここで、まず F_p は空気ばねによるパッシブな支持力であり、文献(14)によると

$$\begin{aligned}
 &CF_p + K_1(1+N)F_p \\
 &+ C(K_1 + K_2)\Delta\dot{z} + K_1[K_2 \\
 &+ N(K_1 + K_2)]\Delta z = 0 \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\Delta z = z - z_t \quad (4)$$

である。次に空気圧アクチュエータによるアクティブな支持力 F_a は、空気の圧縮性を考慮すると⁽²⁾

$$F_a = A_s p_s, C_s R_p \dot{p}_s + p_s = -A_s R_p \Delta \dot{z} + u \quad (5)$$

と表される。一方台車の支持力 F_t は

$$F_t = -K_t(z_t - z_0) - C_t(\dot{z}_t - \dot{z}_0) \quad (6)$$

と表す。

もしアクティブな支持をしなければ($F_a=0$)、この支持系は式(1)~(4)、(6)で決まるパッシブな系となる。

以上の関係をまとめて表現すると、車体およびアクチュエータについては

$$\ddot{z} + a_1 \dot{z} + a_2 \Delta \dot{z} + a_3 \Delta z + a_4 p_s = b_1 u \quad (7)$$

$$\dot{p}_s = -a_5 \Delta \dot{z} - a_6 p_s + b_2 u \quad (8)$$

であり、台車については

$$\ddot{z}_t = -a_7 \ddot{z} - a_8(\dot{z}_t - \dot{z}_0) - a_9(z_t - z_0) \quad (9)$$

となる。ただし各係数は次のとおりである。

$$a_1 = K_1(1+N)/C$$

$$a_2 = [(K_1 + K_2) + A_s^2/C_s]/M$$

$$a_3 = K_1[K_2 + N(K_1 + K_2)]/CM$$

$$a_4 = [CA_s/C_s R_p - K_1(1+N)A_s]/CM$$

$$a_5 = A_s/C_s, a_6 = 1/C_s R_p, a_7 = M/m$$

$$a_8 = C_t/m, a_9 = K_t/m$$

$$b_1 = A_s/C_s R_p M, b_2 = 1/C_s R_p \quad (10)$$

3. 最適制御系の設計

3.1 二自由度最適制御 台車の車体に与える影響が無視し得ない場合、車体と台車との二自由度系を制御対象として、最適制御則を決める必要がある。二自由度系全体としての制御対象は式(7)~(9)であり、状態変数を

$$X_2 = (\dot{z} \quad \dot{z}_t \quad \Delta z \quad p_s \quad z_t \quad \Delta z_t)^T \quad (11)$$

とすると、六次の状態方程式

$$\dot{X}_2 = A_2 X_2 + B_2 u + C_2 \dot{z}_0 \quad (12)$$

が得られる。ただし行列 A_2, B_2, C_2 の要素は式(10)の各係数により決まる。そこで式(12)を制御対象にして評価関数

$$J_2 = \int_0^\infty (X_2^T Q_2 X_2 + u^2) dt \quad (13)$$

を最小にする最適な状態フィードバック則

$$\begin{aligned}
 u = &-H_2 X_2 \\
 = &-(h_1 \dot{z} + h_2 \dot{z}_t + h_3 \Delta z + h_4 p_s + h_5 z_t \\
 &+ h_6 \Delta z_t) \quad (14)
 \end{aligned}$$

の係数は、Riccati 方程式

$$\begin{aligned}
 H_2 = &-B_2^T P_2, P_2 A_2 + A_2^T P_2 - P_2 B_2 B_2^T P_2 \\
 &+ Q_2 = 0 \quad (15)
 \end{aligned}$$

を解いて求めることができる。したがって、二自由度系全体の特性は、式(7)~(9)、(14)によって決ま

図1 二自由度能動支持系の基本構成

る。

3.2 一自由度最適制御 3.1節の式(14)の制御則によれば、車体とアクチュエータの変数以外に台車の変数を測定する必要があるが、吸引形磁気浮上車では台車にセンサを取りつけてあるのでその信号を利用できるが、一般の車両ではそれがなくてよければ制御系の設計はより容易になる。さらに一般に車両の支持系を設計する場合、車体の共振周波数は台車のそれに比べて相対的に低いので、台車の動特性が車体に与える影響は低周波数では小さい。したがって以上の点から台車の動特性を除いてアクチュエータの制御入力を決定することが考えられる。そこで制御対象としては式(7)、(8)とし、状態変数を

$$X_1 = (\dot{z} \quad \Delta z \quad p_s)^T \quad (16)$$

とすると、四次の状態方程式

$$\dot{X}_1 = A_1 X_1 + B_1 u + C_1 \dot{z}_t \quad (17)$$

が得られる。ただし行列 A_1 、 B_1 、 C_1 の要素は式(10)の各係数により決まる。そこで3.1節と同様に、式(17)を制御対象にして評価関数

$$J_1 = \int_0^\infty (X_1^T Q_1 X_1 + u^2) dt \quad (18)$$

を最小にする最適な状態フィードバック則

$$u = -H_1 X_1 = -(h_1 \dot{z} + h_2 \dot{z}_t + h_3 \Delta z + h_4 p_s) \quad (19)$$

表 1 支持系の基本諸元

M	6000 kg	C_s	$1.25 \times 10^{-10} \text{ m}^3/\text{Pa}$
m	3000 kg	A_s	$1.13 \times 10^{-2} \text{ m}^2$
K_1	$1.65 \times 10^6 \text{ N/m}$	f_0	5.19 Hz
K_2	$8.00 \times 10^4 \text{ N/m}$	K_t	$3.00 \times 10^6 \text{ N/m}$
N	0.36	C_t	$1.0 \times 10^5 \text{ Nsec/m}$
C	$4.21 \times 10^4 \text{ Nsec/m}$	f_t	5.0 Hz
		ζ_t	0.53

1-DOF : $q_1 = 5 \times 10^{11}$, $H_1 = (3.18 \times 10^5, 2.1 \times 10^6, -6.3 \times 10^6, 0.138)$, 2-DOF : $q_1 = q_2 = 5 \times 10^{11}$, $H_2 = (2.8 \times 10^5, 1.93 \times 10^6, -4.98 \times 10^6, 0.109, 1.38 \times 10^6, 5.98 \times 10^5)$

図 2 能動支持系の周波数特性の比較

を求めることができる。

この制御則における最適性はあくまで台車の車体に与える影響が小さい場合に成り立つものであり、実際の系の特性は式(7)～(9)、(19)によって決まる。

4. 解析結果

計算に使用した車両の諸元を表1に示す。以下特に断らないかぎり表1の値で計算するものとする。また以降では、軌道の不整をSIN波とした場合の周波数特性の解析と、軌道の不整を経験的に知られているパワースペクトル密度(PSD)

$$\phi_{zo}(\omega) = A_v V / \omega^2 \quad (20)$$

を仮定して乗心地の解析を行う。上式で A_v は軌道のあらさ、 V は走行速度を意味し、本論文では良好な溶接レール上($A_v = 0.628 \times 10^{-6} \text{ rad} \cdot \text{m}$)を $V = 100 \text{ m/s}$ で走行する場合を計算している。その際乗り心地の基準の一つとして米国運輸省提案のUTACV曲線と対比して示す。

なお上記の軌道のあらさ A_v は1m弦の中央での不整を 3σ とすると片振幅 dm は

$$d = 0.75 \sqrt{\pi L A_v} \quad (21)$$

であり⁽¹⁶⁾、例えば10m弦で $\pm 3.33 \text{ mm}$ 、100m弦で $\pm 10.5 \text{ mm}$ である。

4.1 二自由度最適制御と一自由度最適制御の比較 3章で述べた二自由度最適制御および一自由度最適制御による能動支持の効果について、軌道に対する車体の変位の周波数応答を図2に示す。この例は通常の鉄道車両あるいは吸引形磁気浮上車を想定して、台車-一次支持系の固有振動数、減衰係数比を各々5Hz、0.53とおいた。図2によると能動支持の効果が認められる。また一自由度最適制御に比べて台車の状態変数のフィードバックを加えた二自由度最適制御の場合のほうが、台車の共振周波数近傍で制振効果が若干大きい。また一自由度最適制御で車体と台車の質量比(M/m)を1から3の範囲で変えると、それが大きいほど

$q_1 = 5 \times 10^{11}$, $H_1 = (3.18 \times 10^5, 2.1 \times 10^6, -6.3 \times 10^6, 0.138)$

図 3 一自由度最適制御における質量比の影響

台車の共振周波数近傍での制振効果が大きいことが、顕著な差とはならないことが図3により分かる。したがって以下は一自由度最適制御の場合について計算結果を示す。

4.2 一自由度最適制御

4.2.1 アクチュエータ特性とその影響
アクチュエータ特性が2章に示した一次遅れ系で表された場合、そのカットオフ周波数 f_0 がこの系の周波数特性に

図4 アクチュエータ特性が周波数特性および乗り心地に与える影響
($q_1=5 \times 10^{11}$, $q_2=q_3=q_4=0$)

及ぼす影響を調べた結果を図4(a)~(c)に示す。図中には f_0 を12.7, 5.19, 2.54 Hzと変化させた時の特性が示されている。この場合系の特性および評価関数の重みは一定として最適フィードバックゲインを求めている。

まずカットオフ周波数が小さくなると、車体の共振周波数1.5 Hz付近から10 Hz程度にかけて、車体の変位が大きくなる。一方台車の変位は、車体の共振周波数1.5 Hz付近でわずかに大きくなり、台車の共振周波数5 Hz付近では逆に小さくなっている。またこの時の制御入力およびアクチュエータ内の差圧は、アクチュエータのカットオフ周波数が小さくなると、車体の共振周波数1.5 Hz付近を境として、低周波数では値が小さくなり、高周波数では大きくなっている。したがって、台車の共振周波数付近での制御負担が大きくなっていることが分かる。なお図4(a)~(c)中で、制御入力 u に対してアクチュエータ内差圧 p_s が小さくなっているのは、空気の圧縮性による応答の遅

図5 評価関数の重みが周波数特性および乗り心地に与える影響
[$q_2=q_3=q_4=0$, a: $q_1=5 \times 10^{10}$,
b: $q_1=5 \times 10^{11}$, c: $q_1=5 \times 10^{12}$]

図6 一自由度最適制御と準最適制御の乗り心地比較

れが原因である。

図4(d)には、式(20)のPSDを仮定して車体の振動加速度を求め、乗り心地曲線と比較した結果を示す。これによると、アクチュエータの特性が乗り心地に与える影響が大きいことが分かる。

4・2・2 評価関数の重み係数の影響 上記の例は評価関数の重みを一定とした場合であるが、アクチュエータ特性の悪化に伴う乗り心地の悪化を抑えるために、評価関数の重みを変えてみる事が考えられる。図5に、車体の振動加速度の重みを大きくした場合を示す。これによると、アクチュエータのカットオフ周波数が減少した結果悪くなった乗り心地は、評価関数の中の車体の振動加速度の重みを大きくすれば、乗り心地を改善することができる。しかしながら図5に示すように、制御入力に周波数全般にわたり大きくなり、アクチュエータの負担ないしはコンプレッサの容量が大きくなる可能性が生じる。

4・2・3 準最適制御 以上の計算では状態変数のすべてをフィードバックすることを前提としているが、その場合しかるべきセンサを採用するかまたは一部をオブザーバをもちいて推定する必要がある。しかしもし一部の状態変数のフィードバックの影響が小さければそのフィードバックを取り除いても、現実的に最適に近い特性が得られることが期待される。そこで最適レギュレータ理論により得られるフィードバック係数のうち一部の係数を零にして計算した。それによると例えば図4の場合に、車体台車間の変位およびアクチュエータ内差圧のフィードバック係数を零とおいてもその影響は小さい(図6)。すなわち車体の加速度とその積分である速度のフィードバック

$$u = -h\ddot{z} - h_2\dot{z} \dots\dots\dots (22)$$

は、アクティブ制御による乗り心地改善への主要な役割を演ずることが言える。ただし式(22)のフィードバックゲインは試行錯誤で決めるのではなく、前記の最適制御により決めることが合理的であると思われる。

5. 結 論

空気ばね併用の能動形支持系について、空気圧アクチュエータの応答特性を考慮して、その二自由度系の制御系を最適レギュレータ理論により最適設計する方法を示した。本論文で得られた主要な結果は次のとおりである。

二自由度系全体の最適性は、車体と二次支持系に最適レギュレータ理論を適用することにより、アクティブ制御の効果が得られる。その場合車体と台車の質量比が大きいほど効果が大きい。アクチュエータのカットオフ周波数の低下による影響は、車体の共振周波数近傍では問題ないが、それ以上の周波数において乗り心地の悪化へつながる。しかし評価関数における加速度の重みを大きくすれば改善される。この場合制御入力とその分大きくなるため、実際的には空気の供給源の容量を勘案していく必要があり⁽¹⁵⁾、今後実験を行い検討していく予定である。

なお反発形磁気浮上方式のように台車の減衰係数が極めて小さい場合でも、アクティブ制御された二次支持系により減衰係数を高め安定性の向上をはかることが期待できる。最後に有益なご助言をいただいた鉄道技術研究所の宮本昌幸氏に対して謝意を表します。

文 献

- (1) 高田, 最近のシャシ技術と車両運動性能シンポジウム講演論文集, 自動車技術会, (昭59), 13.
- (2) 神代・ほか5名, 機誌, 85-764, (昭57), 710.
- (3) 永井, 機論, 51-466, C (昭60), 1273.
- (4) 永井, 機論, 52-478, C (昭61), 1780.
- (5) Bohn, G. and Steinmetz, G., *Maglev Transport '85*, (1985), 107.
- (6) Pollard, M. G. and Riches, E. E., 文献(5)の123ページ.
- (7) Kitamoto, M., ほか5名, 文献(5)の137ページ.
- (8) Thompson, A. G., *Proc. Inst. Mech. Eng.* 187-9 (1973), 129.
- (9) 藤原・室津, 機論, 42-356, (昭51), 1119.
- (10) Hac, A., *J. Sound Vib.* 100-3 (1985), 343.
- (11) Hrovat, D. and Hubbard, M., *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control* 103-3 (1981), 228.
- (12) Bender, E. K., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.* 90 (1968), 213.
- (13) 川越・井口, 自動車技術会論文集, 31 (昭60), 116.
- (14) 小柳, 機論, 40-439, C (昭58), 410.
- (15) Cho, D. and Hedrick, J. K., *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control* 107-1 (1985), 67.
- (16) 永井, 計測自動制御学会論文集, 16-4 (昭55), 591.

討 論

〔質問〕 寺田 勝之 (㈱日立製作所機械研究所)

(1) アクチュエータ特性は考慮されているが、サーボ弁特性についても考慮する必要はないか。

制御入力 u (圧力換算) は制御電流に対して飽和特性や遅れを有すると考えられる。

(2) 式(22)は、

$$u = -h_1 \dot{z} - h_2 \ddot{z} = -h_2 \ddot{z} \frac{1 + \frac{h_1}{h_2} S}{S}$$

と表せ、検出加速度 $\ddot{z}$ を積分し、かつ進みを与える形であり、これが最適ということになるがあまりにも簡単のように思う。車体の固有振動数が変わるとき、あるいは車体が多自由度をもつ場合はどうレギュレータ特性を追従させればよいのか。

(3) 台車の減衰係数が極めて小さい場合、台車の固有振動数成分が車体に大きく現れ、この車体振動を制振するほど台車の振動は悪化する傾向にある。台車も同時に制振する方法は考えられるか。

〔回答〕 (1) ご指摘のように弁の特性は重要であるが、著者らはオンオフ形の電磁弁を使い、コンピュータからパルスを生産させる PWM 制御および弁の供給電源電圧の増加により非線形性の緩和および応答性の向上を試みており、そうした部分的なマイナ制御で全体への影響がないような工夫を考えている。

(2) 現実の車体は上下以外にピッチ、ロール、左右などの運動がともなう多自由度系であり、その全体の最適化を計る場合、モード変換により干渉の弱いモードは切り離しモデルの低次元化を計ったほうが得策と考えられる。本論文では台車と車体との上下運動系について最適レギュレータ制御を試みているが、その場合台車や車体の特性によらず本論文の 2 自由度最適制御がこの系の最適性を保証している。しかし、一方でセンサを含めた制御系の簡素化も重要であると考えている。したがって台車自体で特性の改善がはかれる吸引形磁気浮上台車あるいは通常台車では、種々計算してみた結果、乗り心地に関して 2 自由度最適制御に近い特性が 1 自由度最適制御により得られることが示された。なお式(22)は 1 自由度最適制御においてフィードバック係数を求めかつ応答を調べた結果、加速度や速度にくらべて圧力フィードバックなどの影響が乗り心地には小さいということで記したものであり、最適フィードバック係数はあくまでリカッチ方程式より導く必要がある。

付図 1

(3) 台車の減衰係数の極めて小さい超電導反発形磁気浮上台車などの場合でも、(2)で述べたように 2 自由度最適制御が全体の最適性を保証している。したがってご指摘のように車体だけの 1 自由度最適制御では台車の振動を抑えることが困難になることが当然予測できる。本論文では紙面の都合上省略してしまったが、台車の状態変数たとえば上下速度を評価項に加えた評価関数で、本論文で示した 2 自由度最適制御を行えば台車と車体との調和のとれた振動特性が得られる。付図 1 に台車単独の場合の減衰係数が零である場合について車体と台車の周波数特性の一例を示す。ただし評価関数

$$J_2 = \int_0^\infty (q_1 \dot{z}^2 + q_5 \ddot{z}^2 + u^2) dt$$

において、 $q_5 = 5 \times 10^{13}$ (一定) : $q_1 = (a) 5 \times 10^{11}$, (b) 1×10^{12} , (c) 2.5×10^{12} , (d) 5×10^{12} としたときの結果である。

〔質問〕 寺田 勝之

(1) に関して再質問

実車においては大きい流量が必要であり、PWM 制御、供給電源電圧増加だけでは十分対応できないと考えられる。今後の実用化にあたってはサーボ弁の非線形特性も重要となってくると思う。著者のお考えをお

聞かせ願いたい。

(2) に関して再質問

台車や車体の特性にかかわらず常に最適制御であるというのは理解し難い。評価関数の重み係数 h_i も当然変わってくると考えられるが、いかがか。

〔回答〕 (1) 今後の実用化にあたっては、ご指摘のとおりサーボ弁の非線形性などについて十分検討しなければならないと思う。

(2) 本論文の最適制御は最適レギュレータ理論にもとづいており、式(13)の評価関数を最小にするフィ

ードバック制御を行った場合を意味する。したがって車体・台車の特性が変わればその最適ゲインも変化する。ご質問の主旨は評価関数の重み係数の決め方にあると解釈すると、確かに一般的な決め方はない。したがって注目すべき物理量として変位、加速度、制御入力 of 周波数特性を検討しながら重み係数を適切に選択していく方法をとっている。そして基準とする重み係数において系の特性変化に対する比較検討を示している。